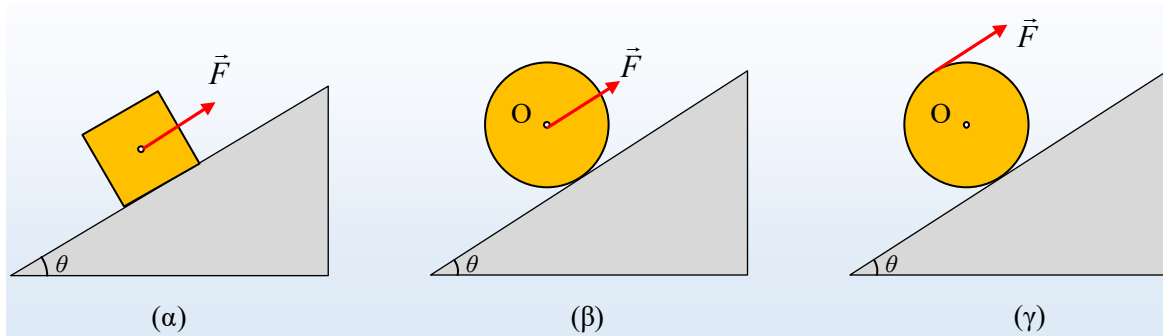


Τρεις ισορροπίες με μια δύναμη



Ένα σώμα βάρους $w=100\text{N}$ θέλουμε να ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο, κλίσεως $\theta=30^\circ$, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή οριακής στατικής τριβής $\mu_s = \frac{\sqrt{3}}{5}$, με την επίδραση δύναμης F παράλληλης στο κεκλιμένο επίπεδο.

Ζητάμε τις δυνατές τιμές για το μέτρο της δύναμης F , στις τρεις περιπτώσεις που φαίνονται στο σχήμα, όπου:

- i) Στο σχήμα (α) το σώμα είναι ένας κύβος και η δύναμη ασκείται στο κέντρο του.
- ii) Στο (β) σχήμα το σώμα είναι ένας δίσκος και η δύναμη ασκείται στο κέντρο του.
- iii) Στο (γ) σχήμα, ο ίδιος δίσκος αλλά η δύναμη ασκείται μέσω ενός τυλιγμένου νήματος στην περιφέρειά του.

Απάντηση:

Στο διπλανό σχήμα έχουμε αναλύσει το βάρος σε δυο συνιστώσες, στο (α) σχήμα. **Ίδια ακριβώς** είναι η κατάσταση και στις περιπτώσεις με τον δίσκο. Από την ισορροπία στην διεύθυνση την κάθετη στο επίπεδο παίρνουμε:

$$N=w_y \rightarrow N=w \cdot \sin\theta = 100 \frac{\sqrt{3}}{2} \text{N} = 50\sqrt{3}\text{N}$$

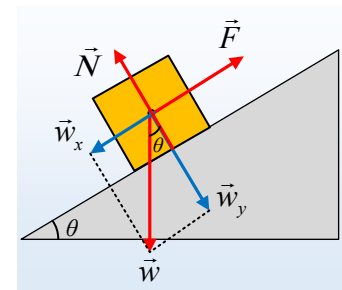
Αλλά τότε και στα τρία σώματα μπορεί να ασκηθεί δύναμη στατικής τριβής, με μέγιστη τιμή:

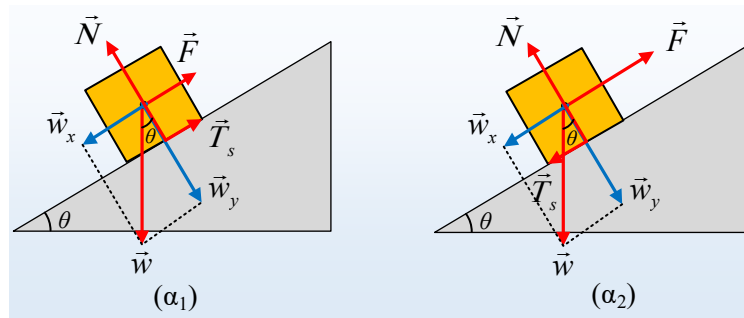
$$T_{op} = \mu_s N = \frac{\sqrt{3}}{5} 50\sqrt{3}\text{N} = 30\text{N}$$

Ενώ η άλλη συνιστώσα του βάρους έχει μέτρο:

$$w_x = w \cdot \eta\mu\theta = 100 \frac{1}{2} \text{N} = 50\text{N}$$

- i) Στην περίπτωση του κύβου, βλέπουμε ότι η μέγιστη δυνατή τιμή της στατικής τριβής (T_{op}) είναι μικρότερη της συνιστώσας w_x , άρα το σώμα τείνει να κινηθεί προς τα κάτω. Έτσι χρειαζόμαστε μια (μικρή) δύναμη F , η οποία είναι απαραίτητη για την ισορροπία, όπως στο σχήμα (α₁).





Από την ισορροπία παίρνουμε $\Sigma F_x=0 \rightarrow F+T_s-w_x=0$, πράγμα που σημαίνει ότι η ελάχιστη τιμή της δύναμης, αντιστοιχεί στην μέγιστη τιμή της στατικής τριβής, δηλαδή:

$$F_{min}=w_x-T_{op}=50N-30N=20N$$

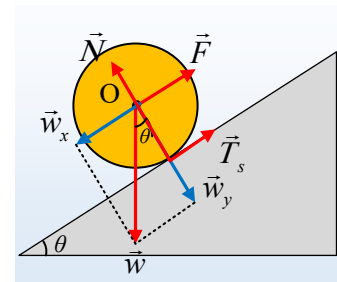
Αυξάνοντας το μέτρο της F, μειώνεται η τριβή και για $F=50N$ η τριβή μηδενίζεται, ενώ αν συνεχίσουμε να αυξάνουμε την F, η τριβή αλλάζει κατεύθυνση, όπως στο σχήμα (α2), οπότε θα έχουμε $F=w_x+T_s$, με μέγιστη τιμή της δύναμης:

$$F_{max}=w_x+T_{op}=50N+30N=80N$$

Συμπέρασμα: Με άσκηση κάποιας δύναμης, παράλληλης στο επίπεδο και με φορά προς τα πάνω και με μέτρο $20N \leq F \leq 80N$, ο κύβος ισορροπεί.

- ii) Στην περίπτωση του σχήματος (β), η άσκηση της δύναμης F, στο κέντρο μάζας του δίσκου, δεν παρουσιάζει κάποια ροπή, οπότε δεν θα πρέπει να εμφανιστεί και κάποια τριβή, όπως στο διπλανό σχήμα, αφού τότε ο δίσκος θα αποκτούσε γωνιακή επιτάχυνση. Έτσι από την ισορροπία στην διεύθυνση x παίρνουμε:

$$\Sigma F_x=0 \rightarrow F=w_x=50N$$



Συμπέρασμα: Τώρα δεν αναπτύσσεται δύναμη τριβής στον δίσκο και είναι απαραίτητο η ασκούμενη δύναμη να έχει ένα συγκεκριμένο μέτρο, ίσο με την συνιστώσα w_x , την οποία εξουδετερώνει.

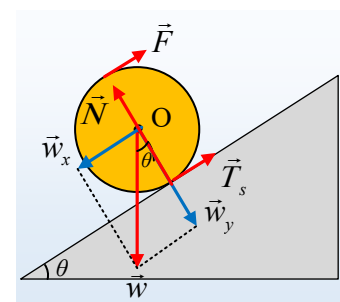
- iii) Ερχόμαστε τέλος στον δίσκο του σχήματος (γ). Για να μην στρέφεται ο δίσκος, σημαίνει ότι το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών, ως προς το κέντρο μάζας του O, θα είναι μηδενικό. Αλλά αν η F τείνει να στρέψει τον κύλινδρο, σύμφωνα με την φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, τότε η ασκούμενη στατική τριβή, θα έχει την κατεύθυνση του σχήματος, προς τα πάνω, ώστε να τείνει να περιστρέψει αντίθετα τον κύλινδρο. Έτσι παίρνουμε:

$$\Sigma \tau_O = 0 \rightarrow T_s \cdot R - F \cdot R = 0 \rightarrow F = T_s$$

Όμως:

$$\Sigma F_x=0 \rightarrow F+T_s-w_x=0 \rightarrow$$

$$2F = w_x \rightarrow F=25N$$



Συμπέρασμα: Τώρα αναπτύσσεται δύναμη τριβής στον δίσκο, με φορά προς τα πάνω, η οποία «βοηθά» στην ισορροπία, αλλά και πάλι είναι απαραίτητο η ασκούμενη δύναμη να έχει ένα **συγκεκριμένο** μέτρο, ίσο με το μισό της συνιστώσας w_x , για την ισορροπία του δίσκου.

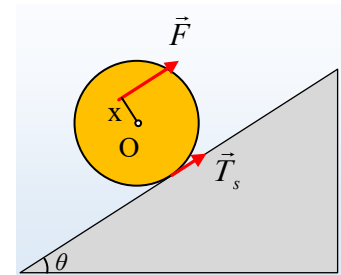
Γενικότερα αν η δύναμη απέχει κατά x από το κέντρο του δίσκου, τότε η σχέση $\Sigma\tau=0$ οδηγεί στην $T_s \cdot R - F \cdot x = 0$ οπότε $F > T_s$, πράγμα που σημαίνει ότι για κάθε x υπάρχει μία μόνο δύναμη F , με μέτρο μεγαλύτερο από 25N , η οποία εξασφαλίζει την ισορροπία. Ή αν προτιμάτε:

$$\text{Για } 0 \leq x \leq R$$

Πρέπει να ασκηθεί δύναμη F με μέτρο:

$$50\text{N} \geq F \geq 25\text{N}$$

Για να εξασφαλιστεί ισορροπία του δίσκου.



dmargaris@gmail.com