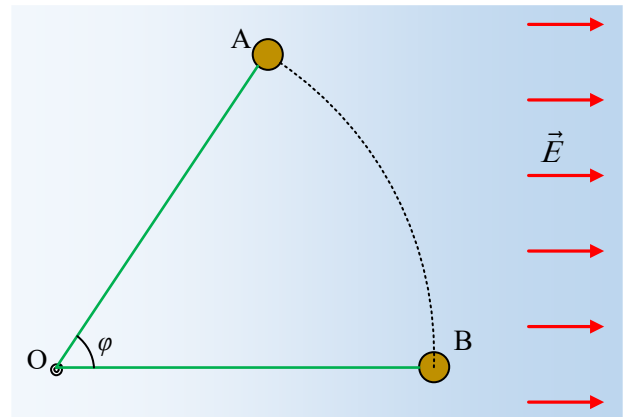


Φορτισμένη σφαίρα σε ΟΗΠ

Ένα μικρό φορτισμένο σφαιρίδιο μάζας $m=8\text{g}$ φέρει φορτίο $q=1\mu\text{C}$ και είναι δεμένη στο άκρο μονωτικού και μη ελαστικού νήματος, μήκους $l=2\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου δένεται σε ένα ακλόνητο σημείο O , ενός μονωτικού και λείου οριζοντίου επιπέδου. Φέρνουμε τη σφαίρα στη θέση A , του οριζοντίου επιπέδου, με το νήμα τεντωμένο και την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί. Στον χώρο υπάρχει ένα ομογενές οριζόντιο ηλεκτρικό πεδίο έντασης $E=4.000\text{V/m}$, με διεύθυνση που σχηματίζει γωνία $\varphi=60^\circ$ με την διεύθυνση OA .



- i) Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση της σφαίρας, μόλις αφεθεί ελεύθερη στη θέση A .
- ii) Ποια η ταχύτητα της σφαίρας στη θέση B , όπου το νήμα είναι παράλληλο με την ένταση του πεδίου;
- ii) Να υπολογισθεί η τάση του νήματος στη θέση B .

Απάντηση:

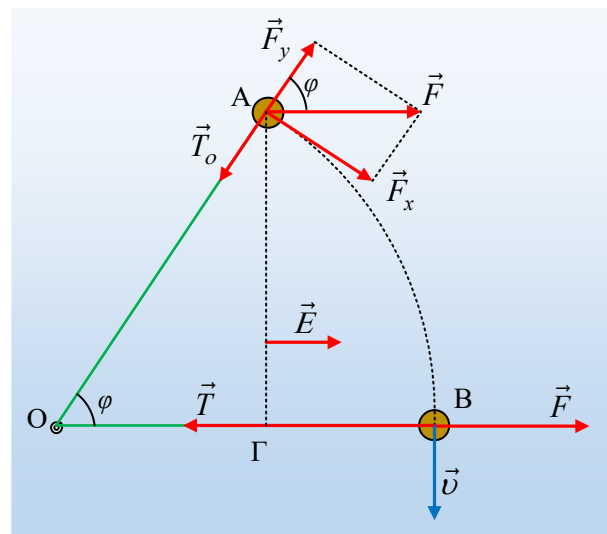
- i) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι οριζόντιες δυνάμεις που ασκούνται στο σφαιρίδιο, όπου F η δύναμη από το ηλεκτρικό πεδίο και T_o η τάση του νήματος. Αναλύουμε την δύναμη σε δύο συνιστώσες, μια στην διεύθυνση του νήματος, όπου η συνισταμένη είναι μηδενική (οπότε και $T_o=F_y$) και μια στην εφαπτομένη στην τροχιά στην οποία πρόκειται να κινηθεί το σφαιρίδιο, την F_x , η οποία θα προκαλέσει την επιτάχυνση του σφαιριδίου. Από τον θεμελιώδη νόμο τη δυναμικής παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F} &= m\vec{a} \rightarrow F_x = ma \rightarrow \\ F \eta \mu \theta &= ma \rightarrow a = \frac{qE \cdot \eta \mu \theta}{m} \\ a &= \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 4.000 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{8 \cdot 10^{-3}} \text{ m/s}^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

Με κατεύθυνση αυτή της συνιστώσας F_x .

- ii) Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σφαιρίδιο, από την θέση A μέχρι να φτάσει στη θέση B :

$$K_B - K_A = W_F + W_T \quad (1)$$



Όμως το έργο της τάσης είναι μηδενικό (δύναμη κάθετη στην μετατόπιση), ενώ η δύναμη του ηλεκτροστατικού πεδίου είναι συντηρητική, με αποτέλεσμα το έργο της να μην εξαρτάται από τη διαδρομή, οπότε θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε το έργο της στην διαδρομή ΑΓΒ, όπου η ΑΓ η κάθετη στην ΑΒ:

$$W_F = W_{AB} = W_{AG} + W_{GB} = 0 + F(GB) = qE(\ell - \ell \cos \nu \varphi) = \frac{1}{2} qE\ell \xrightarrow{(1)}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m v^2 - 0 &= \frac{1}{2} qE\ell + 0 \rightarrow \\ v &= \sqrt{\frac{qE\ell}{m}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 4.000 \cdot 2}{8 \cdot 10^{-3}}} m/s = 1 m/s. \end{aligned}$$

iii) Η ταχύτητα στη θέση Β, είναι κάθετη στο νήμα, ενώ οι δυνάμεις που ασκούνται στο σφαιρίδιο φαίνονται στο παραπάνω σχήμα, με τη συνισταμένη να παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης:

$$\begin{aligned} \Sigma F = F_{\kappa} &= m \frac{v^2}{R} \rightarrow T - F = m \frac{v^2}{R} \rightarrow \\ T = qE + m \frac{v^2}{\ell} &= 10^{-6} \cdot 4.000 N + 8 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1^2}{2} N = 8 \cdot 10^{-3} N \end{aligned}$$

dmargaris@gmail.com