# Η ισορροπία μιας δοκού

Η ομογενής δοκός ΑΒ μήκους ℓ και βάρους w=200Ν ισορροπεί όπως στο σχήμα, όπου στο σημείο Ο με (ΑΟ)= 0,18ℓ, στηρίζεται σε λείο κατακόρυφο τοίχο, ενώ με το άκρο της Β, στο έδαφος, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής μs=μ=0,5. Δίνεται ότι στο άκρο της Α ασκείται, μέσω νήματος, οριζόντια δύναμη F μέτρου F=25Ν, ενώ η γωνία θ που σχηματίζει η δοκός με τον τοίχο έχει ημθ=0,6 και συνθ=0,8.

i) Να υπολογιστεί η δύναμη που ασκείται στην δοκό από τον τοίχο στο σημείο Ο.

ii) Να βρεθεί η τριβή που ασκείται στη δοκό από το έδαφος.

iii) Για ποια τιμή F1 της οριζόντιας δύναμης, η δοκός χάνει οριακά την επαφή της με το έδαφος;

iv) Αν η δύναμη F άλλαζε φορά, διατηρώντας την οριζόντια διεύθυνση και μέτρο F=25Ν, θα ισορροπούσε ή όχι η δοκός;

***Απάντηση:***

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στη δοκό, όπου η Ν1 είναι κάθετη στη ράβδο.

Από την ισορροπία της ράβδου παίρνουμε τις εξισώσεις:

*ΣF=0* (1) και *Στ=0* (2)

ως προς οποιοδήποτε σημείο και αν πάρουμε τις ροπές.

* 1. Εφαρμόζοντας την εξίσωση (2) ως προς το άκρο Β της δοκού, έχουμε:



* 1. Αναλύουμε την δύναμη Ν1 σε δύο συνιστώσες μια οριζόντια και μια κατακόρυφη, όπως στο διπλανό σχήμα. Η γωνία μεταξύ της δύναμης Ν1 και της οριζόντιας διεύθυνσης είναι ίση με την γωνία θ που σχηματίζει η δοκός με τον τοίχο (οξείες γωνίες με κάθετες πλευρές), οπότε:

*Ν1x=Ν1∙συνθ=97,6∙0,8Ν =78Ν* και *Ν1y=Ν1∙ημθ=97,6∙0,6Ν=58,6Ν*

Αλλά τότε εφαρμόζουμε την συνθήκη ισορροπίας (1) σε άξονες, παίρνοντας:

*ΣFx=0 → Ν1x-F-Τ=0 → Τ=Ν1x-F=78Ν-25Ν=53Ν*

* 1. Έστω για οριζόντια δύναμη μέτρου F1 η δοκός χάνει οριακά την επαφή της με το έδαφος, ενώ ισορροπεί στην αρχική τη θέση. Τότε οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω της, είναι αυτές του διπλανού σχήματος. Παίρνουμε τις ροπές ως προς το σημείο Ο και έχουμε:

*Στο=0 → F1∙d1-w∙d2=0 →*



* 1. Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις στην δοκό, μόλις η οριζόντια δύναμη F, αποκτήσει φορά προς τα δεξιά. Υποθέτουμε ότι η δοκός ισορροπεί και εφαρμόζουμε τις εξισώσεις (1) και (2) για την ισορροπία της, δουλεύοντας όπως και στα παραπάνω ερωτήματα.

Παίρνοντας τις ροπές ως προς το άκρο Β της δοκού, έχουμε:



Οπότε αναλύοντας την δύναμη Ν2 σε δύο συνιστώσες, παίρνουμε:

*Ν2x=Ν2∙συνθ=48,8∙0,8Ν =39Ν* και *Ν2y=Ν2∙ημθ=48,8∙0,6Ν=29,3Ν*

Και από την εξίσωση (1), για την ισορροπία στους άξονες x και y βρίσκουμε:

*ΣFx=0 → Ν2x+F-Τ΄=0 → Τ΄=Ν2x+F=39Ν+25Ν=64Ν*

*ΣFy=0 → Ν2x+Ν΄ -w=0 → Ν΄=w-Ν2y=200Ν-29,3Ν=170,7Ν*

Η μέγιστη δυνατή στατική τριβή που μπορεί να αναπτυχθεί μεταξύ δοκού και οριζοντίου εδάφους (η οριακή τριβή) έχει μέτρο:

*Τορ=μs∙Ν΄=0,5∙170,7Ν≈85,4Ν*

Βλέπουμε δηλαδή ότι η μέγιστη στατική τριβή που μπορεί να αναπτυχθεί έχει μέτρο 85,4Ν, πολύ μεγαλύτερη από την απαραίτητη για την ισορροπία, στατική τριβή και η δοκός θα ισορροπήσει.

***Σχόλιο:***

Η ισορροπία είναι εξασφαλισμένη με την δύναμη F προς τα αριστερά; Μπορείτε να το ελέγξετε;

***dmargaris@gmail.com***