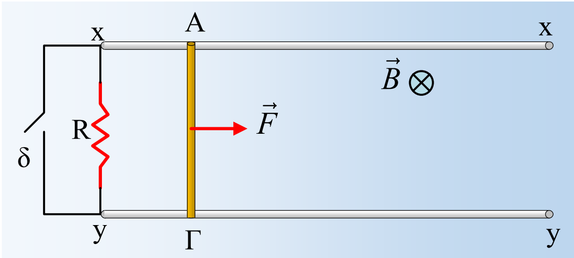
Επαγωγή και κλείσιμο διακόπτη.

Οι οριζόντιοι παράλληλοι αγωγοί xx΄ και yy΄, με αμελητέα αντίσταση, απέχουν απόσταση d=1m και ορίζουν ένα οριζόντιο επίπεδο, το οποίο βρίσκεται μέσα σε ένα κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B=1T.



Μια αντίσταση R=1,5Ω συνδέεται στα άκρα x και y των αγωγών, όπως στο σχήμα, ενώ μια μεταλλική ράβδος ΑΓ μάζας m=0,5kg, αντίστασης r=0,5Ω και μήκους ℓ=1m, ισορροπεί σε επαφή με τους παράλληλους αγωγούς. Σε μια στιγμή t_o=0, η ράβδος τίθεται σε κίνηση με σταθερή επιτάχυνση α=0,4m/s^2, με την επίδραση κατάλληλης οριζόντιας δύναμης F. Στη διάρκεια της κίνησης αυτής, η ράβδος παραμένει διαρκώς κάθετη στους αγωγούς xx΄ και yy΄, με τους οποίους δεν εμφανίζει τριβές. Τη χρονική στιγμή t_1=5s κλείνουμε το διακόπτη δ βραχυκυκλώνοντας την αντίσταση R, ενώ η κίνηση της ράβδου συνεχίζεται με την ίδια επιτάχυνση μέχρι τη στιγμή t_2=6s.

i) Να βρεθούν την χρονική στιγμή t_1=5s, ελάχιστα πριν το κλείσιμο του διακόπτη (t_1^-):

α) Ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το ορθογώνιο xΑΓy, θεωρώντας ότι η κάθετη στην επιφάνεια έχει την κατεύθυνση του Β.

β) Η ισχύς της δύναμης F.

γ) Ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται θερμότητα στις αντιστάσεις R και r.

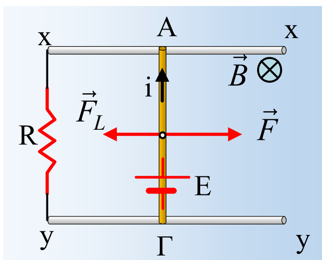
δ) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητική ενέργειας της ράβδου ΑΓ.

ii) Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις στα προηγούμενα ερωτήματα, αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη (t_1^+).

iii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της τάσης $V_{ΑΓ}$ στα άκρα της ράβδου σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή t_2.

Θεωρείστε γνωστή την ΗΕΔ από επαγωγή στα άκρα κινούμενης ράβδου Ε=Bυℓ, ενώ το τμήμα των αγωγών σύνδεσης που περιέχει το διακόπτη δεν έχει αντίσταση.

Απάντηση:



Καθώς η ράβδος ΑΓ κινείται προς τα δεξιά, αναπτύσσεται πάνω της μια ΗΕΔ λόγω επαγωγής με απόλυτο τιμή:

$$E=B\cdot\upsilon\cdot\ell= B\cdot at\cdot\ell=1\cdot 0,4\cdot 1\cdot t = 0,4t \text{ (S.I.)}$$

Οπότε τη στιγμή t_1 έχουμε Ε=0,4·5V=2V

Με αποτέλεσμα το κύκλωμα να διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

$$i = \frac{E}{R+r} = \frac{0,4t}{1,5+0,5} = 0,2t \quad (S.I.)\ \ (1) \xrightarrow{t=t_1}$$
$$i_1 = \frac{E}{R+r} = \frac{0,4\cdot 5}{1,5+0,5} A = 1A$$

Με φορά από το Γ στο Α, αφού τότε η δύναμη Laplace από το μαγνητικό πεδίο έχει κατεύθυνση προς τα αριστερά, προσπαθώντας να αντισταθεί στην κίνηση του αγωγού, όπως στο σχήμα. Για το μέτρο της έχουμε:

$$F_L = B\cdot i_1 \cdot \ell = 1\cdot 0,2t\cdot 1 = 0,2t \quad (S.I.) \xrightarrow{t_1^-}$$
$$F_L = 0,2t = 0,2\cdot 5N = 1N$$

Εφαρμόζοντας εξάλλου τον θεμελιώδη νόμο της δυναμικής για τη ράβδο παίρνουμε:

$$\Sigma F = ma \to F - F_L = ma \to F = F_L + 0,5\cdot 0,4 = F_L + 0,2 \ \ (S.I.) \xrightarrow{t=t_1^-}$$
$$F = 1N + 0,2N = 1,2N$$

i) Με βάση τα παραπάνω και λαμβάνοντας ακόμη υπόψη ότι η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη για την οποία ισχύει $\upsilon_1 = \alpha\cdot t = 0,4\cdot t = 0,4\cdot 5 m/s = 2m/s$, θα έχουμε για τη στιγμή $t_1=5s$:

α) Για το ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(BS)}{dt} = \frac{d(Bdx\ell)}{dt} = B\upsilon\ell = 0,4t \quad (S.I.)$$

β) Για την ισχύ της δύναμης F, την οποία ασκούμε στον αγωγό:

$$P_{F,1} = F\cdot\upsilon = 1,2N\cdot 2m/s = 2,4W$$

γ) Ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται θερμότητα στις αντιστάσεις, ίσος με την ηλεκτρική ισχύ, είναι:

$$\frac{dQ_{\theta,1}}{dt} = P_Q = i_1^2(R+r) = 1^2\cdot(1,5+0,5)J/s = 2J/s$$

δ) Για τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου ΑΓ:

$$\frac{dK_1}{dt} = \frac{dW_{o\lambda}}{dt} = \frac{\Sigma F\cdot dx\cdot \sigma\upsilon\nu 0^\circ}{dt} = \Sigma F\cdot\upsilon = ma\cdot\upsilon_1 = 0,5\cdot 0,4\cdot 2J/s = 0,4J/s$$

Αξίζει να επισημανθεί (ΑΔΕ) ότι $P_F = \frac{dK}{dt} + \frac{dQ_\theta}{dt}$, δηλαδή η ενέργεια που μεταφέρεται στην ράβδο, μέσω του έργου της ασκούμενης δύναμης F, κατά ένα μέρος μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια στο κύκλωμα (και στη συνέχεια σε θερμότητα..) και το υπόλοιπο αυξάνει την κινητική ενέργεια της ράβδου.

ii) Μόλις κλείσουμε το διακόπτη η αντίσταση R βραχυκυκλώνεται (το ηλεκτρικό ρεύμα θα «προτιμήσει» να περάσει μέσα από το σύρμα που έχει τον διακόπτη, το οποίο δεν παρουσιάζει αντίσταση), οπότε η μοναδική αντίσταση στο κύκλωμα είναι η αντίσταση r της ράβδου ΑΓ. Αλλά η κίνηση συνεχίζεται με την ίδια επιτάχυνση, οπότε για τη στιγμή t_1^+, αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη, η ταχύτητα θα είναι ίδια, καθώς και η ΗΕΔ από επαγωγή. Η ένταση όμως του ρεύματος θα γίνει:

$$i_2 = \frac{E}{r} = \frac{2}{0,5} A = 4A$$

Με αποτέλεσμα να αλλάξουν και τα μέτρα των δυνάμεων:

$$F_{L,2} = B \cdot i_2 \cdot \ell = 1 \cdot 4 \cdot 1N = 4N$$

$$F_2 = F_{L,2} + ma = 4N + 0,5 \cdot 0,4N = 4,2N$$

Έτσι οι αντίστοιχες απαντήσεις στα ερωτήματα είναι:

α) $P_{F,2} = F_2 \cdot \upsilon_2 = 4,2 \cdot 2W = 8,4W$

β) $\frac{dQ_{\theta,2}}{dt} = P_Q = i_2^2 r = 4^2 \cdot 0,5J/s = 8J/s$

γ) $\frac{dK_2}{dt} = ma \cdot \upsilon = 0,5 \cdot 0,4 \cdot 2J/s = 0,4J/s$

iii) Για όσο χρόνο ο διακόπτης είναι ανοικτός το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα (σχέση (1)) έντασης i=0,2t, οπότε για την τάση $V_{ΑΓ}$, ίση με την τάση στα άκρα της αντίστασης R, θα είναι:

$$V_{ΑΓ} = iR = 0,2t \cdot 1,5 = 0,3 \cdot t \text{ (S.I.)}$$

Με τελική τιμή:

$$V_{ΑΓ,t1} = 0,3 \cdot 5V = 1,5V.$$

Με ανοικτό το διακόπτη η αντίσταση έχει βραχυκυκλωθεί, συνεπώς η αντίστοιχη εξίσωση μας δίνει:

$$V_{ΑΓ} = i'R_{εξ} = i' \cdot 0 = 0$$

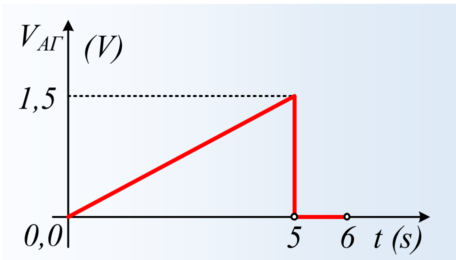
Αφού δεν υπάρχει κάποια αντίσταση στο «εξωτερικό κύκλωμα», θεωρώντας τον κινούμενο αγωγό σαν την πηγή με ΗΕΔ $E_{επ}=B\upsilon\ell$ και εσωτερική αντίσταση r.

Εναλλακτικά, θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε την τάση $V_{ΑΓ}$ από την εξίσωση για την πολική τάση μιας πηγής. Έτσι με ανοικτό το διακόπτη:

$$V_{ΑΓ} = E - ir = 0,4t - 0,2t \cdot 0,5 = 0,3t \quad (S.I.)$$

ενώ μετά το κλείσιμο του διακόπτη:

$$V_{ΑΓ} = E - i'r = E - \frac{E}{r} r = 0.$$



Με βάση αυτά, η ζητούμενη γραφική παράσταση είναι αυτή του σχήματος.

dmargaris@gmail.com