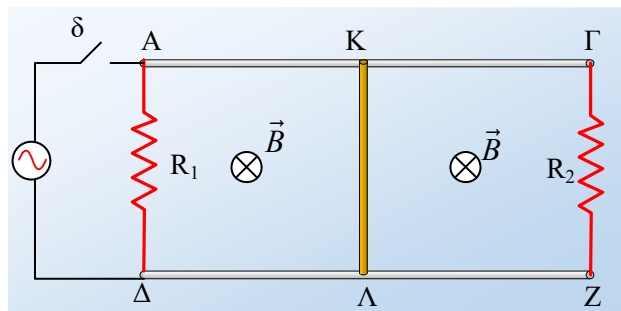


Κρατώντας μόνο ένα διακόπτη

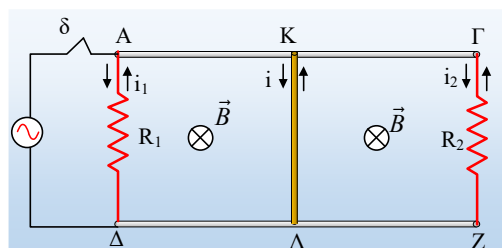
Στο σχήμα οι αγωγοί ΑΓ, ΔΖ, μεγάλου μήκους, βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, είναι παράλληλοι μεταξύ τους, απέχουν $\ell=1\text{m}$ και έχουν μηδενική ωμική αντίσταση. Η ράβδος ΚΛ έχει μήκος $\ell=1\text{m}$ μάζα $m=0,5\text{kg}$, αντίσταση $R_{\text{ΚΛ}}=2\Omega$ και αρχικά είναι ακίνητη. Η ράβδος ΚΛ μπορεί να κινείται χωρίς τριβές, παραμένοντας συνεχώς κάθετη και σε επαφή με τους αγωγούς ΑΓ, ΔΖ, ενώ οι δυο αντιστάτες έχουν αντιστάσεις $R_1 = 6\Omega$ και $R_2 = 3\Omega$. Σε μια $t=0$ κλείνουμε το διακόπτη δ συνδέοντας μια πηγή εναλλασσόμενης τάσης της μορφής $v = V \cdot \eta\mu(100\pi t)$ S.I. ενώ στο χώρο υπάρχει ένα κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=0,5\text{T}$, με φορά όπως στο σχήμα. Για να μην κινηθεί η ράβδος, ασκούμε κατάλληλη μεταβλητή οριζόντια εξωτερική δύναμη F στο μέσον της. Η μέση ισχύς που καταναλώνεται στην R_1 είναι ίση με 12W .



Ζητούνται:

- i) Το πλάτος της τάσης V της πηγής και η στιγμιαία ισχύς που καταναλώνεται στην ράβδο ΚΛ, τη στιγμή $t_1=1/40\text{s}$.
- ii) Το μέτρο της απαιτούμενης δύναμης F , για την ισορροπία της ράβδου, τη στιγμή t_1 . Να σχεδιάσετε στο σχήμα την δύναμη αυτή, αν η ένταση του ρεύματος με φορά από το Κ στο Λ θεωρείται θετική.
- iii) Τη στιγμή t_1 ανοίγουμε το διακόπτη ενώ διατηρούμε πλέον σταθερή την ασκούμενη δύναμη F , στην τιμή που είχε πριν το άνοιγμα του διακόπτη, με αποτέλεσμα η ράβδος να κινείται και τη στιγμή t_2 να έχει επιτάχυνση μέτρου $a=5\text{m/s}^2$.
 - a) Να βρείτε την ταχύτητα της ράβδου ΚΛ τη στιγμή t_2 και να κάνετε ένα ποιοτικό διάγραμμα της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τη ράβδο σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη στιγμή t_1 ως την στιγμή t_2 , δικαιολογώντας, με λίγα λόγια, την μορφή του διαγράμματος.
 - β) Με ποιο ρυθμό μεταφέρεται ενέργεια στο κύκλωμα μέσω του έργου της δύναμης F , τη στιγμή t_2 και πώς κατανέμεται αυτή, στα διάφορα στοιχεία του κυκλώματος;

Απάντηση:



i) Κλείνοντας το διακόπτη ο αντιστάτης διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα με ενεργό ένταση:

$$P_{l,\mu} = i_{l,\varepsilon v}^2 R_l \rightarrow i_{l,\varepsilon v} = \sqrt{\frac{P_{l,\mu}}{R_l}} = \sqrt{\frac{12}{6}} A = \sqrt{2} A$$

Οπότε το πλάτος της τάσης στα άκρα της, ίσο με το πλάτος της τάσης της πηγής είναι:

$$V = I_{o,l} R_l = I_{\varepsilon v,l} \sqrt{2} \cdot R_l = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 6V = 12V$$

Αλλά τότε η ράβδος ΚΛ διαρρέεται από ρεύμα στιγμιαίας έντασης:

$$i = I \cdot \eta\mu(100\pi t) = \frac{V}{R_{KA}} \cdot \eta\mu(100\pi t) = \frac{12}{2} \cdot \eta\mu\left(100\pi \cdot \frac{1}{40}\right) = 6 \cdot \eta\mu(2,5\pi) = 6A$$

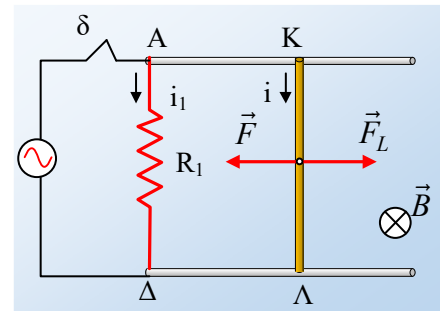
Οπότε η **στιγμιαία** ηλεκτρική ισχύς που καταναλώνει η ράβδος, είναι ίση:

$$P_l = i^2 R_{KA} = 6^2 \cdot 2W = 72W$$

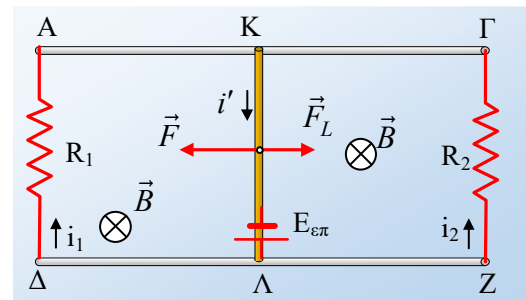
ii) Παραπάνω βρήκαμε ότι τη στιγμή t_1 ο αγωγός ΚΛ διαρρέεται από ρεύμα έντασης $i=2A$, άρα ρεύμα από το Κ προς το Λ, όπως στο σχήμα. Οπότε δέχεται δύναμη από το μαγνητικό πεδίο με φορά προς τα δεξιά, μέτρου:

$$F_L = B \cdot i \cdot \ell = 0,5 \cdot 6 \cdot 1N = 3N$$

Για να ισορροπεί ο αγωγός, θα πρέπει εμείς να του ασκήσουμε μια αντίθετη οριζόντια δύναμη μέτρου $F=3N$, με κατεύθυνση προς τα αριστερά, όπως στο σχήμα.



iii) Ανοίγοντας το διακόπτη τη στιγμή t_1 η δύναμη Laplace μηδενίζεται, οπότε με την επίδραση της δύναμης F , ο αγωγός αρχίζει να επιταχύνεται προς τα αριστερά. Αλλά τότε αποκτώντας ταχύτητα εμφανίζεται πάνω του ΗΕΔ από επαγωγή με μέτρο $E_{\varepsilon\pi} = Bv\ell$, η οποία θα έχει τέτοια πολικότητα, ώστε να διαρρέεται από ρεύμα με φορά από το Κ στο Λ, έτσι ώστε να εμφανιστεί ξανά δύναμη Laplace, σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, η οποία να αντιστέκεται στην κίνηση.



α) Οι αντιστάτες R_1 και R_2 συνδέονται παράλληλα, οπότε η ισοδύναμη εξωτερική αντίσταση είναι ίση:

$$R_{l2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} \Omega = 2\Omega$$

Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για την ράβδο παίρνουμε:

$$\Sigma F = ma \rightarrow F - F_L = ma \rightarrow F_L = F - ma = 3N - 0,5 \cdot 5N = 0,5N \rightarrow$$

$$Bi'\ell = F_L \rightarrow i' = \frac{F_L}{B\ell} = \frac{0,5}{0,5 \cdot 1} A = 1A$$

Ερχόμενοι τώρα στο νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα παίρνουμε:

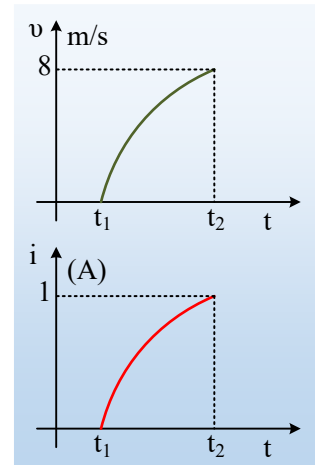
$$i' = \frac{E}{R_{εξ} + R_{ΚΛ}} = \frac{Bv_2\ell}{R_{εξ} + R_{ΚΛ}} \rightarrow v_2 = \frac{i'(R_{εξ} + R_{ΚΛ})}{B\ell} = \frac{1(2+2)}{0,5 \cdot 1} \text{ m/s} = 8 \text{ m/s}$$

Για μια τυχαία στιγμή $t_1 < t < t_2$ η ράβδος διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

$$i = \frac{E}{R_{εξ} + R_{ΚΛ}} = \frac{Bv\ell}{R_{εξ} + R_{ΚΛ}}$$

Ανάλογη της ταχύτητας του αγωγού.

Όμως η κίνηση του αγωγού είναι επιταχυνόμενη με μειούμενο ρυθμό, αφού $F - F_L = ma$ και καθώς αυξάνεται η ταχύτητα του αγωγού, αυξάνεται και η ένταση του ρεύματος, αυξάνεται το μέτρο της δύναμης Laplace και μειώνεται η επιτάχυνση. Έτσι το διάγραμμα της ταχύτητας είναι της μορφής του πρώτου σχήματος και ίδιας μορφής είναι και η εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει την ράβδο ΚΛ. Αξίζει να σημειωθεί ότι η ράβδος τείνει να αποκτήσει



οριακή ταχύτητα, αλλά την στιγμή t_2 απέχουμε πολύ από αυτήν, ενώ η ταχύτητα προς τα αριστερά θεωρήθηκε θετική, όπως θετική είναι και η ένταση του ρεύματος, με βάση την εκφώνηση (από το Κ→Λ).

β) Ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια μέσω του έργου της δύναμης F είναι ίσος με την ισχύ της δύναμης:

$$\frac{dW_F}{dt} = P_F = F \cdot v = 3 \cdot 8 \text{ J/s} = 24 \text{ J/s}$$

Η δύναμη Laplace αφαιρεί από τον αγωγό μηχανική ενέργεια και την μετατρέπει σε ηλεκτρική.

Η ισχύς της είναι:

$$P_{FL} = -F_L \cdot v = -0,5 \cdot 8 \text{ W} = -4 \text{ W}$$

Ας προσέξουμε την ισχύ της ΗΕΔ από επαγωγή που εκφράζει τον ρυθμό που η «πηγή» παρέχει ηλεκτρική ενέργεια στο κύκλωμα:

$$P_E = E \cdot i' = Bv\ell \cdot i' = 0,5 \cdot 8 \cdot 1 \cdot 1 \text{ W} = 4 \text{ W}$$

Συνεπώς η κινητική ενέργεια της ράβδου ΚΛ αυξάνεται με ρυθμό 20J/s. Πράγματι:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dx \cdot \sigma \nu \theta^\circ}{dt} = ma \cdot v = 0,5 \cdot 5 \cdot 8 \text{ J/s} = 20 \text{ J/s}$$

Ας έρθουμε στο κύκλωμα και ας μιλήσουμε με βάση τις ενεργειακές μεταβολές που έχουμε.

Η πολική τάση της «πηγής», είναι ίση με:

$$V_{AK} = E - i' R_{ΚΛ} = 4 \text{ V} - 1 \cdot 2 \text{ V} = 2 \text{ V},$$

συνεπώς οι αντιστάτες διαρρέονται από ρεύματα με εντάσεις:

$$i_1 = \frac{V_{AK}}{R_1} = \frac{2 \text{ V}}{6 \Omega} = \frac{1}{3} \text{ A} \quad \text{και} \quad i_2 = \frac{V_{AK}}{R_2} = \frac{2 \text{ V}}{3 \Omega} = \frac{2}{3} \text{ A}$$

Συνεπώς η ηλεκτρική ενέργεια που καταναλώνει κάθε αντίσταση είναι:

$$P_1 = i_1^2 R_1 = \left(\frac{I}{3}\right)^2 \cdot 6W = \frac{2}{3}W, \quad P_2 = i_2^2 R_2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 3W = \frac{4}{3}W$$
$$P_{K\Lambda} = i'^2 R_{K\Lambda} = I^2 \cdot 2W = 2W$$

dmargaris@gmail.com