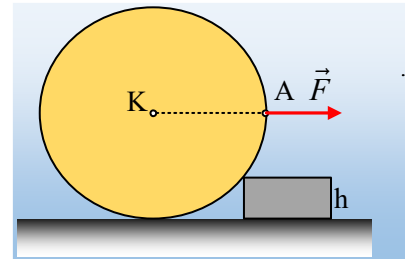


Ο κύλινδρος και το σκαλοπάτι.

Ο ομογενής κύλινδρος του σχήματος, βάρους w και ακτίνας R , ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, σε επαφή με σκαλοπάτι ύψους $h=0,4R$. Σε μια στιγμή στο άκρο A μιας οριζόντιας ακτίνας του ασκούμε, μέσω νήματος, μια οριζόντια δύναμη F , μέτρου $F=w$, όπως στο σχήμα.



A) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

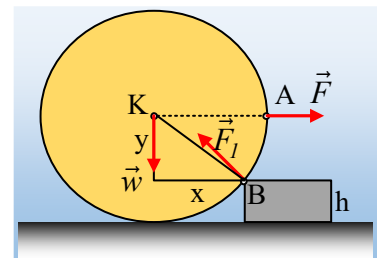
- i) Ο κύλινδρος θα υπερπηδήσει το σκαλοπάτι.
- ii) Αν το σκαλοπάτι είναι λείο, ο κύλινδρος θα ισορροπήσει.
- iii) Ο κύλινδρος θα ισορροπήσει, μόνο αν εμφανιστεί τριβή μεταξύ κυλίνδρου και σκαλοπατιού.

B) Να υπολογίσετε, σε συνάρτηση με το βάρος w του κυλίνδρου:

- i) Την αντίδραση από το οριζόντιο επίπεδο, η οποία ασκείται στον κύλινδρο.
- ii) Την δύναμη που ασκεί στον κύλινδρο το σκαλοπάτι.

Απάντηση:

- i) Αν δεχτούμε ότι ο κύλινδρος αρχίζει να υπερπηδά το σκαλοπάτι, τότε αρχίζει να στρέφεται γύρω από το σημείο B , χάνοντας την επαφή με το οριζόντιο επίπεδο, αλλά τότε δέχεται τις δυνάμεις που φαίνονται στο σχήμα και θα ισχύει:

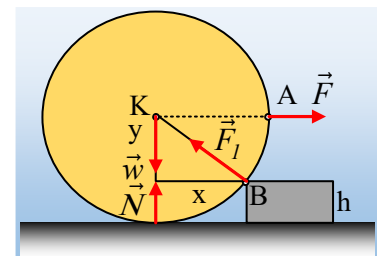


$$\tau_{F,B} \geq \tau_{w,B} \rightarrow F \cdot y \geq w \cdot x \rightarrow y \geq x \quad (1)$$

$$\text{Όπου } y=R-h=0,6R \text{ και } x = \sqrt{R^2 - y^2} = \sqrt{R^2 - (0,6R)^2} = \sqrt{0,64R^2} = 0,8R.$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι $x > y$ και η (1) δεν ισχύει. Άρα ο κύλινδρος δεν μπορεί να χάσει την επαφή με το οριζόντιο επίπεδο και δεν θα υπερπηδήσει το σκαλοπάτι.

- ii) Αν δεν αναπτύσσεται τριβή μεταξύ σκαλοπατιού και κυλίνδρου στο σημείο B , τότε η δύναμη F_1 από το σκαλοπάτι, θα είναι κάθετη στην επιφάνεια, αλλά τότε δεν θα έχει την κατεύθυνση που δείχνει το παραπάνω σχήμα, αλλά θα κατευθύνεται στο κέντρο K , όπως στο διπλανό σχήμα.



Αλλά τότε όλες οι δυνάμεις συντρέχουν στο κέντρο K , ως προς το οποίο η συνολική ροπή τους είναι μηδενική και ο κύλινδρος δεν θα αρχίσει να στρέφεται, ως προς οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο K . Εξάλλου σύμφωνα με το προηγούμενο ερώτημα, ο κύλινδρος δεν θα υπερπηδήσει το σκαλοπάτι, οπότε θα είχαμε μετακίνηση του κέντρου του K , συνεπώς ισορροπεί.

- iii) Με βάση το προηγούμενο ερώτημα δεν χρειάζεται να εμφανιστεί καμιά τριβή για να εξασφαλιστεί η ισορροπία. Η πρόταση είναι λανθασμένη.

Εξάλλου αν εμφανιζόταν δύναμη τριβής, που αναγκαστικά είναι εφαπτομενική στον κύκλο, τότε η συνολική ροπή των δυνάμεων, ως προς το Κ θα ήταν διάφορη του μηδενός και θα είχαμε περιστροφή του κυλίνδρου και όχι ισορροπία!”

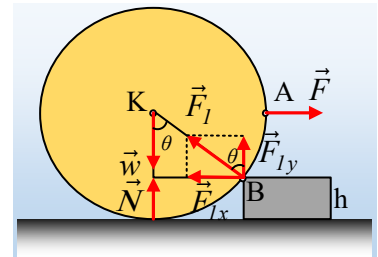
B) Με βάση το παραπάνω σχήμα και στηριζόμενοι στην ισορροπία του κυλίνδρου θα έχουμε:

i) Η συνολική ροπή των δυνάμεων ως προς το σημείο Β, θα είναι μηδενική, οπότε:

$$\begin{aligned}\Sigma\tau_B = 0 &\rightarrow \tau_F + \tau_w + \tau_N + \tau_{F_l} = 0 \rightarrow \\ &-F \cdot y + w \cdot x - N \cdot x + 0 = 0 \rightarrow \\ &-w \cdot 0,6R + w \cdot 0,8R - 0,8N = 0 \rightarrow \\ &N = 0,25w\end{aligned}$$

ii) Αναλύουμε την δύναμη F_l από το σκαλοπάτι σε μια οριζόντια και μια κατακόρυφη συνιστώσα, όπως στο διπλανό σχήμα. Από την ισορροπία του κυλίνδρου παίρνουμε:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \rightarrow F - F_{lx} = 0 \rightarrow F_l \cdot \eta \mu \theta = F \rightarrow \\ \Sigma F_y = 0 \rightarrow F_{ly} + N - w = 0 \end{cases}$$



$$F_l = \frac{F}{\eta \mu \theta} = \frac{w}{x/R} = \frac{w}{0,8} = 1,25w$$

dmargaris@gmail.com