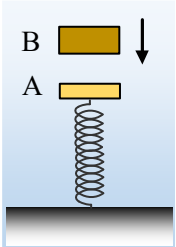
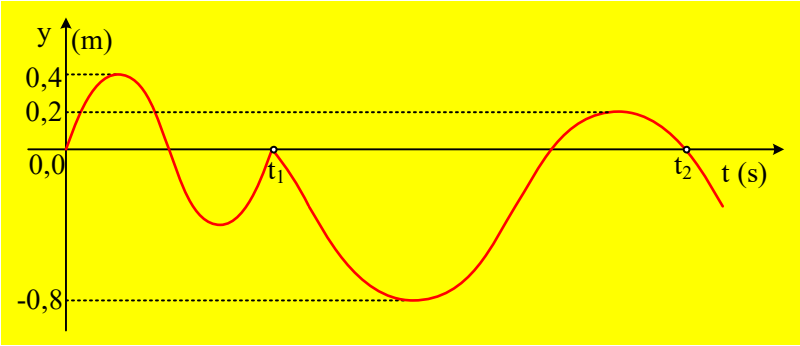
Ακόμη μια ανάκριση ενός διαγράμματος…



Μια πλάκα Α μάζας m_1=1kg, ηρεμεί στο πάνω άκρο Ο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθερά k=100N/m. Κάποια στιγμή εκτρέπουμε την πλάκα κατακόρυφα και αφήνοντάς την ελεύθερη, εκτελεί αατ. Θεωρώντας y=0, την αρχική θέση ισορροπίας Ο της πλάκας Α και t=0 τη στιγμή όπου αυτή περνά από την θέση Ο με κατεύθυνση προς τα πάνω (θετική κατεύθυνση), σχεδιάσαμε την γραφική παράσταση y-t, για την πλάκα Α, λαμβάνοντας το παρακάτω διάγραμμα, ενώ μας δίνεται ότι τη στιγμή t_1, η πλάκα Α συγκρούεται κεντρικά με ένα δεύτερο σώμα Β, μάζας m_2, το οποίο πέφτει κατακόρυφα.



i) Να εξηγήσετε γιατί η παραπάνω κρούση, μεταξύ των δύο σωμάτων, είναι πλαστική, βρίσκοντας τα πλάτη ταλάντωσης πριν και μετά την κρούση.

ii) Να υπολογιστεί η μάζα του σώματος Β.

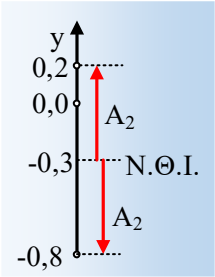
iii) Να βρείτε τις χρονικές στιγμές t_1 που έγινε η κρούση και t_2 που η πλάκα περνά από το Ο για δεύτερη φορά μετά την κρούση.

iv) Να βρεθεί η ταχύτητα της πλάκας Α, ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την κρούση.

v) Να υπολογιστεί η απώλεια της κινητικής ενέργειας κατά τη διάρκεια της πλαστικής κρούσης μεταξύ των δύο σωμάτων.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

Απάντηση:



i) Μέχρι τη στιγμή της κρούσης t_1 η πλάκα ταλαντώνεται με πλάτος A_1=0,4m, με βάση το διάγραμμα. Μετά την κρούση, η πλάκα ταλαντώνεται μεταξύ των θέσεων y_1=-0,8m και y_2=+0,2m. Η απόσταση:

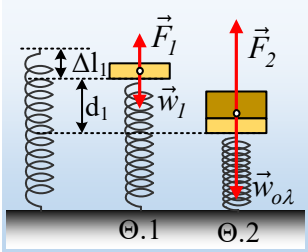
$$d=y_2-y_1=0,2m-(-0,8m) = 1m$$

είναι η απόσταση μεταξύ των ακραίων θέσεων, ίση δηλαδή με το διπλάσιο του πλάτους της νέας ταλάντωσης που θα ακολουθήσει. Αλλά τότε A_2= ½ d= 0,5m.

Έτσι ενώ η αρχική θέση ισορροπίας Θ.1 είναι η θέση y=0, η νέα θέση ισορροπίας, είναι η ενδιάμεση μεταξύ των δύο ακραίων θέσεων, δηλαδή η θέση y΄=-0,3m. Αυτό όμως σημαίνει ότι μετά την κρούση, έχουμε αλλαγή στην θέση ισορροπίας της ταλάντωσης, πράγμα που σημαίνει ότι η κρούση είναι πλαστική,

αφού για να μεταβληθεί η θέση ισορροπίας, πρέπει να άλλαξε η μάζα του ταλαντούμενου σώματος.

ii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις στην πλάκα Α, στην αρχική θέση ισορροπίας Θ.1 και στο συσσωμάτωμα στην νέα θέση ισορροπίας του, Θ.2. Από την συνθήκη ισορροπίας, για κάθε θέση, παίρνουμε:



Θ.1: $\Sigma F=0 \rightarrow F_1\text{-}w_1=0 \rightarrow k\cdot\Delta\ell_1 = m_1 g \quad (1)$

Θ.2: $\Sigma F=0 \rightarrow F_2\text{-}w_{o\lambda}=0 \rightarrow$ με $d_1=|y'|=0,3m$ παίρνουμε:

$$k\cdot\left(\Delta\ell_1+d_1\right)=\left(m_1+m_2\right)g \xrightarrow{(1)} m_2=\frac{k\cdot d_1}{g}=\frac{100\cdot 0,3}{10}kg=3kg$$

iii) Με βάση το διάγραμμα $t_1=T_1=2\pi\sqrt{\frac{m_1}{D}}=2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{1}{100}}s=0,2\pi\ \ s$, ενώ $t_2\text{-}t_1=T_2$, οπότε

$$t_2=t_1+T_2=0,2\pi\ \ s+2\pi\sqrt{\frac{m_1+m_2}{k}}=0,2\pi\ \ s+2\pi\sqrt{\frac{4}{100}}s=0,2\pi\ \ s+0,4\pi\ \ s=0,6\pi\ \ s$$

iv) Τη στιγμή t_1 η πλάκα φτάνει στην θέση ισορροπίας του έχοντας μέγιστη ταχύτητα, με φορά προς τα πάνω και μέτρο:

$$\upsilon_1=\omega_1 A_1=\sqrt{\frac{k}{m_1}}A_1=\sqrt{\frac{100}{1}}0,4m/s=4m/s$$

Από την ενέργεια ταλάντωσης, για την 2η ταλάντωση, μετά την κρούση παίρνουμε:

$$K+U=E_2 \rightarrow \frac{1}{2}\left(m_1+m_2\right)V_\kappa^2+\frac{1}{2}ky_1^2=\frac{1}{2}kA_2^2 \rightarrow$$

$$|V_\kappa|=\sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}\left(A_2^2-y_1^2\right)}=\sqrt{\frac{100}{1+3}\left(0,5^2-0,3^2\right)}m/s=2m/s$$

Με φορά προς τα κάτω, αφού το συσσωμάτωμα κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση, μετά την κρούση.

v) Από την αρχή διατήρηση της ορμής (με θετική κατεύθυνση προς τα πάνω) παίρνουμε:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu}=\vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \rightarrow m_1\upsilon_1+m_2\upsilon_2=\left(m_1+m_2\right)V_\kappa \rightarrow$$

$$\upsilon_2=\frac{\left(m_1+m_2\right)V_\kappa-m_1\upsilon_1}{m_2}=\frac{(1+3)(-2)-1\cdot 4}{3}m/s=-4m/s$$

Οπότε η απώλεια της κινητικής κρούσης του συστήματος των δύο σωμάτων, εξαιτίας της πλαστικής μεταξύ τους κρούσης, είναι:

$$\Delta K=K_{\alpha\rho\chi}-K_{\tau\varepsilon\lambda}=\left(\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2+\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2\right)-\frac{1}{2}\left(m_1+m_2\right)V_\kappa^2 \rightarrow$$

$$\Delta K=\frac{1}{2}(1\cdot 4^2+3\cdot 4^2)J-\frac{1}{2}(1+3)\cdot 2^2 J=24J$$

dmargaris@gmail.com