# Οι δυναμικές ενέργειες μεταβάλλονται.

|  |
| --- |
|  |

Ένα σώμα ηρεμεί στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου, έχοντας επιμηκύνει το ελατήριο κατά d. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω επίσης κατά d και τη χρονική στιγμή t=0 το αφήνουμε ελεύθερο, οπότε εκτελεί ΑΑΤ. Τη στιγμή t1=Τ/3, όπου Τ η περίοδος ταλάντωσης, το σώμα περνά από μια θέση Γ. Για τη θέση αυτή και θεωρώντας θετική την προς τα πάνω κατεύθυνση, να βρεθούν:

i) Η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του.

ii) Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος.

iii) Το ποσοστό της ενέργειας ταλάντωσης, το οποίο εμφανίζεται με τη μορφή της κινητικής ενέργειας του σώματος.

iv) Αν η κινητική ενέργεια του σώματος, στη θέση Γ, μειώνεται κατά 10J/s, να υπολογιστούν οι ρυθμοί μεταβολής:

α) της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης.

β) της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g.

***Απάντηση:***

|  |
| --- |
|  |

Το σώμα στη θέση ισορροπίας, x=0, δέχεται τις δυνάμεις οι οποίες έχουν σημειωθεί στο διπλανό σχήμα, όπου:

*ΣF=0 → Fελ=w ή k∙Δℓ=mg ή kd=mg* (1).

1. Το σώμα εκτρέπεται μέχρι τη θέση x=-d (αφού τα θετικά είναι προς τα πάνω) και αφήνεται χωρίς αρχική ταχύτητα, συνεπώς το πλάτος ταλάντωσης είναι ίσο με d (Α=d) και από τη γενική εξίσωση για την απομάκρυνσή του:

*x=Α∙ημ(ωt+φ0) (2)*

Θέτοντας t=0 και x=-Α, παίρνουμε:

-Α=Α∙ημφ0 → ημφ0=-1 ή 

Αλλά τότε με αντικατάσταση στην σχέση (2) t1=Τ/3 θα έχουμε:



Το σώμα δηλαδή βρίσκεται πάνω από τη θέση ισορροπίας του σε απομάκρυνση x1=+d/2 κινούμενο με θετική ταχύτητα (ας σκεφτούμε ότι η άνοδός του, μέχρι την πάνω ακραία θέση διαρκεί Τ/2…)

1. Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας λέγεται και επιτάχυνση! Αλλά η επιτάχυνση, μπορεί να υπολογιστεί από το 2ο νόμο του Νεύτωνα:

ΣF=mα → 

Όμως από την (1)  και με αντικατάσταση παίρνουμε:



Όπου το (-) μας δείχνει ότι η επιτάχυνση έχει κατεύθυνση προς τα κάτω, προς τη θέση ισορροπίας.

Προφανώς θα μπορούσε κάποιος να χρησιμοποιήσει για τον υπολογισμό της επιτάχυνση και την εξίσωση α=-ω2∙Α∙ημ(ωt+φ0) …

1. Η ενέργεια ταλάντωσης στη θέση Γ, εμφανίζεται ως κινητική και ως δυναμική, οπότε:

→ →



Αλλά αν η κινητική ενέργεια είναι τα ¾ της ολικής ενέργειας, ισοδύναμα μπορεί να εκφραστεί και ως ποσοστό ως 75%! Θέλουμε μαθηματικά; Το ζητούμενο ποσοστό είναι:



1. Αφού η ενέργεια ταλάντωσης παραμένει σταθερή, αν μειώνεται η κινητική ενέργεια, τότε ισοδύναμα αυξάνεται η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.

α) Συνεπώς στην θέση Γ η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης αυξάνεται κατά 10J/s ή ισοδυναμα ο ρυθμός μεταβολής της είναι ίσος με .

Θα μπορούσαμε να το πούμε με «περισσότερα» μαθηματικά;

 Αν Κ+U=σταθ., τότε ΔΚ+ΔU=0 ή



|  |
| --- |
|  |

β) Ας δούμε τι ακριβώς συμβαίνει στη θέση Γ. Στο διπλανό σχήμα έχουμε σχεδιάσει τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, στη θέση Γ.

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος στη θέση αυτή είναι ίσος με:



Αλλά τότε:

 (3)

 δηλαδή ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης, είναι ίσος με το αντίθετο της ισχύος της δύναμης επαναφοράς.

Ας έρθουμε τώρα στο ελατήριο. Η ισχύς της δύναμης του ελατηρίου , ίση με το ρυθμό με τον οποίο το ελατήριο προσφέρει ενέργεια στο σώμα, είναι ίση:



Αλλά η ισχύς αυτή θα είναι αντίθετη με τον ρυθμό με τον οποίο μεταβάλλεται η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου (για παράδειγμα αν το σώμα **παίρνει** ενέργεια 2J/s από το ελατήριο, τότε το ελατήριο **χάνει** ενέργεια 2J/s), οπότε:

 (4)

Με διαίρεση κατά μέλη των (4) και (3) παίρνουμε:

→



***Σχόλιa:***

1. Το σώμα στη θέση Γ απομακρύνεται από τη θέση ισορροπίας του και η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης αυξάνεται , αντίθετα πλησιάζει τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, με αποτέλεσμα η ελαστική δυναμική ενέργεια παραμόρφωσης του ελατηρίου, να μειώνεται 
2. Η δυναμική ενέργεια, συνδέεται με το έργο μιας συντηρητικής δύναμης. Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης συνδέεται με το έργο της δύναμης επαναφοράς, οπότε , ενώ η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου, με το έργο της δύναμης του ελατηρίου, όπου 

|  |
| --- |
|  |

1. Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου, μεταβάλλεται μέσω του έργου της δύναμης που δέχεται το ελατήριο από το σώμα. Η δύναμη αυτή, είναι η αντίδραση της , η  μέτρου . Αλλά τότε ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του ελατηρίου, θα είναι ίσος με το ρυθμό που η παραπάνω δύναμη παράγει έργο, οπότε:



***dmargaris@gmail.com***