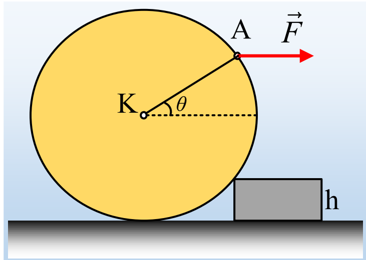
Άλλη μια ισορροπία κυλίνδρου με εμπόδιο



Ο ομογενής κύλινδρος του σχήματος, βάρους w=100N και ακτίνας R, ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, σε επαφή με σκαλοπάτι ύψους h=0,4R. Σε μια στιγμή στο άκρο Α μιας ακτίνας, η οποία σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ=30°, ασκούμε μέσω νήματος, μια οριζόντια δύναμη F, μέτρου F=40N, όπως στο σχήμα και βλέπουμε τον κύλινδρο να παραμένει ακίνητος.

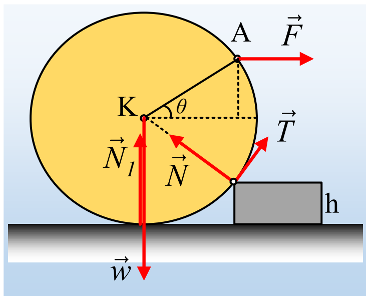
i) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο και να εξηγήσετε γιατί δεν μπορεί το σκαλοπάτι να είναι λείο.

ii) Να υπολογίστε την τριβή που ασκείται στον κύλινδρο από το σκαλοπάτι.

iii) Πόση δύναμη δέχεται ο κύλινδρος από το οριζόντιο επίπεδο;

iv) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ κυλίνδρου και σκαλοπατιού, για να εξασφαλίζεται η παραπάνω ισορροπία;

Απάντηση:



i) Στο διπλανό σχήμα, έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο, όπου η δύναμη από το εμπόδιο αναλύεται σε δύο συνιστώσες, την κάθετη (στην επιφάνεια επαφής) αντίδραση Ν και την τριβή Τ. Αν το σκαλοπάτι ήταν λείο, τότε η μόνη δύναμη η οποία θα είχε ροπή ως προς το κέντρο Κ του κυλίνδρου, θα ήταν η δύναμη F, αφού όλες οι υπόλοιπες δυνάμεις (w, N_1 και Ν) διέρχονται από το Κ. Αλλά τότε η συνολική ροπή ως προς Κ θα ήταν διάφορη του μηδενός και ο κύλινδρος δεν θα ισορροπούσε. Άρα για να εξουδετερώνεται η ροπή της F, θα πρέπει να ασκηθεί τριβή με κατεύθυνση όπως στο σχήμα.

ii) Από την ισορροπία του κυλίνδρου παίρνουμε ότι:

$$\Sigma F = 0 \quad (1) \qquad \text{και} \qquad \Sigma\tau = 0 \quad (2)$$

Από την εξίσωση (2) για τις ροπές ως προς το κέντρο Κ, παίρνουμε:

$$\tau_w + \tau_{N_1} + \tau_N + \tau_T + \tau_F = 0 \rightarrow$$

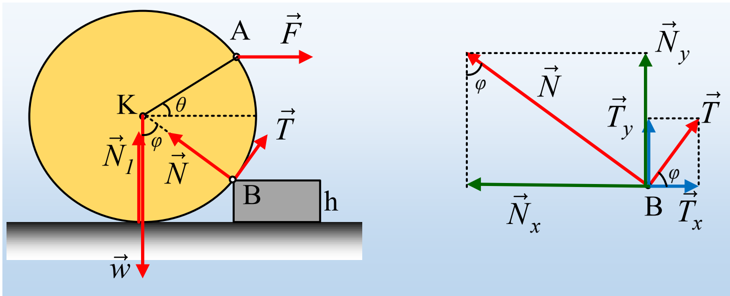
$$0 + 0 + 0 + T \cdot R - F \cdot R\eta\mu\theta = 0 \rightarrow$$

$$T = \frac{F \cdot R\eta\mu\theta}{R} = F \cdot \eta\mu\theta = 40 \cdot \frac{1}{2} N = 20N$$

iii) Αν Β το σημείο επαφής του κυλίνδρου με το εμπόδιο, τότε για την γωνία φ που σχηματίζει η ακτίνα ΒΚ με την κατακόρυφο (στο παρακάτω σχήμα), ισχύει:

$$\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{R-h}{R} = \frac{R-0,4R}{R} = 0,6 \rightarrow \quad \eta\mu\varphi = 0,8$$

Τότε, αν αναλύσουμε την κάθετη αντίδραση από το εμπόδιο και την τριβή σε δύο συνιστώσες, μια οριζόντια και μια κατακόρυφη, όπως εμφανίζονται αναλυτικά στο δεύτερο σχήμα, παίρνουμε:



$$N_x=N\cdot\eta\mu\varphi,\ N_y=N\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi \text{ και } T_x=T\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi,\ T_y=T\cdot\eta\mu\varphi$$

Τότε η εξίσωση (1) από την ισορροπία του κυλίνδρου παίρνουμε τις εξισώσεις:

$$\Sigma F_x=0 \rightarrow F\text{-}N_x+T_x=0 \rightarrow N\cdot\eta\mu\varphi - T\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi=F \rightarrow 0{,}8N=0{,}6\cdot 20N+40N \rightarrow$$

$$N=65N$$

$$\Sigma F_y=0 \rightarrow N_1+N_y+T_y\text{-}\ w=0 \rightarrow N_1=w\text{-}T_y\text{-}\ N\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi=100N\text{-}20\cdot 0{,}8N\text{-}65\cdot 0{,}6N \rightarrow$$

$$N_1=45N$$

iv) Για να εξασφαλίζεται η παραπάνω ισορροπία, θα πρέπει η ασκούμενη τριβή από το εμπόδιο, να είναι στατική, οπότε:

$$T \le T_{o\rho} \rightarrow T \le \mu_s N \rightarrow \mu_s \ge \frac{T}{N} \rightarrow$$
$$\mu_s \ge \frac{20N}{65N} \rightarrow \mu_s \ge \frac{4}{13}$$

dmargaris@gmail.com