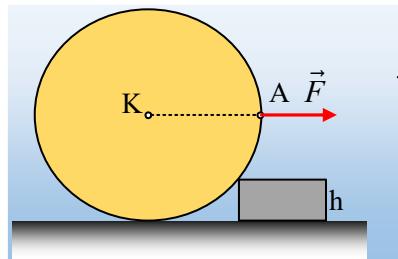


Ο κύλινδρος και το σκαλοπάτι.

Ο ομογενής κύλινδρος του σχήματος, βάρους w και ακτίνας R , ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, σε επαφή με σκαλοπάτι ύψους $h=0,4R$. Σε μια στιγμή στο άκρο Α μιας οριζόντιας ακτίνας του ασκούμε, μέσω νήματος, μια οριζόντια δύναμη F , μέτρου $F=w$, όπως στο σχήμα.



- A) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

- i) Ο κύλινδρος θα υπερπηδήσει το σκαλοπάτι, αν αναπτύσσεται τριβή με το σκαλοπάτι, με αποτέλεσμα να μην ολισθαίνει.
 - ii) Αν το σκαλοπάτι είναι λείο, ο κύλινδρος θα ισορροπήσει.
 - iii) Ο κύλινδρος θα ισορροπήσει, μόνο αν εμφανιστεί τριβή μεταξύ κυλίνδρου και σκαλοπατιού.

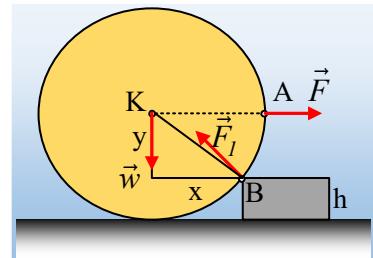
- B) Να υπολογίσετε, σε συνάρτηση με το βάρος w του κυλίνδρου:

- i) Την αντίδραση από το οριζόντιο επίπεδο, η οποία ασκείται στον κύλινδρο.
 - ii) Την δύναμη που ασκεί στον κύλινδρο το σκαλοπάτι.

Απάντηση:

- i) Αν δεχτούμε ότι ο κύλινδρος αρχίζει να υπερπηδά το σκαλοπάτι, τότε αρχίζει να στρέφεται γύρω από το σημείο B, χάνοντας την επαφή με το οριζόντιο επίπεδο, αλλά τότε δέχεται τις δυνάμεις που φαίνονται στο σχήμα και θα ισχύει:

$$\tau_{E,B} \geq \tau_{w,B} \rightarrow F \cdot y \geq w \cdot x \rightarrow y \geq x \quad (1)$$



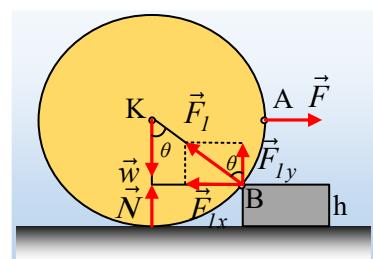
$$\text{Όπου } y=R-h=0,6R \text{ και } x=\sqrt{R^2 - y^2} = \sqrt{R^2 - (0,6R)^2} = \sqrt{0,64R^2} = 0,8R.$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι $x > y$ και η (1) δεν ισχύει. Άρα ο κύλινδρος δεν μπορεί να χάσει την επαφή με το οριζόντιο επίπεδο και δεν θα υπερπηδήσει το σκαλοπάτι.

- ii) Αν δεν αναπτύσσεται τριβή μεταξύ σκαλοπατιού και κυλίνδρου στο σημείο B, τότε η δύναμη F_1 από το σκαλοπάτι, θα είναι κάθετη στην επιφάνεια, αλλά τότε δεν θα έχει την κατεύθυνση που δείχνει το παραπάνω σχήμα, αλλά θα κατευθύνεται στο κέντρο K, όπως στο διπλανό σχήμα. Αλλά τότε όλες οι δυνάμεις συντρέχουν στο κέντρο K, ως προς το οποίο η συνολική ροπή τους είναι μηδενική και ο κύλινδρος δεν θα αρχίσει να στρέφεται, ως προς οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο K. Μήπως

Για να αρχίσει να ανυψώνεται θα πρέπει $F_1 > w \rightarrow F_1 \cdot \text{συνθ} > w$ και $F > F_1 \cdot \eta\mu\theta$, από όπου:

$F_1 \cdot \sigma v \theta > F_1 \cdot \eta \mu \theta \rightarrow y > x$, πράγμα που δεν ισχύει.



Владееме доказом, что если бы кинетическая масса могла бы изменяться, то это было бы возможно.

- iii) На основе приведенного в задаче условия, чтобы избежать трения, необходимо, чтобы касательная сила равнялась нулю.

Также, если мы рассматриваем движение в окрестности центра, то силы, действующие на колесо, являются нормальными и тангенциальными силами. Их сумма должна быть равна нулю, чтобы избежать трения.

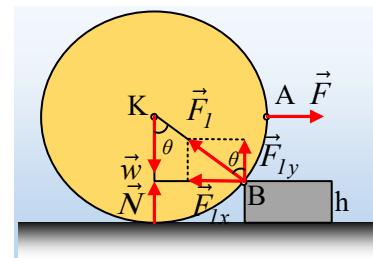
- B) На основе параллельных схем и симметрии, получим:

- i) Нормальная сила при контакте колеса с землей равна:

$$\begin{aligned}\Sigma \tau_B = 0 &\rightarrow \tau_F + \tau_w + \tau_N + \tau_{F_l} = 0 \rightarrow \\ -F \cdot y + w \cdot x - N \cdot x + 0 &= 0 \rightarrow \\ -w \cdot 0,6R + w \cdot 0,8R - 0,8N &= 0 \rightarrow \\ N &= 0,25w\end{aligned}$$

- ii) Анализируем силу F_1 от колеса к земле в виде ортогональной схемы. Из условия равновесия получим:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \Sigma F_x = 0 \rightarrow F - F_{Ix} = 0 \rightarrow F_I \cdot \eta \mu \theta = F \rightarrow \\ \Sigma F_y = 0 \rightarrow F_{Iy} + N - w = 0 \end{array} \right.$$



$$F_I = \frac{F}{\eta \mu \theta} = \frac{w}{x/R} = \frac{w}{0,8} = 1,25w$$

dmargaris@gmail.com