# Το μήκος του ελατηρίου και η ακτίνα καμπυλότητας

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σφαίρα μάζας m=4kg, δεμένη στο άκρο ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=100Ν/m, το άλλο άκρο του οποίου έχει στερεωθεί σε σταθερό σημείο Ο. Σε μια στιγμή η σφαίρα δέχεται στιγμιαίο κτύπημα, με αποτέλεσμα να αποκτά οριζόντια ταχύτητα υ0=5m/s, κάθετη στον άξονα του ελατηρίου. Μετά από λίγο η σφαίρα φτάνει στη θέση Β, όπως στο σχήμα (σε κάτοψη), έχοντας ταχύτητα μέτρου υ1=4m/s, επίσης κάθετη στον άξονα του ελατηρίου.

Να υπολογιστούν για την θέση Β:

 α) το μήκος του ελατηρίου l1,

 β) η ακτίνα καμπυλότητας της τροχιάς της σφαίρας.

***Απάντηση:***

Στην αρχική θέση Α η σφαίρα ισορροπεί, οπότε δεν δέχεται οριζόντια δύναμη από το ελατήριο, το οποίο έχει το φυσικό μήκος του l0. Αλλά κατά την κίνηση της σφαίρας στη συνέχεια, στο οριζόντιο επίπεδο, η μόνη δύναμη που παράγει έργο είναι η δύναμη του ελατηρίου (βάρος και Ν είναι κατακόρυφες, άρα κάθετες στη μετατόπιση). Αν λοιπόν στη θέση Β το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί κατά Δl, από την διατήρησης της ενέργειας για το σύστημα σφαίρα-ελατήριο, παίρνουμε:

 

Εξάλλου στη διάρκεια της παραπάνω κίνησης, η δύναμη του ελατηρίου κατευθύνεται προς το σημείο Ο, οπότε η στροφορμή της σφαίρας ως προς το Ο, παραμένει σταθερή. Έτσι από Α.Δ.Σ. παίρνουμε:

 

α) Με βάση τα παραπάνω το μήκος του ελατηρίου στη θέση Β είναι:



β) Στη θέση Β, η δύναμη του ελατηρίου είναι κάθετη στην ταχύτητα υ1, παίζοντας τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης, αλλάζοντας δηλαδή την κατεύθυνση της ταχύτητας της σφαίρας:

 

***Σχόλιο:***

Αξίζει να επισημανθεί ένα λάθος που γίνεται συνήθως σε προβλήματα με τροχιά σώματος δεμένου στο άκρο ελατηρίου.

Είναι άλλο το μήκος του ελατηρίου και άλλο η ακτίνα καμπυλότητας της τροχιάς στη θέση Β. Αν δούμε το διπλανό σχήμα, το μήκος του ελατηρίου είναι l1=3m, αλλά η τροχιά της σφαίρας στη θέση Β, δεν προσεγγίζεται από κύκλο κέντρου Ο και ακτίνας 3m, αλλά από κύκλο κέντρου Κ με ακτίνα 16/15m≈1,1m.

***dmargaris@gmail.com***