

Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί

➤ Πώς ονομάζονται τα σύμβολα + και - ;

Τα σύμβολα + και - ονομάζονται **πρόσημα**.

➤ Πώς λέγεται ένας αριθμός όταν έχει μπροστά το σύμβολο + ή - ;

✚ Ο αριθμός που έχει μπροστά το πρόσημο + ή δεν έχει καθόλου πρόσημο, λέγεται **θετικός**.

Π.χ. ο αριθμός +2 είναι θετικός, ο αριθμός 5 είναι θετικός.

✚ Ο αριθμός που έχει μπροστά το πρόσημο - λέγεται **αρνητικός**.

Π.χ. ο αριθμός -3 είναι αρνητικός.

➤ Το μηδέν είναι θετικός ή αρνητικός αριθμός;

Το μηδέν δεν έχει πρόσημο. Δε θεωρείται ούτε θετικός, ούτε αρνητικός αριθμός.

➤ Ποιοι αριθμοί λέγονται ομόσημοι και ποιοι ετερόσημοι;

✚ Ομόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο.

Π.χ. οι αριθμοί -2, -5 είναι ομόσημοι.

✚ Ετερόσημοι λέγονται οι αριθμοί που δεν έχουν το ίδιο πρόσημο.

Π.χ. οι αριθμοί -8, +4 είναι ετερόσημοι.

➤ **Ποιοι αριθμοί ονομάζονται ακέραιοι;**

Όλοι οι φυσικοί αριθμοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς ονομάζονται ακέραιοι.

➤ **Ποιοι αριθμοί ονομάζονται ρητοί;**

✚ 1^{ος} ορισμός: Όλοι οι γνωστοί μας αριθμοί, δηλαδή:

- οι φυσικοί αριθμοί
- τα κλάσματα
- οι δεκαδικοί αριθμοί
- καθώς και οι αντίστοιχοι **αρνητικοί** αριθμοί.

✚ 2^{ος} ορισμός: Ρητοί είναι όλοι οι αριθμοί που μπορούν να γραφτούν με τη μορφή κλάσματος (θετικοί και αρνητικοί).

➤ **Τι εκφράζει η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού a ;**

➤ **Πώς συμβολίζεται;**

Η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού a εκφράζει την απόσταση του αριθμού από το 0 και συμβολίζεται με $|a|$.

Σημείωση:

- Η απόλυτη τιμή ενός θετικού αριθμού είναι ο ίδιος ο αριθμός. Π.χ. $|+4| = +4$
- Η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού αριθμού είναι ο αντίθετός του. Π.χ. $|-2| = +2$
- Η απόλυτη τιμή του μηδενός είναι το μηδέν. $|0| = 0$

➤ **Πότε δύο αριθμοί λέγονται αντίθετοι;**

Όταν έχουν την ίδια απόλυτη τιμή αλλά αντίθετο πρόσημο.

Π.χ. οι αριθμοί -7 και $+7$ είναι αντίθετοι.

➤ **Πώς συγκρίνουμε έναν ρητό αριθμό με το μηδέν;**

✚ Το μηδέν είναι μικρότερο από κάθε θετικό αριθμό.

$$\text{Π.χ. } 0 < 7, +6 > 0$$

✚ Το μηδέν είναι μεγαλύτερο από κάθε αρνητικό αριθμό.

$$\text{Π.χ. } 0 > -3, -7 < 0$$

➤ **Πώς συγκρίνουμε δύο ρητούς αριθμούς μεταξύ τους;**

Γενικά, ισχύει ότι ισχύει και για τους φυσικούς, δηλαδή :

Όσο δεξιότερα, πάνω στον άξονα, βρίσκεται ένας αριθμός τόσο μεγαλύτερος είναι.

Ειδικότερα για τους ρητούς:

✚ Από δύο **θετικούς** αριθμούς μεγαλύτερος είναι εκείνος που έχει τη **μεγαλύτερη** απόλυτη τιμή.

$$\text{Π.χ. } +8 > +5, +4 < +9$$

✚ Από δύο **αρνητικούς** αριθμούς μεγαλύτερος είναι εκείνος που έχει τη **μικρότερη** απόλυτη τιμή.

$$\text{Π.χ. } -9 < -5, -6 > -10$$

✚ Από έναν θετικό και έναν αρνητικό αριθμό μεγαλύτερος είναι πάντα ο θετικός.

$$\text{Π.χ. } +5 > -9, -10 < +1$$

➤ Πώς προσθέτουμε δυο ομόσημους ρητούς αριθμούς:

Για να προσθέσουμε δυο ομόσημους ρητούς αριθμούς, προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους και βάζουμε στο άθροισμα το κοινό τους πρόσημο.

$$\text{Π.χ. } (+5) + (+2) = +7,$$

$$(-3) + (-1) = -4$$

$+$ = έχω, $-$ = χρωστώ

Π.χ. $(-2) + (-5) = -7 \Rightarrow$ χρωστώ 2€ και χρωστώ και άλλα 5€ άρα χρωστώ 7€

➤ Πώς προσθέτουμε δυο ετερόσημους ρητούς αριθμούς:

Για να προσθέσουμε δυο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, αφαιρούμε από τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή τη μικρότερη και στη διαφορά βάζουμε το πρόσημο του αριθμού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

$$\text{Π.χ. } (-5) + (+7) = +2$$

$$(+6) + (-9) = -3$$

$+$ = έχω, $-$ = χρωστώ

$(-5) + (+7) = +2 \Rightarrow$ χρωστώ 5€ και έχω 7€, άρα μου μένουν 2€

➤ Πώς αφαιρούμε δύο ρητούς αριθμούς:

Προσθέτουμε στο μειωτέο τον αντίθετο του αφαιρετέου.

$$a - b = a + (-b)$$

$$\text{Π.χ. } (+2) - (-7) = (+2) + (+7) = +9$$

$$(-5) - (+3) = (-5) + (-3) = -8$$

➤ Ποιος είναι ο κανόνας της απαλοιφής παρενθέσεων σε μια αριθμητική παράσταση με ρητούς αριθμούς;

+ Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της θετικό πρόσημο (+) ή δεν έχει πρόσημο, τότε βγάζουμε την παρένθεση και ξαναγράφουμε όλους τους όρους της με τα ίδια πρόσημα, δηλαδή χωρίς ν' αλλάξουμε τίποτα.

$$\text{Π.χ. } (-6+2)+(-3+4)=-6+2-3+4=-3$$

+ Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της αρνητικό πρόσημο (-) τότε βγάζουμε την παρένθεση και ξαναγράφουμε όλους τους όρους της με αντίθετα πρόσημα.

$$\text{Π.χ. } +5-2-(-7+4-1+3)=+5-2+7-4+1-3=+4$$

➤ Πώς πολλαπλασιάζουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς;

➤ Πώς πολλαπλασιάζουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς;

+ Ομόσημοι: Πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές και βάζουμε θετικό πρόσημο (+).

$$\text{Π.χ. } (+2) \cdot (+4)=+8$$

$$(-6) \cdot (-3)=+18$$

+ Ετερόσημοι: Πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές και βάζουμε αρνητικό πρόσημο (-).

$$\text{Π.χ. } (+3) \cdot (-4)=-12$$

$$(-5) \cdot (+2)=-10$$

Κανόνας προσήμων πολλαπλασιασμού

$$(+)\cdot(+)=+ \quad (-)\cdot(-)=+$$

$$(+)\cdot(-)=- \quad (-)\cdot(+)= -$$

- Πώς διαρούμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς;
- Πώς διαιρούμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς;

 **Ομόσημοι:** Διαιρούμε τις απόλυτες τιμές και βάζουμε θετικό πρόσημο (+).

$$\text{Π.χ. } (+12) : (+4) = +3,$$

$$(-15) : (-3) = +5$$

 **Ετερόσημοι:** Διαιρούμε τις απόλυτες τιμές και βάζουμε αρνητικό πρόσημο (-).

$$\text{Π.χ. } (+6) : (-2) = -3,$$

$$(-20) : (+10) = -2$$

Σημείωση: Δηλαδή, στη διαίρεση των ρητών εφαρμόζουμε τον ίδιο κανόνα προσήμων που εφαρμόζουμε και στον πολλαπλασιασμό.

Κανόνες προσήμων διαίρεσης

$$(+) : (+) = +$$

$$(+) : (-) = -$$

$$(-) : (-) = +$$

$$(-) : (+) = -$$

- Πώς υπολογίζουμε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων;

Πολλαπλασιάζουμε όλες τις απόλυτες τιμές και στο γινόμενο βάζουμε :

 **Θετικό πρόσημο** αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι **άρτιο**.

$$\text{Π.χ. } (-2) \cdot (+3) \cdot (-1) \cdot (+5) \cdot (+1) = +30 \text{ γιατί έχουμε δύο αρνητικούς}$$

 **Αρνητικό πρόσημο** αν το πλήθος τους είναι **περιττό**.

Π.χ. $(-7) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (+2) \cdot (+1) = -12$ γιατί έχουμε τρεις αρνητικούς

➤ Τι προσέχουμε όταν μια δύναμη έχει βάση αρνητικό αριθμό;
Τι συμβαίνει σε κάθε περίπτωση;

Προσέχουμε τον εκθέτη, αν είναι άρτιος ή περιττός.

✚ Αν είναι **άρτιος** υπολογίζουμε τη δύναμη και στο αποτέλεσμα βάζουμε **θετικό πρόσημο (+)**.

$$\text{Π.χ. } (-2)^4 = +16$$

✚ Αν είναι **περιττός** υπολογίζουμε τη δύναμη και στο αποτέλεσμα βάζουμε **αρνητικό πρόσημο (-)**.

$$\text{Π.χ. } (-2)^3 = -8$$

➤ Ποιες είναι οι ιδιότητες των δυνάμεων ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό;

1. $a^{\mu} \cdot a^{\nu} = a^{\nu + \mu}$	Γινόμενο δυνάμεων με την ίδιο βάση.
2. $\frac{a^{\mu}}{a^{\nu}} = a^{\mu - \nu}$	Πηλίκο δυνάμεων με την ίδιο βάση.
3. $(a \cdot b)^{\nu} = a^{\nu} \cdot b^{\nu}$	Γινόμενο σε δύναμη.
4. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\nu} = \frac{a^{\nu}}{b^{\nu}}$	Πηλίκο σε δύναμη.
5. $(a^{\mu})^{\nu} = a^{\nu \cdot \mu}$	Δύναμη σε δύναμη.

