# Η ισορροπία και η κίνηση μιας ράβδου

Στο σχήμα βλέπετε μια οριζόντια ομογενή ράβδο ΑΒ μήκους 2m και βάρους 100Ν, όπου το άκρο της Α στηρίζεται σε κεκλιμένο επίπεδο, κλίσεως θ (ημθ=0,8), ενώ το άλλο της άκρο Β είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου, μη εκτατού νήματος.

i) Υποστηρίζεται ότι αν το επίπεδο είναι λείο, η εικόνα δείχνει μια ράβδο σε ισορροπία. Να εξετάσετε αν αυτό μπορεί να συμβαίνει.

ii) Αν το επίπεδο δεν είναι λείο και η ράβδος ισορροπεί, να υπολογιστεί η τριβή που ασκείται στη ράβδο.

iii) Αν η ράβδος έχει αφεθεί να κινηθεί, σε επαφή με το επίπεδο και τη στιγμή που η ράβδος βρίσκεται στη θέση του σχήματος το άκρο της Β έχει ταχύτητα μέτρου υ1=3m/s, με το νήμα τεντωμένο, ζητούνται για την θέση αυτή:

α) Ποια η διεύθυνση της ταχύτητας του Β;

β) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του άκρου Α της ράβδου.

γ) Η ταχύτητα (υcm) του μέσου Κ της ράβδου καθώς και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της.

***Απάντηση:***

* 1. Αν το επίπεδο είναι λείο, τότε στη ράβδο ασκούνται οι δυνάμεις που φαίνονται στο διπλανό σχήμα, όπου Ν η κάθετη αντίδραση του επιπέδου. Αλλά τότε ως προς το σημείο Γ, σημείο τομής των φορέων της Ν και του βάρους, με την υπόθεση ότι η ράβδος ισορροπεί, θα ισχύει:

Στ=0 → Ν∙0+w∙0+Τ∙d=0

Πράγμα άτοπο. Άρα η ράβδος δεν μπορεί να ισορροπεί, αν το επίπεδο είναι λείο.

Εναλλακτικά θα μπορούσαμε να δουλέψουμε με τη συνισταμένη δύναμη και τη συνθήκη ΣF=0. Εδώ όμως η Ν θα μας δώσει μια οριζόντια συνιστώσα, οπότε ΣFx≠0 και η ράβδος δεν ισορροπεί.

* 1. Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις, στην περίπτωση που η ράβδος ισορροπεί ενώ πάνω της ασκείται δύναμη  από το κεκλιμένο επίπεδο. Από τη συνθήκη ισορροπίας της ράβδου παίρνουμε:



Η (1) γράφεται:



Αλλά αφού βάρος και τάση του νήματος είναι κατακόρυφες και η δύναμη F, ως αντίθετη της συνισταμένης τους, είναι επίσης κατακόρυφη.

Ερχόμαστε τώρα στην (2) παίρνοντας το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών ως προς το άκρο Β:



Οπότε για το μέτρο της ασκούμενης τριβής *fs* (η συνιστώσα της F η παράλληλη στο επίπεδο) έχουμε:

*fs =F∙ημθ=50Ν∙0,8=40Ν*

Εναλλακτικά θα μπορούσε κάποιος να αναλύσει την τριβή και την Ν σε συνιστώσες, μια οριζόντια και μια κατακόρυφη, δουλεύοντας με άξονες και την ισορροπία ΣFx=0 και ΣFy=0.

* 1. α) Εστω ότι η ταχύτητα του άκρου Β είναι η υΒ, όπως στο πρώτο σχήμα.

Τότε αναλύοντάς την σε μια οριζόντια και μια κατακόρυφη συνιστώσα, θα είχαμε το άκρο του νήματος να έχει στην κατακόρυφη διεύθυνση ταχύτητα ίση με υΒy, πράγμα που θα μπορούσε να συμβεί μόνο αν αυξανόταν το μήκος του, πράγμα αδύνατο. Με την ίδια λογική η ταχύτητα του άκρου Β δεν θα μπορούσε να ήταν πλάγια με φορά προς τα πάνω, αφού το νήμα θα χαλάρωνε. Δεν μένει παρά η ταχύτητα υ1 να είναι οριζόντια, όπως στο δεύτερο σχήμα.

β) Στο διπλανό σχήμα έχει σημειωθεί η ταχύτητα του μέσου της ράβδου Κ (υκ=υcm), καθώς και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της ράβδου, αντίθετη από την φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, θεωρώντας την κίνηση σύνθετη. Αλλά τότε η ταχύτητα του άκρου Β θα προκύψει ως το διανυσματικό άθροισμα της υcm και της υγρ, κάθετης στη ράβδο όπως στο σχήμα. Αλλά αφού η ταχύτητα του άκρου Β είναι οριζόντια θα ισχύει:

*υcmx=υ1=3m/s* και  (1)

Εξάλλου η ταχύτητα του άκρου Α, θα έχει την διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου (το άκρο Α γλιστράει πάνω στο επίπεδο), ενώ θα είναι ίση με το διανυσματικό άθροισμα . Η οριζόντια συνιστώσα της υΑ, δεν είναι άλλη παρά η συνιστώσα που οφείλεται στην κίνηση του κέντρου μάζας η υcmx, ενώ η κατακόρυφη συνιστώσα της έχει μέτρο:

 (2) →



γ) Για την κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας του άκρου Α, θα έχουμε:



Με βάση δε το Π.Θ. για το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας Κ, θα έχουμε:

 ενώ



***dmargaris@gmail.com***