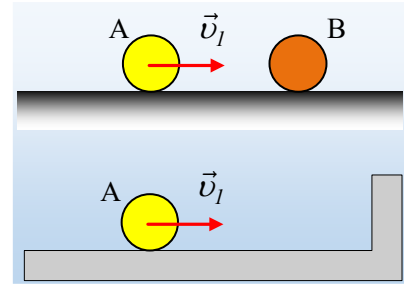


Έργα και ενέργειες σε δύο ελαστικές κρούσεις

Μια σφαίρα Α μάζας $m=1\text{kg}$ κινείται (χωρίς να περιστρέφεται) με ταχύτητα $v_1=4\text{m/s}$, σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερη σφαίρα, ίσης ακτίνας και μάζας $M=4\text{kg}$ η οποία είναι ακίνητη.

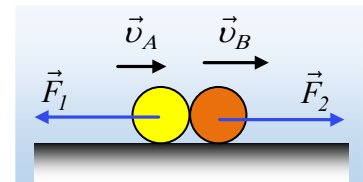


- Να αποδείξετε ότι κάποια στιγμή t_1 στη διάρκεια της κρούσης μηδενίζεται η ταχύτητα της Α σφαίρας.
- Πόση είναι η μείωση ΔK της κινητικής ενέργειας, τη στιγμή t_1 ;
- Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης που θα ασκηθεί στη σφαίρα Α, από τη στιγμή t_1 μέχρι το τέλος της κρούσης.
- Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις στα παραπάνω ερωτήματα, αν η σφαίρα Α συγκρουστεί ελαστικά με κατακόρυφο τοίχο, όπως στο δεύτερο σχήμα;

Απάντηση:

- Υπολογίζουμε την ταχύτητα της Α σφαίρας μετά την κρούση:

$$v'_1 = \frac{m-M}{m+M} v_1 = \frac{1-4}{1+4} 4\text{m/s} = -2,4\text{m/s}$$



Συνεπώς στη διάρκεια της κρούσης η Α σφαίρα δέχεται δύναμης κρούσης

F_1 , όπως στο σχήμα, η οποία μεταβάλλει την ταχύτητα από $v_1=4\text{m/s}$ προς τα δεξιά σε $2,4\text{m/s}$ με φορά προς τα αριστερά. Προφανώς για να συμβεί αυτό, κάποια στιγμή η τιμή της ταχύτητας μηδενίστηκε.

- Η **μείωση** της κινητικής ενέργειας μεταξύ μιας στιγμής πριν την κρούση και της στιγμής t_1 είναι ίση:

$$\Delta K = K_{\alpha\rho\chi} - K_{t_1} = \frac{1}{2} m v_1^2 - \left(\frac{1}{2} m v_{t_1}^2 + \frac{1}{2} M v_{2t_1}^2 \right)$$

Όμως από την **διατήρησης** της ορμής στο παραπάνω χρονικό διάστημα παίρνουμε:

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{t_1} \xrightarrow{\text{αλγεβρικά}} m v_1 + 0 = 0 + M v_{2t_1} \rightarrow$$

$$v_{2t_1} = \frac{m v_1}{M} = \frac{1 \cdot 4}{4} \text{m/s} = 1\text{m/s} \rightarrow$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} m v_1^2 - \left(0 + \frac{1}{2} M v_{2t_1}^2 \right) = \frac{1}{2} 1 \cdot 4^2 \text{J} - \frac{1}{2} 4 \cdot 1^2 \text{J} = 6\text{J}$$

Η παραπάνω απώλεια της κινητικής ενέργειας, έχει μετατραπεί σε ελαστική δυναμική ενέργεια παραμόρφωσης των δύο σφαιρών, η οποία στη συνέχεια θα μετατραπεί ξανά σε κινητική ενέργεια στη συνέχεια...

- Εφαρμόζουμε για την Α σφαίρα το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας ανάμεσα στη θέση που βρισκόταν τη στιγμή t_1 και την θέση της μετά το τέλος της κρούσης:

$$K_{\text{τελ}} - K_{t_l} = W_{F_l} \rightarrow W_{F_l} = \frac{1}{2} m v_l'^2 - 0 \rightarrow$$

$$W_{F_l} = \frac{1}{2} m v_l'^2 = \frac{1}{2} 1 \cdot 2,4^2 J = 2,88 J$$

iv) Μετά την ελαστική κρούση της Α σφαίρας με τον τοίχο, η σφαίρα θα κινηθεί προς τα αριστερά με ταχύτητα ίσου μέτρου $|u_1|=4\text{m/s}$.

α) Προφανώς για να μεταβληθεί η ταχύτητα από την τιμή $v_1=+4\text{m/s}$ σε $u_1=-4\text{m/s}$, κάποια στιγμή η ταχύτητά της θα μηδενιστεί.

β) Ο τοίχος δεν πρόκειται να κινηθεί, οπότε η απώλεια της κινητικής ενέργειας τη στιγμή που $u_A=0$, είναι:

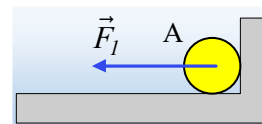
$$\Delta K = K_{\text{αρχ}} - K_{t_l} = \frac{1}{2} m v_l^2 - \frac{1}{2} m v_{t_l}^2 = \frac{1}{2} m v_l^2 = \frac{1}{2} 1 \cdot 4^2 J = 8 J$$

Όλη η αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας Α έχει μετατραπεί σε δυναμική ενέργεια παραμόρφωσης.

γ) Εφαρμόζουμε ξανά το ΘΜΚΕ για την σφαίρα Α:

$$K_{\text{τελ}} - K_{t_l} = W_{F_l} \rightarrow W_{F_l} = \frac{1}{2} m u_l^2 - 0 \rightarrow$$

$$W_{F_l} = \frac{1}{2} m u_l^2 = \frac{1}{2} 1 \cdot 4^2 J = 8 J$$



dmargaris@gmail.com