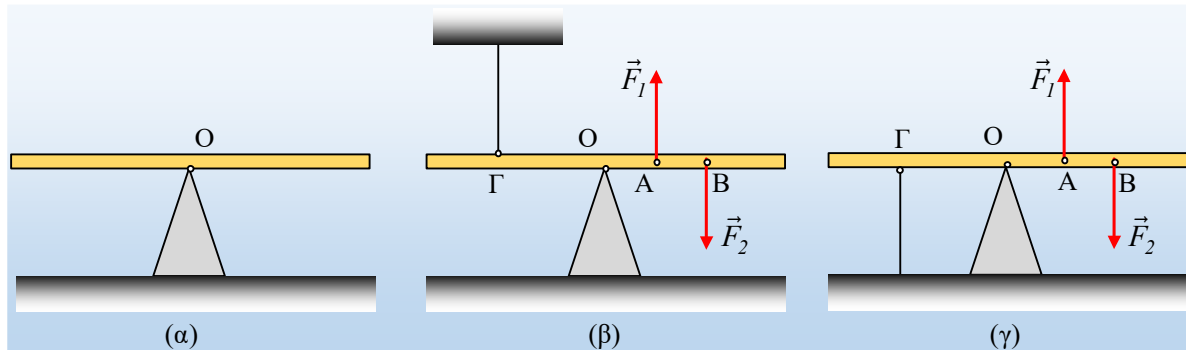


Δένουμε τη ράβδο για να μην γείρει!

Η λεπτή ράβδος του σχήματος, βάρους $w=100\text{N}$ ισορροπεί σε οριζόντια θέση, στηριζόμενη σε τρίποδο, όπως στο πρώτο σχήμα, στο σημείο O.



- i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο και να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται από το τρίποδο, στο σημείο O.
- ii) Ασκούμε στη ράβδο δύο κατακόρυφες δυνάμεις με μέτρα $F_1=F_2=20\text{N}$, με αντίθετες κατευθύνσεις, οι οποίες ασκούνται στα σημεία A και B, όπου $(AB)=0,4\text{m}$. Για να συνεχίσει να ισορροπεί η ράβδος δένεται στο σημείο Γ στο άκρο κατακόρυφου νήματος, όπου $(\Gamma O)=0,8\text{m}$. Το νήμα πρέπει να δεθεί στο ταβάνι όπως στο σχήμα (β) ή στο έδαφος, όπως στο σχήμα (γ);
- iii) Να υπολογίσετε την τάση του νήματος.
- iv) Με βάση τα παραπάνω, ένας μαθητής υποστηρίζει την πρόταση ότι:

«Μπορούμε να εξουδετερώσουμε την δράση ενός ζεύγους δυνάμεων, με μια δύναμη»

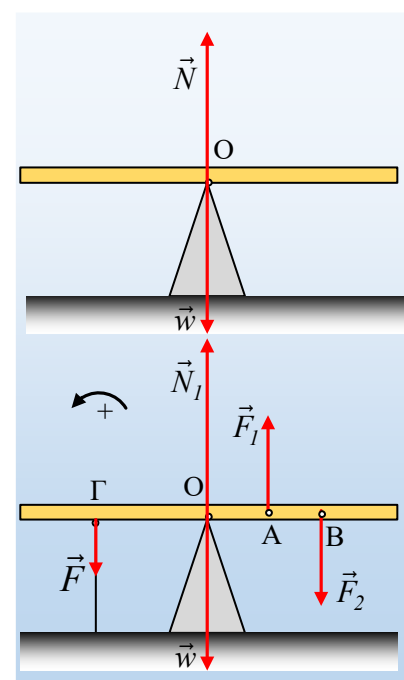
Είναι σωστή η πρόταση αυτή;

Απάντηση:

- i) Οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο είναι το βάρος w και η δύναμη στήριξης N από το τρίποδο. Αλλά αφού η ράβδος ισορροπεί, θα ισχύουν οι εξισώσεις $\sum \vec{F} = 0$ και $\sum \tau = 0$ ως προς οποιοδήποτε σημείο. Οι παραπάνω εξισώσεις μας λένε οι δυνάμεις αυτές πρέπει να ασκούνται στο ίδιο σημείο (αλλιώς η ροπή δεν θα ήταν μηδενική ως προς το O) και να είναι αντίθετες, όπως στο διπλανό σχήμα. Πράγμα που σημαίνει ότι το O είναι και το κέντρο μάζας της ράβδου! Όσον αφορά το μέτρο της N , θα ισχύει $N=w=100\text{N}$.
- ii) Οι δυνάμεις F_1 και F_2 αποτελούν ένα ζεύγος δυνάμεων, με ροπή (θεωρούμε τις αριστερόστροφες ροπές θετικές):

$$\tau_z = -F_1 \cdot d = -F_1 \cdot (AB) = -20 \cdot 0,4 \text{ Nm} = -8 \text{ Nm}$$

Αλλά τότε για να ισχύει η συνθήκη $\sum \tau_o = 0$, θα πρέπει η ροπή της



δύναμης F , που θα ασκηθεί στη ράβδο μέσω του νήματος, να τείνει να στρέψει τη ράβδο αριστερόστροφα. Αυτό θα συμβεί αν το νήμα έχει δεθεί στο έδαφος, όπως στο σχήμα.

iii) Από την εξίσωση $\Sigma \tau_0 = 0$ παίρνουμε:

$$\tau_F + \tau_w + \tau_{N_I} + (\tau_{F_I} + \tau_{F_2}) = 0 \rightarrow$$

$$F(ΓO) + 0 + 0 + \tau_z = 0 \rightarrow F = \frac{\tau_z}{(ΓO)} = \frac{-8}{0,8} N = 10 N$$

iv) Η πρόταση είναι **λανθασμένη**. Σε ένα σώμα που ασκείται μόνο ένα ζεύγος, η δράση του δεν μπορεί να εξουδετερωθεί από μια μόνη δύναμη, αφού τότε για την συνισταμένη δύναμη θα είχαμε:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F} + (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) = \vec{F} + 0 = \vec{F} \neq 0$$

Στην περίπτωση μας βέβαια δεν ασκούνται μόνο το ζεύγος και η F . Ασκείται και το βάρος και η δύναμη στήριξης, με μέτρο:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow N_I + F_I - F - w - F_2 = 0 \rightarrow N_I = w + F = 100 N + 10 N = 110 N$$

Δηλαδή από τι μπορεί να εξουδετερωθεί η ροπή ενός ζεύγους;

Από ένα άλλο ζεύγος! Ποιο είναι αυτό;

Ας δούμε το σχήμα, όπου η N_I έχει αντικατασταθεί από δύο συνιστώσες τις N και N_2 , όπου $N = 100 N$ και $N_2 = 10 N$. Η $\vec{N}$ είναι αντίθετη του βάρους χωρίς να εμφανίζει ροπή ως προς το O .

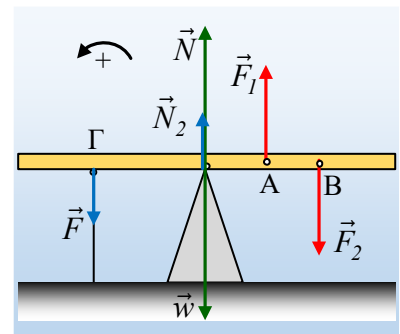
Αλλά τότε μένουν δύο ζεύγη δυνάμεων να ασκούνται στη ράβδο:

Το ζεύγος των F_1 και F_2 με ροπή $\tau_z = -8 Nm$ και

Το ζεύγος των δυνάμεων F και N_2 με ροπή:

$$\tau_{F, N_2} = F \cdot (ΓO) = +10 \cdot 0,8 Nm = +8 Nm$$

Εύκολα μπορεί να προκύψει ότι η σχέση $\Sigma \tau = 0$, μπορεί να εφαρμοστεί και ως προς οποιοδήποτε άλλο σημείο.



dmargaris@gmail.com