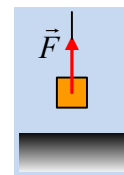


Μια κατακόρυφη κίνηση πριν και μετά το κόψιμο του νήματος.

Ένα σώμα μάζας $0,5\text{kg}$ ηρεμεί στο έδαφος. Τη στιγμή $t=0$, δέχεται μέσω νήματος μια κατακόρυφη σταθερή δύναμη μέτρου $F=9\text{N}$, μέχρι τη στιγμή $t_1=2\text{s}$, όπου το νήμα σπάει και το σώμα κινείται πια «ελεύθερα». Αντίσταση του αέρα δεν υπάρχει ενώ $g=10\text{m/s}^2$.



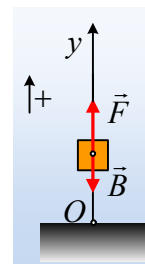
- i) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος για το χρονικό διάστημα που στο σώμα ασκείται η δύναμη F .
- ii) Πόσο απέχει το σώμα από το έδαφος τη στιγμή που σπάει το νήμα;
- iii) Ποια χρονική στιγμή το σώμα σταματά την ανοδική του κίνηση; Σε ποιο ύψος βρίσκεται τη στιγμή αυτή;
- iv) Να βρεθεί η χρονική στιγμή που το σώμα επιστρέφει στο έδαφος. Ποια η ταχύτητά του τη στιγμή αυτή;
- v) Να γίνουν τα διαγράμματα σε συνάρτηση με το χρόνο:
 - α) της ταχύτητας του σώματος, β) της απόστασής του από το έδαφος.

Απάντηση:

- i) Το βάρος του σώματος είναι $B=mg=0,5 \cdot 10\text{N}=5\text{N}$, είναι δηλαδή μικρότερο της ασκούμενης δύναμης F , οπότε το σώμα θα εγκαταλείψει το έδαφος, επιταχυνόμενο προς τα πάνω. Εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο της δυναμικής για το σώμα, θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική, παίρνουμε:

$$\Sigma F = ma \rightarrow F - B = ma \rightarrow$$

$$a = \frac{F - B}{m} = \frac{9\text{N} - 5\text{N}}{0,5} \text{m/s}^2 = 8\text{m/s}^2.$$



- ii) Αφού το σώμα κινείται προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και λαμβάνοντας ως αρχή του άξονα y , το σημείο O , όπου η αρχική θέση του σώματος στο έδαφος, θα έχουμε:

$$v = at \quad \text{και} \quad y = \frac{1}{2} at^2 \quad \text{όπου} \quad t \leq 2\text{s}.$$

Με αντικατάσταση όπου $t = t_1 = 2\text{s}$ παίρνουμε:

$$v_1 = at_1 = 8 \cdot 2\text{m/s} = 16\text{m/s} \quad \text{και} \quad y_1 = \frac{1}{2} at_1^2 = \frac{1}{2} 8 \cdot 2^2 \text{m} = 16\text{m}$$

- iii) Μόλις πάψει να ασκείται στο σώμα η δύναμη F , το σώμα κινείται με την επίδραση μόνο του βάρους, αποκτώντας επιτάχυνση προς τα κάτω, ίση με g , εκτελώντας πια, μια «νέα» ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιβραδυνόμενη) κίνηση, όπου με δεδομένο ότι τα θετικά τα έχουμε πάρει προς τα πάνω, θα έχουμε $a_1 = -g$, με αποτέλεσμα οι εξισώσεις μας να είναι:

$$v = v_0 + a_1 \Delta t = v_1 - g \cdot \Delta t \quad (1) \quad \text{και} \quad \Delta y = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a_1 (\Delta t)^2 = v_1 \Delta t - \frac{1}{2} g (\Delta t)^2 \quad (2)$$

Όπου τώρα αρχική ταχύτητα, είναι η ταχύτητα τη στιγμή που κόβεται το νήμα, η $v_1=16\text{m/s}$, ενώ Δt εί-

ναι το χρονικό διάστημα κίνησης του σώματος ίσο με $\Delta t = t - t_1$ και Δy η μετατόπιση του σώματος, όπου $\Delta y = y - y_1$. Τη στιγμή που το σώμα σταματά την άνοδό του, $v = 0$ και από την (1) παίρνουμε:

$$v = v_1 - g \cdot \Delta t = 0 \rightarrow 16 - 10 \Delta t = 0 \rightarrow \Delta t = 1,6s \quad \text{ή}$$

$$t = t_1 + \Delta t = 2s + 1,6s = 3,6s$$

Και με αντικατάσταση στην (2) παίρνουμε:

$$\Delta y = v_1 \Delta t - \frac{1}{2} g (\Delta t)^2 = 16 \cdot 1,6m - \frac{1}{2} 10 \cdot 1,6^2 m = 12,8m$$

Συνεπώς το σώμα έχει φτάσει σε ύψος:

$$h = y = y_1 + \Delta y = 16m + 12,8m = 28,8m.$$

iv) Τη στιγμή που το σώμα φτάνει στο έδαφος $y = 0$ ή $\Delta y = y - y_1 = 0 - y_1 = -16m$ και θεωρώντας Δt_2 το χρονικό διάστημα κίνησης μετά τη στιγμή t_1 θα πάρουμε από την (2):

$$\Delta y = v_1 \Delta t_2 - \frac{1}{2} g (\Delta t_2)^2 \rightarrow -16 = 16 \Delta t_2 - \frac{1}{2} 10 \cdot (\Delta t_2)^2 \quad \text{ή}$$

$$5 \cdot (\Delta t_2)^2 - 16 \Delta t_2 - 16 = 0$$

$$\Delta t_2 = \frac{16 \pm \sqrt{16^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-16)}}{2 \cdot 5} = \frac{16 \pm 24}{10} \rightarrow$$

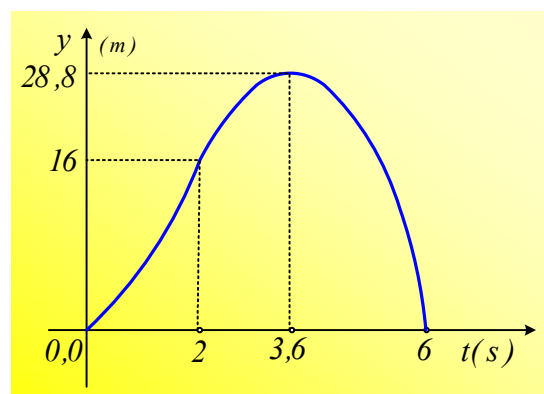
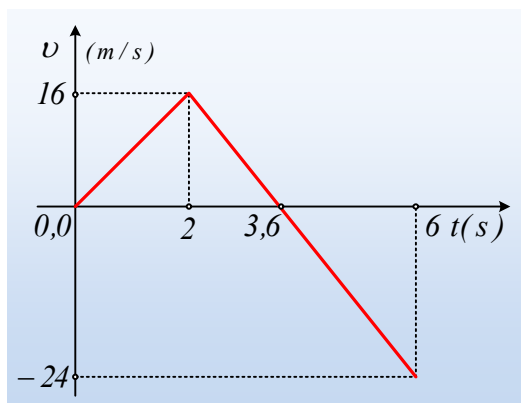
$$\Delta t_2 = 4s \quad \text{ή} \quad \Delta t_2 = -0,8s \text{ (απορρίπτεται)}$$

Αλλά τότε το σώμα επιστρέφει στο έδαφος τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \Delta t_2 = 2s + 4s = 6s$, έχοντας ταχύτητα:

$$v = v_1 - g \cdot \Delta t_2 = 16m/s - 10 \cdot 4m/s = -24m/s$$

Όπου η αρνητική τιμή μας λέει ότι έχει φορά προς τα κάτω.

v) Με βάση τις τιμές για την ταχύτητα και τη θέση y (το ύψος από το έδαφος) που βρήκαμε στα προηγούμενα ερωτήματα, τα διαγράμματα $v-t$ και $y-t$, είναι όπως παρακάτω:



dmargaris@gmail.com