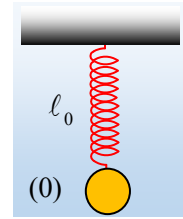


Βρείτε θέσεις και σχεδιάστε...

Ένα σώμα μάζας 2kg είναι δεμένο στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k=200\text{N/m}$ και συγκρατείται στην θέση (0) , με το ελατήριο στο φυσικό μήκος του. Σε μια στιγμή $t_0=0$, αφήνουμε το σώμα ελεύθερο με αποτέλεσμα να εκτελέσει ΑΑΤ.



- i) Γύρω από ποια θέση θα πραγματοποιηθεί η ταλάντωση αυτή; Να σχεδιάσετε ένα σχήμα, στο οποίο να φαίνονται η θέση (0) και η θέση ισορροπίας.

Να βρείτε και να σημειώσετε στο σχήμα:

- α) την αρχική απομάκρυνση και
β) την αρχική δύναμη επαναφοράς

θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική.

- ii) Το σώμα, αφού διανύσει διάστημα $s_1=16\text{cm}$, την στιγμή t_1 , περνά από μια θέση (1) . Αφού σχεδιάσετε ένα δεύτερο σχήμα στο οποίο να εμφανίζονται η θέση ισορροπίας, η αρχική θέση και η θέση (1) , να βρείτε ξανά απομάκρυνση και δύναμη επαναφοράς, για την θέση αυτή.

- iii) Την στιγμή $t_2=\pi/6\text{ s}$ το σώμα περνά από μια άλλη θέση (2) . Ποιες θα είναι τώρα οι απαντήσεις σας στο προηγούμενο ερώτημα;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι θέσεις ισορροπίας και η θέση (1) , μόλις το σώμα αφεθεί να κινηθεί. Στη θέση ισορροπίας έχουμε:

$$\Sigma F=0 \rightarrow F_{ελ}=w \rightarrow k\Delta\ell = mg \rightarrow \Delta\ell = \frac{mg}{k} = \frac{2 \cdot 10}{200} \text{m} = 0,1\text{m}$$

Το σώμα δηλαδή θα ταλαντωθεί γύρω από την θέση ισορροπίας, στην οποία το ελατήριο έχει επιμήκυνση κατά $0,1\text{m}$, ενώ η θέση (0) , από την οποία ξεκινά την ταλάντωσή του, θα είναι η ακραία θέση ταλάντωσης με αποτέλεσμα το πλάτος να είναι ίσο επίσης με $0,1\text{m}$. Αλλά τότε:

- α) Η αρχική του απομάκρυνση x_0 είναι το διάνυσμα που έχει σημειωθεί στο σχήμα με τιμή $x_0=\Delta\ell=0,1\text{m}$ ενώ

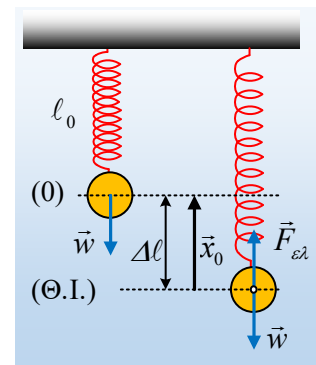
- β) Η αρχική δύναμη επαναφορά, είναι ίση με το βάρος (η μοναδική δύναμη που δέχεται το σώμα) με τιμή:

$$\Sigma F_0 = -w = -mg = -2 \cdot 10\text{N} = -20\text{N}$$

Όπου το πρόσημο $(-)$ μας «θυμίζει» ότι έχει φορά προς τα κάτω, προς την θέση ισορροπίας!

- ii) Στο παρακάτω σχήμα έχουν σημειωθεί το διάστημα s_1 καθώς και η νέα απομάκρυνση x_1 , όπου:

$$s_1 = \Delta\ell + |x_1| \rightarrow |x_1| = s_1 - \Delta\ell = 0,16\text{m} - 0,1\text{m} = 0,06\text{m}$$



όμως με βάση το σχήμα, η απομάκρυνση x_1 έχει φορά προς τα κάτω, συνεπώς έχει τιμή (αλγεβρική τιμή):

$$x_1 = -0,06m$$

Όσον αφορά την δύναμη επαναφοράς ΣF_2 , αυτή κατευθύνεται προς την θέση ισορροπίας με τιμή (αλγεβρική τιμή):

$$\Sigma F_1 = -Dx_1 = -kx_1 = -200 \cdot (-0,06)N = 12N$$

iii) Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από την θέση ισορροπίας είναι της μορφής $x=A\eta\mu(\omega t+\varphi_0)$ όπου τη στιγμή $t=0$, $x_0=+A$, οπότε με αντικατάσταση:

$$A=A\eta\mu(\omega \cdot 0+\varphi_0) \rightarrow \eta\mu\varphi_0=1 \rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ (rad)}$$

Ενώ:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{200}{2}} \text{rad / s} = 10 \text{rad / s}$$

Οπότε τη στιγμή $t_2=\pi/6$ το σώμα περνά από την θέση (2) με απομάκρυνση:

$$x_2 = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) = 0,1 \cdot \eta\mu\left(10 \cdot \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right) = 0,1 \cdot \eta\mu\left(\frac{13\pi}{6}\right) = 0,1 \cdot \eta\mu\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right) \rightarrow$$

$$x_2 = 0,1 \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0,1 \cdot \frac{1}{2}m = 0,05m$$

Άρα η θέση (2) είναι πάνω από την θέση ισορροπίας, όπως στο διπλανό σχήμα, στο οποίο έχουν επίσης σημειωθεί η απομάκρυνση και η δύναμη επαναφοράς, η οποία κατευθύνεται ξανά προς την θέση ισορροπίας.

Με βάση τα παραπάνω, για τις τιμές απομάκρυνσης και δύναμης επαναφοράς έχουμε:

$$x_2 = 0,05m$$

και

$$\Sigma F_2 = -Dx_2 = -kx_2 = -200 \cdot 0,05N = -10N$$

