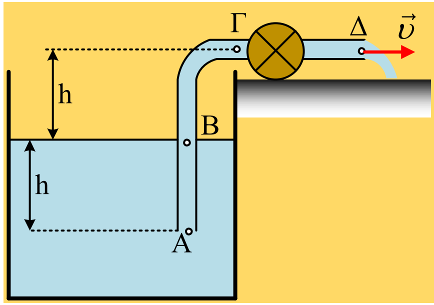
Γνωρίζοντας την ισχύ της αντλίας



Μια αντλία, με την βοήθεια σωλήνα σταθερής διατομής, αντλεί νερό από δεξαμενή δουλεύοντας με ισχύ $P_α$=3gh(dm/dt), h η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ του άκρου εκροής του σωλήνα (σημείο Δ) και της επιφάνειας του νερού στη δεξαμενή (σημείο Β), αλλά και το βάθος που βυθίζεται κατακόρυφα ο σωλήνας στο νερό και dm/dt ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται η μάζα του νερού. Η ροή θεωρείται μόνιμη ροή ιδανικού ρευστού.

i) Η ταχύτητα εκροής του νερού, έχει μέτρο:

$$\alpha)\ \upsilon=\sqrt{2gh} \qquad \beta)\ \upsilon=\sqrt{3gh} \qquad \gamma)\ \upsilon=\sqrt{4gh}$$

ii) Η πίεση στο σημείο Β (στο εσωτερικό του σωλήνα στο επίπεδο της ελεύθερης επιφάνειας), είναι ίση:

α) $p_B < p_{ατμ}$, β) $p_B = p_{ατμ}$, γ) $p_B > p_{ατμ}$.

iii) Η πίεση στο σημείο Α (στο εσωτερικό του σωλήνα, στο κάτω άκρο του) είναι ίση:

α) $p_A = p_{ατμ}+\rho gh$ β) $p_A = p_B+ \rho gh$ γ) $p_A > p_{ατμ}+\rho gh$.

Απάντηση:

i) Τι ακριβώς κάνει η αντλία; Μεταφέρει νερό από την επιφάνεια της δεξαμενής στο ύψος του σημείου Δ, ενώ ταυτόχρονα του αυξάνει την κινητική ενέργεια. Έτσι η ισχύς της αντλίας θα είναι ίση:

$$P_a=\frac{dW}{dt}=\frac{dK}{dt}+\frac{dU}{dt}=\frac{\frac{1}{2}dm\cdot\upsilon^2}{dt}+\frac{dm\cdot gy}{dt}\rightarrow$$

$$P_a=\frac{\frac{1}{2}\rho dV\cdot\upsilon^2}{dt}+\frac{\rho dV\cdot g\cdot h}{dt}=\left(\frac{1}{2}\rho\cdot\upsilon^2\right)\cdot\frac{dV}{dt}+\rho gh\cdot\frac{dV}{dt}\rightarrow$$

$$P_a=\left(\frac{1}{2}\rho\cdot\upsilon^2+\rho gh\right)\cdot\frac{dV}{dt}\quad(1)$$

Όμως από τα δεδομένα, έχουμε:

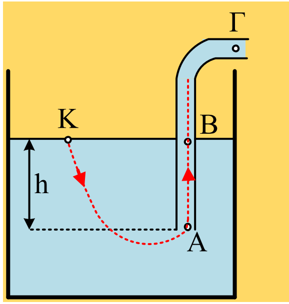
$$P_\alpha=3gh\frac{dm}{dt}=3gh\frac{\rho dV}{dt}=3\rho gh\frac{dV}{dt}\quad(2)$$

Από τις εξισώσεις (1) και (2) παίρνουμε:

$$\left(\frac{1}{2}\rho\cdot\upsilon^2+\rho gh\right)\cdot\frac{dV}{dt}=3\rho gh\frac{dV}{dt}\ \rightarrow\frac{1}{2}\rho\cdot\upsilon^2=2\rho gh\rightarrow$$

$$\upsilon=\sqrt{4gh}$$

Σωστό το γ).



ii) Στο σχήμα βλέπουμε μια ρευματική γραμμή η οποία συνδέει το σημείο Κ στην επιφάνεια της δεξαμενής, με τα σημεία Α και Β. Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Κ και Β παίρνουμε:

$$p_K + \frac{1}{2}\rho\upsilon_K^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho\upsilon_B^2 \xrightarrow{\upsilon_K=0}$$

$$p_B = p_{\alpha\tau\mu} - \frac{1}{2}\rho\upsilon_B^2 < p_{\alpha\tau\mu}$$

Όπου θεωρήσαμε ότι η ταχύτητα ροής στο Κ είναι μηδενική, αφού το εμβαδόν της επιφάνειας είναι πολύ μεγαλύτερο από την διατομή του σωλήνα. Σωστό το α)

iii) Εφαρμόζοντας ξανά την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Α και Β παίρνουμε:

$$p_A + \frac{1}{2}\rho\upsilon_A^2 = p_B + \rho g h + \frac{1}{2}\rho\upsilon_B^2 \xrightarrow{\upsilon_A=\upsilon_B}$$

$$p_A = p_B + \rho g h$$

Αφού από την εξίσωση της συνέχειας $\upsilon_A \cdot A\sigma = \upsilon_B \cdot A\sigma \rightarrow \upsilon_A = \upsilon_B$.

Σωστό το β)

dmargaris@gmail.com