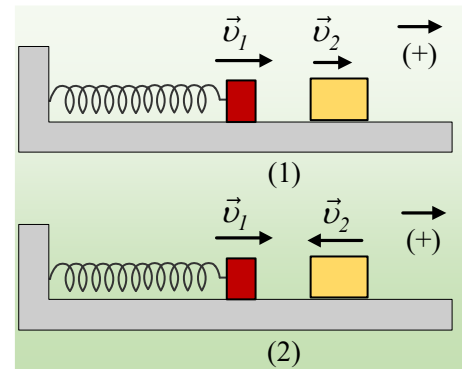


Πλαστική κρούση στη διάρκεια μιας αατ

Ένα σώμα Α μάζας $m_1=1\text{kg}$ εκτελεί αατ δεμένο στο άκρο ενός οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, με εξίσωση $x=0,5\cdot\eta\mu(20t)$ (S.I.), πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή και ενώ απέχει απόσταση $d=0,3\text{m}$ από την θέση ισορροπίας, συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ένα δεύτερο σώμα Β μάζας $m_2=3\text{kg}$, με αποτέλεσμα η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου να παίρνει τιμή $U_{\max}=68\text{J}$. Ζητούνται:



- Να υπολογισθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Α, ελάχιστα πριν την κρούση.
- Η κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος, ελάχιστα μετά την κρούση.
- Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής κάθε σώματος, η οποία οφείλεται στην κρούση, αν οι ταχύτητες των δύο σωμάτων ελάχιστα πριν την κρούση:
 - έχουν την ίδια κατεύθυνση, όπως στο σχήμα (1).
 - έχουν αντίθετες κατευθύνσεις, όπως στο σχήμα (2).

Απάντηση:

Η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του Α σώματος πριν την κρούση, είναι η θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, ίδια με την θέση ισορροπίας και του συσσωματώματος, μετά την κρούση, αφού στη θέση αυτή η δύναμη του ελατηρίου είναι μηδενική και $\Sigma F_x=0$. Εξάλλου για την σταθερά επαναφοράς D , με βάση της εξίσωση της απομάκρυνσης $x=0,5\cdot\eta\mu(20t)$, από όπου $\omega=20\text{rad/s}$, έχουμε:

$$D = k = m_1 \omega_l^2 = 1 \cdot 20^2 \text{ N / m} = 400 \text{ N / m}$$

- Η ενέργεια ταλάντωσης του Α σώματος, το οποίο ταλαντώνεται με πλάτος $A_1=0,5\text{m}$, παραμένει σταθερή, από όπου παίρνουμε, για την στιγμή ελάχιστα πριν την κρούση, όπου $x_1=\pm d$:

$$\frac{1}{2} m_1 v_l^2 + \frac{1}{2} D x_l^2 = \frac{1}{2} D A_1^2 \rightarrow |v_l| = \sqrt{\frac{D(A_1^2 - x_l^2)}{m_1}} \rightarrow$$

$$|v_l| = \sqrt{\frac{400(0,5^2 - 0,3^2)}{1}} \text{ m / s} = 8 \text{ m / s}$$

- Μόλις ολοκληρωθεί η κρούση, το συσσωμάτωμα βρίσκεται ξανά στη θέση x_1 , (θεωρούμε ότι η κρούση διαρκεί απειροελάχιστο χρόνο) και θα ακολουθήσει μια ταλάντωση με ενέργεια ταλάντωσης:

$$E_2 = \frac{1}{2} D A_2^2 = \frac{1}{2} k (\Delta \ell_{\max})^2 = U_{\max}$$

Οπότε και πάλι από την ενέργεια για την νέα ταλάντωση, παίρνουμε:

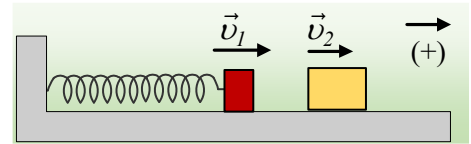
$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_k^2 + \frac{1}{2}Dx_l^2 = E_2 \rightarrow |v_k| = \sqrt{\frac{2E_2 - kx_l^2}{m_1 + m_2}} \rightarrow$$

$$|v_k| = \sqrt{\frac{2 \cdot 68 - 400 \cdot 0,3^2}{1+3}} m/s = \sqrt{\frac{136 - 36}{1+3}} m/s = 5 m/s.$$

iii) Θεωρούμε την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική.

α) Τα σώματα μπορεί να συγκρούονται, ενώ οι ταχύτητες πριν την κρούση έχουν την ίδια κατεύθυνση, όπως στο σχήμα:

Για να συγκρούονται τα σώματα θα πρέπει $v_1 > v_2$ και η κοινή ταχύτητα θα έχει φορά προς τα δεξιά ($v_k = +5 m/s$). Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ, για την κρούση, παίρνοντας:



$$\vec{p}_{\pi\text{ριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}} \rightarrow m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_k \quad (1) \rightarrow$$

$$v_2 = \frac{(m_1 + m_2) v_k - m_1 v_1}{m_2} = \frac{4 \cdot 5 - 1 \cdot 8}{3} m/s = 4 m/s$$

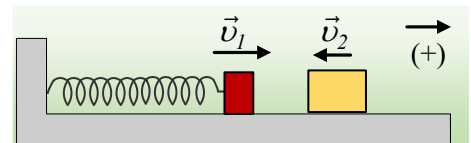
Οπότε για την μεταβολή της ορμής κάθε σώματος έχουμε:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{1,\tau} - \vec{p}_{1,\alpha} \rightarrow \Delta p_1 = m_1 v_k - m_1 v_1 = 1 \cdot (5 - 8) kgm/s = -3 kgm/s$$

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{2,\tau} - \vec{p}_{2,\alpha} \rightarrow \Delta p_2 = m_2 v_k - m_2 v_2 = 3 \cdot (5 - 4) kgm/s = +3 kgm/s$$

β) Τα σώματα κινούνται αντίθετα, όπως στο σχήμα.

β₁) Έστω ότι η κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος έχει φορά προς τα δεξιά, τότε από ΑΔΟ θα έχουμε ξανά την σχέση (1) και $v_2 = +4 m/s$, πράγμα άτοπο.



β₂) Η κοινή ταχύτητα έχει φορά προς τα αριστερά. Από την σχέση (1) παίρνουμε:

$$v_2 = \frac{(m_1 + m_2) v_k - m_1 v_1}{m_2} = \frac{4 \cdot (-5) - 1 \cdot 8}{3} m/s = -\frac{28}{3} m/s$$

Τότε για την μεταβολή της ορμής κάθε σώματος θα έχουμε:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{1,\tau} - \vec{p}_{1,\alpha} \rightarrow \Delta p_1 = m_1 v_k - m_1 v_1 = 1 \cdot (-5 - 8) kgm/s = -13 kgm/s$$

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{2,\tau} - \vec{p}_{2,\alpha} \rightarrow \Delta p_2 = m_2 v_k - m_2 v_2 = 3 \cdot \left(-5 + \frac{28}{3}\right) kgm/s = +13 kgm/s$$

dmargaris@gmail.com