

Διονύσης Μάργαρης

Φυσική

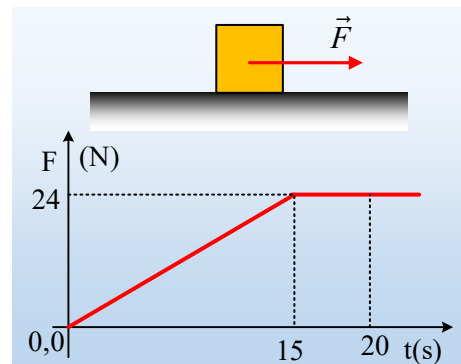
Α' Λυκείου



Ασκήσεις 2020-21

1) Η μεταβλητή δύναμη αναδεικνύει τις τριβές

Ένα σώμα μάζας $m=4\text{kg}$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω του μια μεταβλητή οριζόντια δύναμη F , το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα. Με δεδομένο ότι μόλις αρχίσει να ολισθαίνει το σώμα, το μέτρο της δύναμης F σταθεροποιείται και ότι η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή $t_1=20\text{s}$ είναι $v_1=5\text{m/s}$, ζητούνται:

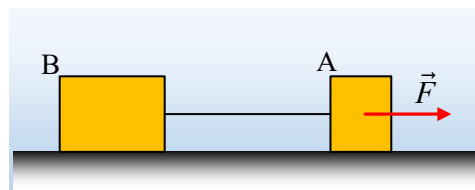


- Ποια χρονική στιγμή t_0 αρχίζει η κίνηση του σώματος και πόση είναι η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής (η οριακή τριβή) η οποία ασκείται στο σώμα;
- Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου.
- Να γίνει η γραφική παράσταση της τριβής που ασκείται στο σώμα, σε συνάρτηση με το χρόνο ($T=f(t)$).
- Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης F από $t=0$ έως $t=t_1=20\text{s}$.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

2) Τα έργα των δυνάμεων σε ένα σύστημα

Δυο σώματα Α και Β ηρεμούν σε οριζόντιο επίπεδο, ενώ συνδέονται με ένα αβαρές και τεντωμένο νήμα, σταθερού μήκους. Σε μια στιγμή ασκούμε στο Α σώμα, μάζας $m=2\text{kg}$, το οποίο παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστή τριβής $\mu_1=0,4$, οριζόντια σταθερή δύναμη μέτρου $F=26\text{N}$, στην διεύθυνση του νήματος, όπως στο σχήμα. Μετά από μετατόπιση κατά $\Delta x_1=4\text{m}$, τα σώματα έχουν αποκτήσει ταχύτητα $v_1=2\text{m/s}$. Για την παραπάνω μετακίνηση:

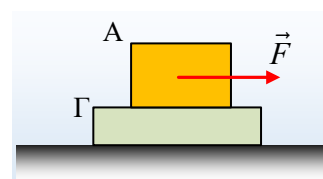


- Να υπολογιστεί η ενέργεια που μεταφέρεται στο Α σώμα μέσω του έργου της ασκούμενης δύναμης F .
- Πόση θερμότητα παράγεται λόγω τριβής μεταξύ του σώματος Α και του επιπέδου;
- Να βρεθεί η ενέργεια που μεταφέρεται στο σώμα Β, μέσω του νήματος που συνδέει τα δύο σώματα.
- Να υπολογισθεί η κινητική ενέργεια του σώματος Β, αν δίνεται ότι η τριβή που δέχεται από το επίπεδο έχει μέτρο $T_2=12\text{N}$.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

3) Για να δούμε, ποιο σώμα θα κινηθεί;

Το σώμα Α μάζας $m_1=2\text{kg}$, είναι τοποθετημένο πάνω στο σώμα Γ, μάζας $m_2=1\text{kg}$ και το σύστημα ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων είναι $\mu=0,5$. Σε μια στιγμή ασκούμε στο Α σώμα μια οριζόντια δύναμη μέτρου $F=6\text{N}$, όπως στο σχήμα.

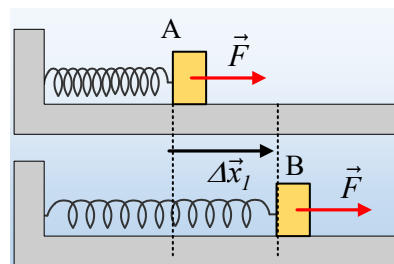


- i) Να εξετάσετε αν το σώμα Α θα γλιστρήσει πάνω στο Γ.
- ii) Αν το επίπεδο είναι λείο, να υπολογιστεί η επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σώμα Α.
- iii) Να υπολογιστεί ο ελάχιστος συντελεστής τριβής ($\mu_s = \mu_{ολ} = \mu_{min}$) μεταξύ του Γ σώματος και του επιπέδου, για να εξασφαλιστεί ότι δεν θα υπάρξει κίνηση του συστήματος.
- iv) Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος Γ και του επιπέδου έχει τιμή $\mu_1 = 0,1$, να υπολογιστούν οι επιταχύνσεις που θα αποκτήσουν τα δυο σώματα.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$, ενώ η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής θεωρείται ίση και με την τριβή ολίσθησης.

4) Μετακινούμε σώμα, στο άκρο ελατηρίου

Ένα σώμα μάζας 2 kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,5$, δεμένο στο άκρο οριζώντιου ελατηρίου, το οποίο έχει το φυσικό μήκος του, στη θέση Α. Σε μια στιγμή ασκούμε στο σώμα μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 50 \text{ N}$, με αποτέλεσμα να κινηθεί και μετά από λίγο, έχοντας μετατοπισθεί κατά $\Delta x_1 = 0,4 \text{ m}$, περνά από την θέση Β με ταχύτητα $v_1 = 3 \text{ m/s}$. Αναφερόμενοι στην κίνηση από το Α στο Β:

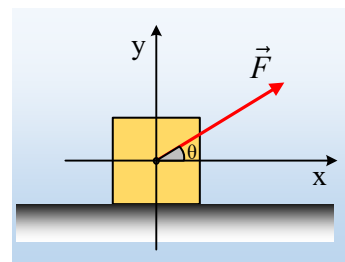


- i) Κάποιος συμμαθητής σας υποστηρίζει ότι η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη. Συμφωνείτε ή διαφωνείτε με την παραπάνω θέση; Εξηγείστε αναλυτικά την θέση σας.
- ii) Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε στο σώμα, μέσω του έργου της δύναμης F;
- iii) Να υπολογίσετε την μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια (μετατρέπεται σε θερμότητα..), εξαιτίας της τριβής.
- iv) Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε από το σώμα στο ελατήριο, κατά την παραπάνω κίνηση;

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

5) Η απογείωση με την άσκηση μεταβλητής δύναμης

Ένα μικρό σώμα μάζας $m = 0,8 \text{ kg}$, ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή $t_0 = 0$, ασκείται στο σώμα μια πλάγια μεταβλητή δύναμη F, η οποία σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο, μια σταθερή γωνία θ , όπου $\eta \mu \theta = 0,8$ και $\sigma \nu \theta = 0,6$. Αν το μέτρο της δύναμης μεταβάλλεται με το χρόνο, σύμφωνα με την σχέση $F = 5t$ (S.I.), ζητούνται:



- i) Να αναλύσετε την δύναμη F σε δύο συνιστώσες, μια οριζόντια και μια κατακόρυφη και να υπολογίσετε τα μέτρα τους, τη χρονική στιγμή $t_1 = 1 \text{ s}$.
- ii) Η δύναμη που το επίπεδο ασκεί στο σώμα τη στιγμή t_1 .
- iii) Η επιτάχυνση του σώματος τη στιγμή t_1 ;
- iv) Η χρονική στιγμή t_2 που το σώμα χάνει την επαφή, με το οριζόντιο επίπεδο. Πόση είναι η επιτάχυνση του

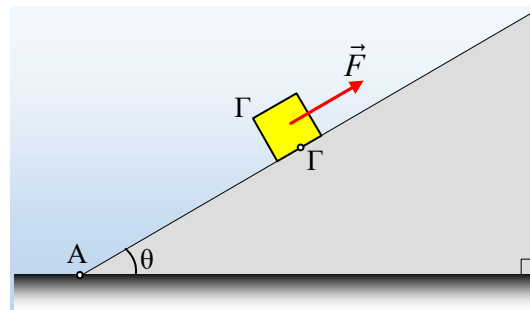
σώματος την στιγμή αυτή;

ν) Με ποια ταχύτητα το σώμα εγκαταλείπει το οριζόντιο επίπεδο;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

6) Αυξάνοντας την δύναμη, το σώμα ανεβαίνει.

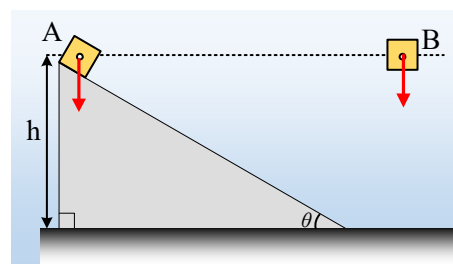
Στο σχήμα βλέπετε ένα σώμα Σ, αμελητέων διαστάσεων, να ηρεμεί στο σημείο Γ ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου, με την επίδραση δύναμης μέτρου $F=10\text{N}$, παράλληλης προς το επίπεδο, απέχοντας απόσταση $(AG)=2\text{m}$, από την βάση του επιπέδου. Δίνεται η γωνία $\theta=30^\circ$ ($\eta\mu\theta=\frac{1}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$) και $g=10\text{m/s}^2$, ενώ η δυναμική ενέργεια του σώματος όταν βρίσκεται στο οριζόντιο επίπεδο που περνά από το Α είναι μηδενική.



- Να υπολογιστεί η μάζα του σώματος Σ.
- Να βρεθεί η δυναμική ενέργεια του σώματος στην θέση Γ.
- Κάποια στιγμή αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή $F'=16\text{N}$, με αποτέλεσμα το σώμα να αρχίσει να ανέρχεται κατά μήκος του επιπέδου και μετά από λίγο περνά από το σημείο Δ, όπου $(ΓΔ)=1,5\text{m}$.
 - Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε στο σώμα Σ, μέσω του έργου της δύναμης F, κατά την παραπάνω μετακίνηση;
 - Ποια η ταχύτητα του σώματος στη θέση Δ;
 - Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια του σώματος στη θέση Δ.

7) Δύο πτώσεις σωμάτων

Δύο σώματα Α και Β, της ίδιας μάζας, αφήνονται να πέσουν από το ίδιο ύψος h. Το Α σε επαφή με ένα λείο κεκλιμένο επίπεδο, το Β ελεύθερα, όπως στο σχήμα και μετά από λίγο φτάνουν στο έδαφος.



- Για τα έργα των δύο βαρών των σωμάτων, για τις παραπάνω πτώσεις, ισχύει:

$$\alpha) W_1 < W_2, \quad \beta) W_1 = W_2, \quad \gamma) W_1 > W_2.$$

Όπου W_1 το έργο του βάρους του Α σώματος και W_2 το αντίστοιχο έργο του βάρους του Β σώματος.

- Για τα μέτρα των ταχυτήτων με τις οποίες τα σώματα φτάνουν στο έδαφος, ισχύει:

$$\alpha) v_1 < v_2, \quad \alpha) v_1 = v_2, \quad \alpha) v_1 > v_2.$$

- Η μηχανική ενέργεια διατηρείται κατά την πτώση:

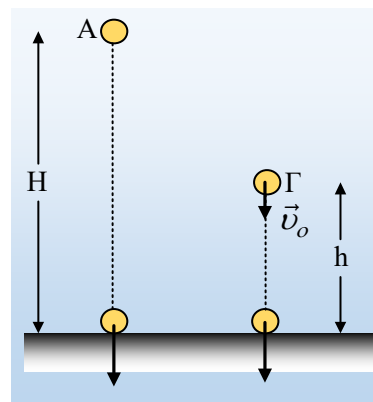
- του Α σώματος
- του Β σώματος
- και των δύο σωμάτων

δ) Σε καμιά από τις δύο αυτές περιπτώσεις.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας, θεωρώντας αμελητέα την αντίσταση του αέρα.

8) Ίσες κινητικές ενέργειες. Οι δυναμικές;

Δύο σώματα Α και Γ έχουν ίσες μάζες. Το Α αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος H , ενώ το Γ εκτοξεύεται κατακόρυφα με αρχική ταχύτητα v_0 από ύψος $h = \frac{1}{2} H$. Τα δύο σώματα φτάνουν στο έδαφος με κινητικές ενέργειες $K_1 = K_2 = 20J$. Θεωρώντας μηδενική την δυναμική ενέργεια ενός σώματος στο έδαφος, να επιλέξετε τις σωστές επιλογές στα παρακάτω ερωτήματα.



i) Η αρχική δυναμική ενέργεια του σώματος Α, σε ύψος H είναι ίση:

α) $U_1 = 30J$, β) $U_1 = 20J$, γ) $U_1 = 10J$, δ) $U_1 = 5J$.

ii) Η αρχική δυναμική ενέργεια του σώματος Γ, σε ύψος h είναι ίση:

α) $U_2 = 20J$, β) $U_2 = 10J$, γ) $U_2 = 5J$.

iii) Η αρχική κινητική ενέργεια του Γ σώματος, μόλις εκτοξευτεί από ύψος h , είναι ίση:

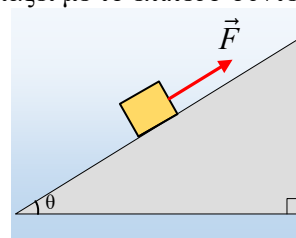
α) $K_0 = 20J$, β) $K_0 = 15J$, γ) $K_0 = 10J$, δ) $K_0 = 5J$.

iv) Τη στιγμή που το Α σώμα βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος έχει ταχύτητα:

α) $v_1 < v_0$, β) $v_1 = v_0$, γ) $v_1 > v_0$.

9) Τραβώντας το νήμα εξασφαλίζουμε ισορροπία

Σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ , τοποθετούμε ένα μάζας $m = 5kg$, το οποίο παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,6$.



i) Να αποδείξετε ότι το σώμα δεν θα ισορροπήσει, αλλά θα κινηθεί προς τα κάτω.

ii) Για να εξασφαλιστεί η ισορροπία του σώματος, το δένουμε με ένα νήμα, μέσω του οποίου ασκούμε πάνω του μια δύναμη, παράλληλη στο επίπεδο μέτρου $F_1 = 25N$. Να υπολογιστεί η τριβή που ασκείται στο σώμα, στην περίπτωση αυτή.

iii) Ποια είναι η ελάχιστη και ποια η μέγιστη τιμή, την οποία μπορεί να πάρει η δύναμη F , ενώ διατηρείται η ισορροπία του σώματος.

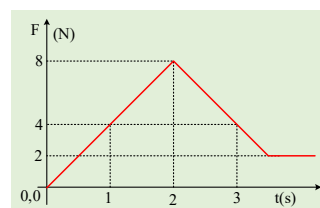
iv) Αν $F = F_2 = 12N$, να υπολογιστεί η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα.

Δίνεται $g = 10m/s^2$, $\eta\mu\theta = 0,8$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = 0,6$, ενώ η οριακή στατική τριβή θεωρείται ίση με την τριβή ολίσθησης.

10) Η διάρκεια της κίνησης σώματος

Ένα σώμα μάζας $m = 2kg$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,2$. Στο σώμα ασκούμε μια οριζόντια μεταβλητή δύναμη F , η οποία μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα.

Με δεδομένο ότι η οριακή στατική τριβή είναι ίση με την τριβή ολίσθησης και $g = 10m/s^2$, ζητούνται:



- i) Η χρονική στιγμή t_1 όπου το σώμα θα αρχίσει την κίνησή του.
- ii) Η μέγιστη επιτάχυνση την οποία αποκτά το σώμα.
- iii) Το σώμα θα κινηθεί για χρονικό διάστημα:

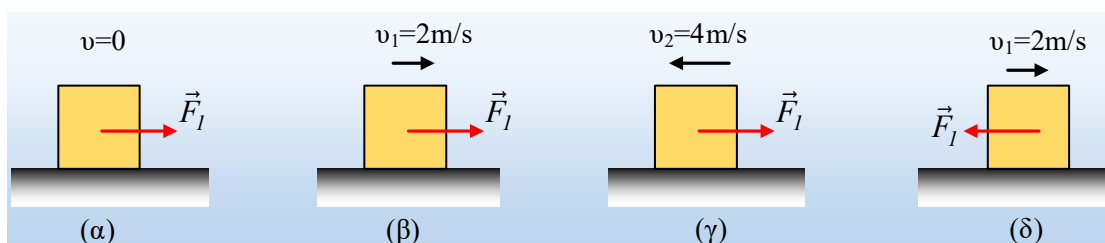
$$\alpha) \Delta t < 2s, \quad \beta) \Delta t = 2s, \quad \gamma) \Delta t > 2s.$$

Να δικαιολογήσετε αναλυτικά την επιλογή σας.

- iv) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, μόλις σταματήσει η κίνηση του σώματος και να υπολογίσετε τα μέτρα τους. Δίνεται ότι η ακινητοποίηση του σώματος γίνεται κάποια στιγμή $t' > 4s$.

11) Η τριβή σε ακίνητο και κινούμενο σώμα

Για να μπορέσουμε να μετακινήσουμε ένα σώμα, το οποίο ηρεμεί σε ένα οριζόντιο επίπεδο, απαιτείται να του ασκήσουμε μια οριζόντια δύναμη, μέτρου τουλάχιστον 5N. Στο σχήμα βλέπετε το ίδιο σώμα στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση οριζόντιας δύναμης μέτρου $F_1 = 4N$.



Θεωρούμε ότι η οριακή στατική τριβή, μεταξύ του σώματος και του επιπέδου, έχει το ίδιο μέτρο με την τριβή ολίσθησης.

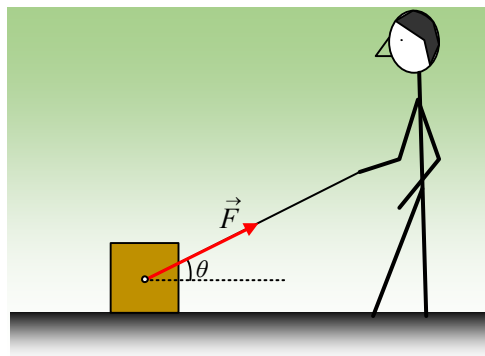
- i) Να σχεδιάσετε την τριβή που ασκείται στο σώμα, στις περιπτώσεις που δίνονται στο σχήμα, όπου στο (α) το σώμα είναι αρχικά ακίνητο, ενώ στα τρία επόμενα σχήματα κινείται, όπου κάποια στιγμή, παρουσιάζει τις ταχύτητες, που φαίνονται σε κάθε σχήμα.
- ii) Να υπολογιστεί το μέτρο της ασκούμενης τριβής σε κάθε περίπτωση και για τις στιγμές που το σώμα έχει τις δοσμένες ταχύτητες.

12) Ασκώντας μια πλάγια δύναμη, τι θα γίνει;

Σε ένα οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα μικρό σώμα μάζας $m = 0,5kg$. Ένα παιδί δένει το σώμα με ένα νήμα και κάποια στιγμή το τραβάει, ασκώντας πάνω του μια σταθερή δύναμη F , όπως στο σχήμα, όπου το νήμα σχηματίζει με το επίπεδο γωνία θ , για την οποία $\eta\mu\theta = 0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = 0,8$. Να εξετασθεί αν το σώμα θα κινηθεί ή όχι και στην περίπτωση κίνησης, να υπολογιστεί η επιτάχυνση που θα αποκτήσει, όταν το μέτρο της ασκούμενης δύναμης είναι:

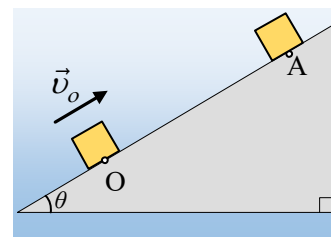
- i) $F_1 = 2,5N$, ii) $F_2 = 5N$ και iii) $F_3 = 10N$

Δίνεται $g = 10m/s^2$, ενώ το σώμα παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστές τριβής $\mu = \mu_s = 0,8$.



13) Κίνηση κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου

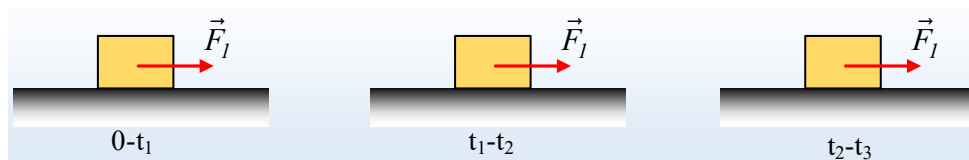
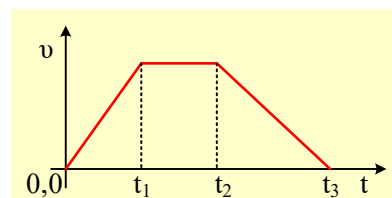
Ένα σώμα κινείται κατά μήκος ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου και σε μια στιγμή που θεωρούμε ως $t_0=0$, περνά από το σημείο Ο με ταχύτητα μέτρου v_0 . Το σώμα σταματά την άνοδό του στο επίπεδο τη στιγμή $t_1=2s$, στο σημείο Α και στη συνέχεια κινείται ξανά προς τα κάτω, φτάνοντας τη στιγμή t_2 ξανά στη θέση Ο. Αν για την κλίση του κεκλιμένου επιπέδου δίνεται $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$, ενώ $g=10m/s^2$, ζητούνται:



- Να αποδειχθεί ότι το σώμα, τόσο στην άνοδό του, όσο και στην κάθοδό του, κινείται με την ίδια σταθερή επιτάχυνση, την οποία και να υπολογίσετε.
- Η ταχύτητα v_0 του σώματος στο σημείο Ο.
- Η απόσταση (ΟΑ) που διανύει το σώμα κατά την προς τα άνω κίνησή του.
- Η χρονική στιγμή t_2 , καθώς και η ταχύτητα v_2 , με την οποία το σώμα επιστρέφει στο σημείο Ο.

14) Μπορείτε να σχεδιάσετε τις δυνάμεις;

Σε ένα σώμα που ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ασκείται για $t=0$ μια οριζόντια δύναμη F_1 , όπως στο πρώτο από τα παρακάτω σχήματα. Τη στιγμή t_1 στο σώμα ασκείται επιπλέον μια οριζόντια δύναμη F_2 , μέχρι τη στιγμή t_2 , όπου παύει η F_2 , ενώ ασκείται στο σώμα μια τρίτη οριζόντια δύναμη F_3 . Στο διπλανό σχήμα φαίνεται πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα του σώματος, μέχρι τη στιγμή t_3 .



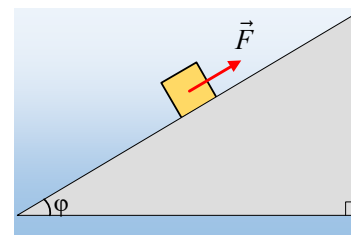
- Να σχεδιάσετε πάνω στο παραπάνω σχήμα τις δυνάμεις F_2 και F_3 , στα διαστήματα που ασκούνται.
- Για τα μέτρα των δυνάμεων F_1 και F_2 ισχύει:
 - $F_1 < F_2$, β) $F_1 = F_2$, γ) $F_1 > F_2$.
- Για το μέτρο της δύναμης F_3 , ισχύει:
 - $F_3 < F_1$, β) $F_3 = F_1$, γ) $F_3 > F_1$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

15) Μια χρήσιμη ανάλυση δύναμης.

Ένα σώμα μάζας $4kg$ αφήνεται σε λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως φ , όπου $\eta\mu\varphi=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi=0,8$, όπως στο σχήμα.

- Να υπολογιστεί το βάρος του σώματος και να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες, μια παράλληλη στο επίπεδο και μια κάθετη σε αυτό, υπολογίζοντας



και τα μέτρα τους.

ii) Για να παραμείνει το σώμα ακίνητο και να μην κατέβει προς τα κάτω, ασκούμε πάνω του μια δύναμη F , παράλληλη στο επίπεδο. Να υπολογιστεί το μέτρο της.

iii) Να βρεθεί η δύναμη που το σώμα ασκεί στο επίπεδο.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

16) Τραβάμε το σχοινί για να ανυψώσουμε ένα σώμα

Ένα σώμα μάζας $m=4\text{kg}$ ηρεμεί στο έδαφος. Δένουμε το σώμα με ένα νήμα και αρχίζουμε να το τραβάμε κατακόρυφα προς τα πάνω, για να το ανεβάσουμε στον 3^ο όροφο της πολυκατοικίας μας. Μεταβάλλουμε την δύναμη που τραβάμε το νήμα, με αποτέλεσμα η τάση του νήματος, η οποία ασκείται στο σώμα, να ικανοποιεί την εξίσωση:

$$T=4t \quad (\text{μονάδες στο S.I.})$$

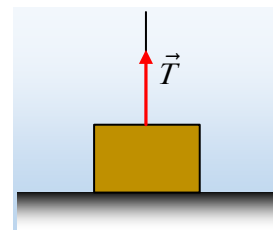
i) Να υπολογισθούν τα μέτρα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα τη χρονική στιγμή $t_1=6\text{s}$.

ii) Ποια χρονική στιγμή t_2 το σώμα εγκαταλείπει το έδαφος (απογειώνεται);

iii) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος, την χρονική στιγμή $t_3=12\text{s}$.

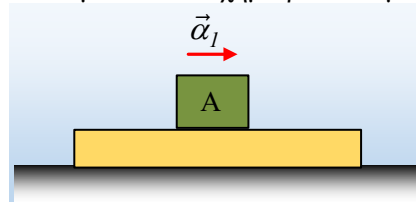
iv) Μπορείτε να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή t_3 ;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



17) Η ταχύτητα και η επιτάχυνση της σανίδας

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο έχουμε μια σανίδα πάνω στην οποία γλιστράει ένα σώμα Α. Στο σχήμα βλέπετε μια στιγμή, όπου το σώμα Α έχει επιτάχυνση a_1 με κατεύθυνση προς τα δεξιά και ταχύτητα τυχαίας φοράς, χωρίς να έρχεται σε επαφή με άλλο σώμα, εκτός της σανίδας.



Ποια από τα παρακάτω ενδεχόμενα είναι δυνατόν να συμβαίνουν:

i) Η σανίδα παραμένει ακίνητη, χωρίς να επιταχύνεται.

ii) Η ταχύτητα v_2 και η επιτάχυνση a_2 της σανίδας έχουν κατεύθυνση προς τα δεξιά.

iii) Η ταχύτητα v_2 και η επιτάχυνση a_2 της σανίδας έχουν κατεύθυνση προς τα αριστερά.

iv) Η ταχύτητα v_2 της σανίδας έχει φορά προς τα δεξιά και η επιτάχυνση a_2 προς τα αριστερά.

v) Η ταχύτητα v_2 της σανίδας έχει φορά προς τα αριστερά και η επιτάχυνση a_2 προς τα δεξιά.

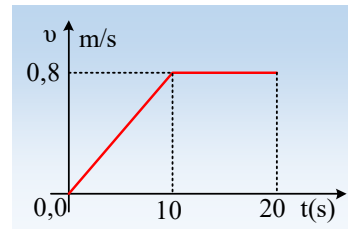
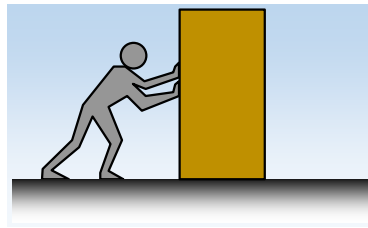
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

18) Δυναμική και μια ... δίκλωνη συνάρτηση

Μια ντουλάπα, μάζας 50kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο δεν εμφανίζει τριβές.

Κάποια στιγμή ένα παιδί σπρώχνει την ντουλάπα, με σκοπό την μετακίνησή της, ασκώντας της μια οριζόντια

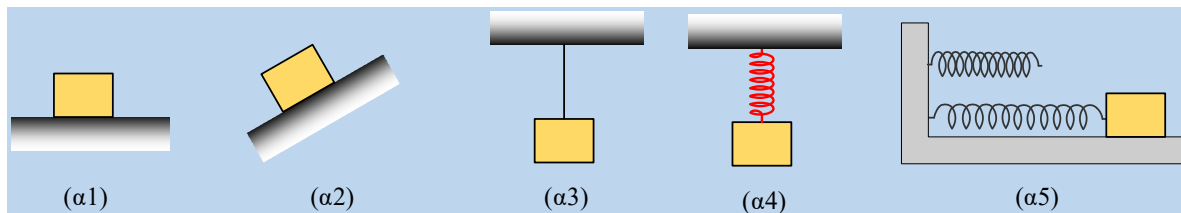
δύναμη F . Στο δεξιό διάγραμμα, βλέπουμε πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα της ντουλάπας, σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη χρονική στιγμή $t' = 20\text{s}$.



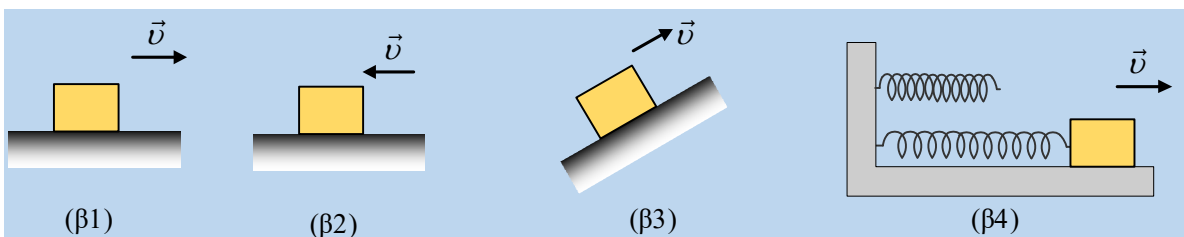
- i) Αφού υπολογίσετε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή $t' = 20\text{s}$, να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση $F-t$.
- ii) Θεωρώντας την αρχική θέση της ντουλάπας, ως αρχή ενός άξονα x , κατά μήκος του οποίου έγινε η μετακίνηση, με θετική την προς τα δεξιά κατεύθυνση, να βρεθεί η εξίσωση θέσης ($x-t$), μέχρι τη στιγμή t' .
- iii) Να παρασταθεί γραφικά η θέση της ντουλάπας σε συνάρτηση με το χρόνο, στο παραπάνω χρονικό διάστημα.

19) Δυνάμεις από απόσταση και δυνάμεις εξ επαφής.

Στα παρακάτω σχήματα βλέπετε ένα σώμα βάρους 4N , σε διάφορες θέσεις. Τριβές δεν υπάρχουν.



- i) Να σχεδιάσετε πάνω στο σχήμα τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, από απόσταση, σε κάθε περίπτωση.
- ii) Σε νέο σχήμα, να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που σε κάθε περίπτωση ασκούνται στο σώμα, από επαφή.
- iii) Το παραπάνω σώμα κινείται, όπως δείχνεται στα παρακάτω σχήματα.

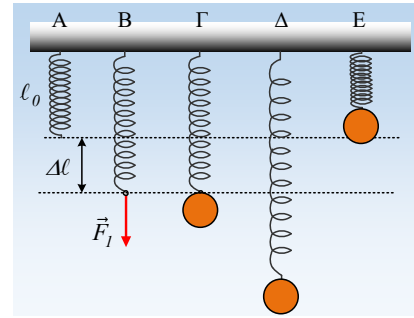


Να σχεδιάστε, σε κάθε σχήμα, όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.

20) Το ελατήριο, το βάρος και οι δυνάμεις.

Ένα ιδανικό ελατήριο (απόλυτα ελαστικό με αμελητέο βάρος), κρέμεται από το ταβάνι, όπως στο σχήμα (θέση Α), έχοντας το φυσικό μήκος του ℓ_0 . Ασκώντας με το χέρι μας στο κάτω άκρο του, μια κατακόρυφη δύναμη

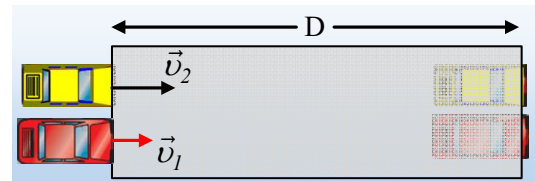
F_1 μέτρου $F_1=4\text{N}$, επιμηκύνουμε το ελατήριο κατά $\Delta\ell$, όπως στη θέση Β.



- i) Στη Γ θέση, έχουμε αντικαταστήσει την δύναμη F_1 , με μια μικρή σφαίρα, η οποία ηρεμεί, έχοντας προκαλέσει την ίδια επιμήκυνση $\Delta\ell$ στο ελατήριο.
 - α) Να σχεδιάσετε την δύναμη F_2 που επιμηκύνει το ελατήριο στη θέση Γ και να υπολογίσετε το μέτρο της.
 - β) Να βρείτε το βάρος της σφαίρας.
- ii) Τραβώντας τη σφαίρα προς τα κάτω, την φέρνουμε στη θέση Δ και την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί.
 - α) Να σχεδιάσετε την δύναμη F_3 που η σφαίρα ασκεί στο ελατήριο, αμέσως μόλις αφεθεί να κινηθεί.
 - β) Το μέτρο της δύναμης F_3 , είναι μικρότερο, ίσο ή μεγαλύτερο από το βάρος της σφαίρας;
- iii) Μετά από λίγο, η σφαίρα έχει φτάσει στη θέση Ε, του σχήματος. Να σχεδιάσετε στη θέση αυτή, την δύναμη F_4 που η σφαίρα ασκεί στο ελατήριο. Συνδέεται με κάποιο τρόπο η δύναμη αυτή με το βάρος της σφαίρας;

21) Ας δούμε και ένα πρόβλημα Κινηματικής

Σε ευθύγραμμο δρόμο κινούνται με σταθερές ταχύτητες $v_1=78\text{km/h}$ και $v_2=108\text{km/h}$, δύο αυτοκίνητα και σε μια στιγμή $t=0$ μπαίνουν ταυτόχρονα σε ένα τούνελ, από το οποίο βγαίνουν επίσης ταυτόχρονα, μετά από λίγο χρόνο. Για την κίνηση εντός του τούνελ, έχουμε τις πληροφορίες:



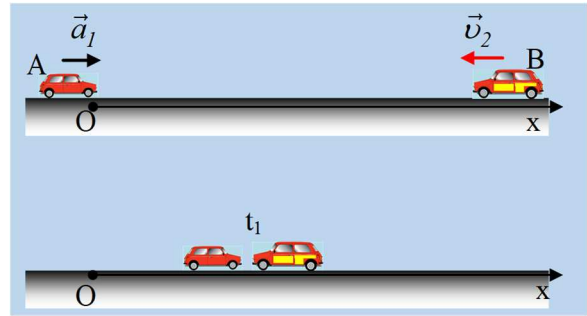
- α) Το πρώτο αυτοκίνητο, κάποια στιγμή t_1 απέκτησε σταθερή επιτάχυνση $a_1=2\text{m/s}^2$, προσέχοντας να μην ξεπεράσει την ταχύτητα των 40m/s , την οποία διατήρησε σταθερή στη συνέχεια.
 - β) Το δεύτερο αυτοκίνητο δεν άλλαξε ταχύτητα στη διάρκεια της κίνησής του.
- i) Να βρεθεί το μήκος του τούνελ D , σε συνάρτηση με τη χρονική στιγμή t_1 , όπου άρχισε να επιταχύνεται το πρώτο αυτοκίνητο.
 - ii) Πόσο θα απείχε το πρώτο αυτοκίνητο από την έξοδο του τούνελ τη στιγμή που θα άρχιζε η έξοδος του δεύτερου αυτοκινήτου, αν ο οδηγός του ξεκίναγε την επιτάχυνση του αυτοκινήτου του, 4s γρηγορότερα από την στιγμή t_1 ;
 - iii) Να βρεθεί το μήκος του τούνελ, αν το πρώτο αυτοκίνητο κινήθηκε επί χρονικό διάστημα $\Delta t=8\text{s}$ με την τελική του ταχύτητα.

22) Μια συνάντηση δύο οχημάτων

Σε ένα ευθύγραμμο δρόμο βρίσκεται ακίνητο ένα αυτοκίνητο Α στη θέση Ο, ενώ ένα δεύτερο αυτοκίνητο Β κινείται προς το Α με σταθερή ταχύτητα **μέτρου** $v_2=10\text{m/s}$. Σε μια στιγμή που θεωρούμε ως $t_0=0$, όπου τα δύο αυτοκίνητα απέχουν απόσταση D , το Α αποκτά σταθερή επιτάχυνση μέτρου $a_1=0,5\text{m/s}^2$, οπότε αρχίζει να

κινείται προς συνάντηση του Β. Τη στιγμή που τα δύο αυτοκίνητα διασταυρώνονται έχουν ίσες κατά μέτρο, ταχύτητες.

Θεωρώντας την αρχική θέση του Α αυτοκινήτου σαν αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα x και την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική:

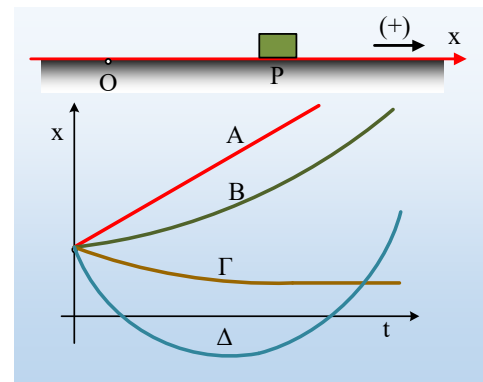


- Να βρείτε ποια χρονική στιγμή t_1 συναντώνται τα δυο αυτοκίνητα.
- Να γίνουν, σε κοινούς άξονες, οι γραφικές παραστάσεις $v-t$, των ταχυτήτων των δύο αυτοκινήτων σε συνάρτηση με το χρόνο και μέχρι τη στιγμή $t_2 = t_1 + 10s$.
- Με την βοήθεια των παραπάνω γραφικών παραστάσεων να υπολογιστεί η αρχική απόσταση D τη στιγμή t_0 .
- Αφού γράψετε τις εξισώσεις κίνησης ($x-t$) για κάθε αυτοκίνητο, να υπολογιστεί η απόσταση μεταξύ τους την χρονική στιγμή $t_3 = 8s$.

23) Αν μας δίνουν διαγράμματα θέσης.

Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο κατά μήκος ενός προσανατολισμένου άξονα x , ξεκινώντας από ένα σημείο P .

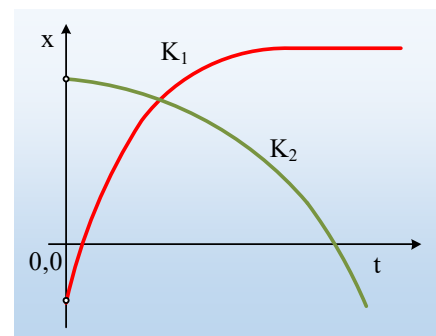
- Στο διπλανό διάγραμμα δίνονται 4 διαφορετικές εκδοχές της γραφικής παράστασης της θέσης του, σε συνάρτηση με το χρόνο. Σε όποια κίνηση υπάρχει επιτάχυνση, αυτή είναι σταθερή.



- Υπάρχει μια κίνηση όπου το σώμα ξεκινά από την ηρεμία. Ποια μπορεί να είναι αυτή;
- Σε ποιες κινήσεις το σώμα κινείται με επιτάχυνση;
- Σε ποιες κινήσεις το σώμα έχει θετική επιτάχυνση;
- Μπορείτε να εξηγήσετε τη διαφορά μεταξύ των κινήσεων που παριστάνονται στις καμπύλες Γ και Δ ; Να δώσετε σύντομες δικαιολογήσεις.

- Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της θέσης σε συνάρτηση με το χρόνο, για δύο κινητά K_1 και K_2 , τα οποία κινούνται στον ίδιο (όπως παραπάνω) οριζόντιο δρόμο.

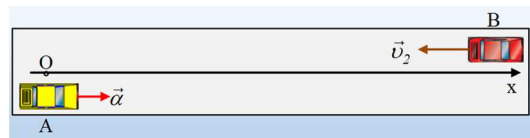
Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες. Να δώσετε σύντομες δικαιολογήσεις.



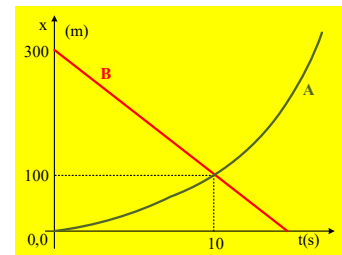
- Το κινητό K_1 έχει αρνητική αρχική θέση και θετική αρχική ταχύτητα.
- Το κινητό K_1 εκτελεί επιβραδυνόμενη κίνηση μέχρι που σταματά.

- iii) Το κινητό K_2 έχει αρχική ταχύτητα προς τα αριστερά και αρνητική επιτάχυνση.
- iv) Το K_2 εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση.

24) Δύο αυτοκίνητα διασταυρώνονται.



Σε ένα σημείο O , ενός ευθύγραμμου δρόμου βρίσκεται ακίνητο ένα αυτοκίνητο A , ενώ ένα δεύτερο όχημα B κινείται προς το A . Κάποια στιγμή $t_0=0$ το αυτοκίνητο A αρχίζει να κινείται προς το B , με σταθερή επιτάχυνση και λαμβάνοντας το σημείο O ως αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα x , παίρνουμε τις θέσεις των δύο αυτοκινήτων σε συνάρτηση με το χρόνο, σχεδιάζοντας το διπλανό γράφημα $x-t$.



- i) Μπορείτε να περιγράψτε τις κινήσεις των δύο αυτοκινήτων;
- ii) Ποια η απόσταση μεταξύ των δύο οχημάτων τη στιγμή της εκκίνησης του A ;
- iii) Να βρεθεί η επιτάχυνση του A οχήματος και η ταχύτητά του τη στιγμή της διασταύρωσής του με το B .
- iv) Να βρεθούν οι μετατοπίσεις των δύο αυτοκινήτων τη στιγμή $t_1=10s$. Με ποια ταχύτητα κινείται το B αυτοκίνητο;
- iv) Σε ποια θέση βρίσκεται το A αυτοκίνητο, όταν το B φτάνει στο σημείο O ;

25) Ποιο κινητό μετατοπίζεται περισσότερο;

1) Από το ίδιο σημείο ενός ευθύγραμμου δρόμου, την ίδια στιγμή ξεκινούν να κινούνται, δύο κινητά. Στο διάγραμμα (α) δίνεται πώς μεταβάλλονται οι ταχύτητες των κινητών, σε συνάρτηση με το χρόνο.

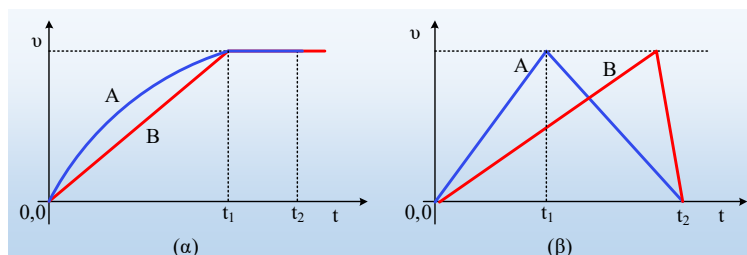
- i) Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, μέχρι τη στιγμή t_1 εκτελεί το κινητό:

α) A , β) B , γ) και τα δύο κινητά.

- ii) Μεγαλύτερη απόσταση μέχρι τη στιγμή t_2 , διανύει το κινητό:

α) A , β) B , γ) τα δύο κινητά διανύουν ίσες αποστάσεις.

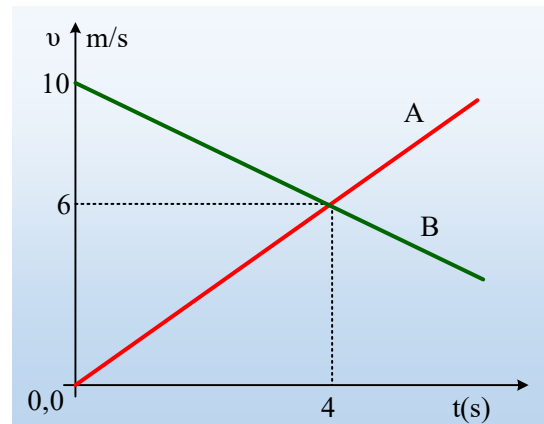
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



- 2) Ποιες θα ήταν οι απαντήσεις στα παραπάνω ερωτήματα, αν το διάγραμμα για τις ταχύτητες των κινητών, ήταν όπως στο (β) διάγραμμα;

26) Δύο κινήσεις, μόλις το φανάρι γίνει πράσινο

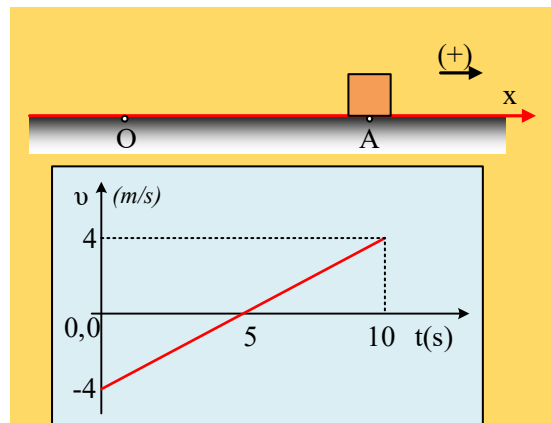
Σε ευθύγραμμο δρόμο, μπροστά από ένα φανάρι, που έχει ανάψει το κόκκινο, έχει σταματήσει ένα αυτοκίνητο Α. Τη στιγμή $t_0=0$, που ανοίγει το πράσινο, ο οδηγός του αυτοκινήτου Α, το θέτει σε κίνηση, ενώ ταυτόχρονα ένα δεύτερο αυτοκίνητο Β, το οποίο «έρχεται με ταχύτητα», περνάει δίπλα του. Στο διάγραμμα δίνονται οι ταχύτητες των δύο αυτοκινήτων σε συνάρτηση με το χρόνο.



- Να υπολογιστούν οι επιταχύνσεις των δύο αυτοκινήτων.
- Να βρεθούν οι ταχύτητες των αυτοκινήτων τη χρονική στιγμή $t_1=3,2s$.
- Ποια χρονική στιγμή t_2 θα σταματήσει το Β αυτοκίνητο (θα μηδενιστεί η ταχύτητά του και θα παραμείνει ακίνητο), αν δεν αλλάξουν κίνηση τα δύο αυτοκίνητα, και πόσο θα απέχουν μεταξύ τους τη στιγμή αυτή;

27) Από ένα διάγραμμα ταχύτητας.

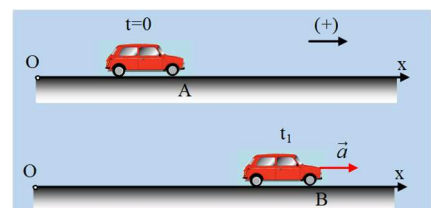
Ένα σώμα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και τη στιγμή $t=0$, περνά από ένα σημείο Α, το οποίο απέχει 10m από την αρχή Ο ενός προσανατολισμένου άξονα, όπου η προς τα δεξιά κατεύθυνση ορίζεται ως θετική. Στο διάγραμμα του σχήματος, φαίνεται ο τρόπος που μεταβάλλεται η ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.



- Η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή $t=0$ είναι προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά;
- Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος τις χρονικές στιγμές $t_1=2s$ και $t_2=8s$.
- Ποια η τιμή της ταχύτητας του σώματος τις παραπάνω χρονικές στιγμές;
- Για τη χρονική στιγμή $t_3=5s$, να υπολογιστούν:
 - Η επιτάχυνση,
 - η ταχύτητα και
 - η μετατόπιση και η θέση του σώματος.
- Ποια είναι η θέση του σώματος τη χρονική στιγμή $t_4=10s$;

28) Απλά μια ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

Στο σημείο Α ενός ευθύγραμμου δρόμου ηρεμεί ένα μικρό αυτοκίνητο, απέχοντας κατά 50m, από ένα σημείο Ο, το οποίο θεωρούμε ως αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα x, με θετική φορά προς τα δεξιά. Σε μια στιγμή $t=0$, το αυτοκίνητο αποκτά σταθερή επιτάχυνση με κατεύθυνση προς τα δεξιά και μέτρο $a=2m/s^2$, για χρονικό διάστημα 10s, οπότε μηδενίζεται η επιτάχυνση και το



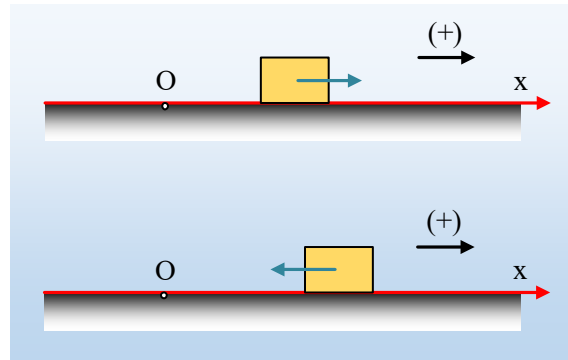
αυτοκίνητο συνεχίζει οπότε μετά από λίγο περνά από το σημείο Γ, απέχοντας κατά 350m από το σημείο Ο.

- Για τη χρονική στιγμή $t_1=5s$ να βρεθούν η μετατόπιση, η θέση και η ταχύτητα του αυτοκινήτου;
- Να βρεθεί η θέση του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή που έχει ταχύτητα $v_2=16m/s$.
- Να γίνουν τα διαγράμματα της ταχύτητας με το χρόνο, $v=v(t)$, και της θέσης σε συνάρτηση με το χρόνο, $x=x(t)$, μέχρι τη στιγμή που το αυτοκίνητο φτάνει στη θέση Γ.

29) Εκμεταλλεζόμενοι τα διαγράμματα.

Οι παρακάτω ερωτήσεις αναφέρονται στην κίνηση ενός σώματος, κατά μήκος ενός προσανατολισμένου άξονα x , όπου η θετική κατεύθυνση είναι προς τα δεξιά.

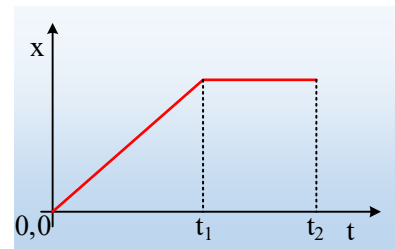
Σε κάθε μία, να επιλέξετε την σωστή απάντηση, δίνοντας μια πολύ σύντομη δικαιολόγηση.



Ερώτηση 1^η:

Δίνεται το διπλανό διάγραμμα θέσης – χρόνου ($x-t$)

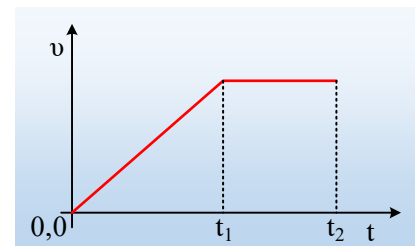
- Από $0-t_1$ το σώμα επιταχύνεται, ενώ στη συνέχεια κινείται με σταθερή ταχύτητα.
- Το σώμα και στα δύο χρονικά διαστήματα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.
- Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση έχουμε μόνο στο πρώτο χρονικό διάστημα, ενώ στη συνέχεια το σώμα παραμένει ακίνητο.
- Τη στιγμή $t=0$ το σώμα ξεκινά να κινείται από την αρχή του άξονα με μηδενική αρχική ταχύτητα και με σταθερή επιτάχυνση.



Ερώτηση 2^η:

Δίνεται το διπλανό διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου ($v-t$)

- Από $0-t_1$ το σώμα επιταχύνεται, ενώ στη συνέχεια κινείται με σταθερή ταχύτητα.
- Το σώμα και στα δύο χρονικά διαστήματα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.
- Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση έχουμε μόνο στο πρώτο χρονικό διάστημα, ενώ στη συνέχεια το σώμα παραμένει ακίνητο.
- Τη στιγμή $t=0$ το σώμα ξεκινά να κινείται από την αρχή του άξονα με μηδενική αρχική ταχύτητα και με σταθερή επιτάχυνση.



Ερώτηση 3^η:

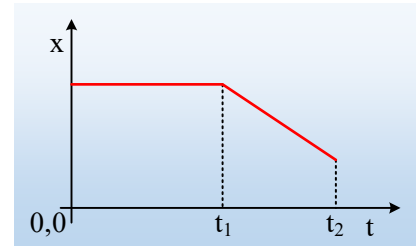
Δίνεται το διπλανό διάγραμμα θέσης – χρόνου ($x-t$)

v) Από $0-t_1$ το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα, ενώ στη συνέχεια επιβραδύνεται.

vi) Στο χρονικό διάστημα t_1-t_2 το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα προς τα αριστερά.

vii) Το σώμα και στα δύο χρονικά διαστήματα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

viii) Τη στιγμή $t=0$ το σώμα ξεκινά να κινείται από μια θέση δεξιά της θέσης O (αρχή του άξονα) με κατεύθυνση προς τα δεξιά.



Ερώτηση 4^η:

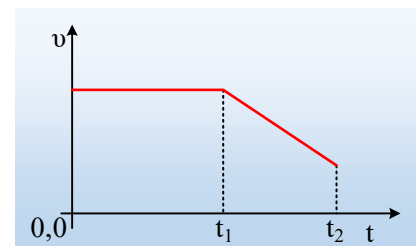
Δίνεται το διπλανό διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου ($v-t$)

ix) Το σώμα και στα δύο χρονικά διαστήματα έχει επιτάχυνση.

x) Στο χρονικό διάστημα t_1-t_2 το σώμα κινείται προς τα αριστερά.

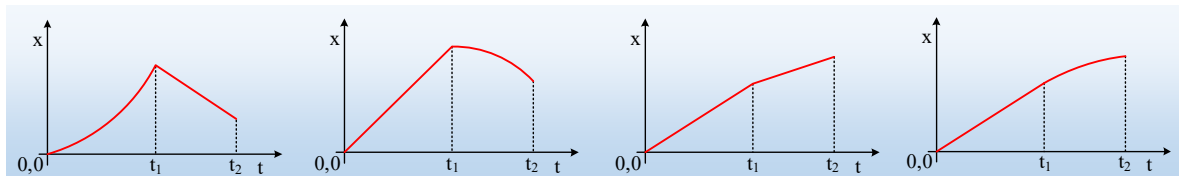
xi) Από $0-t_1$ το σώμα κινείται ευθύγραμμα ομαλά, ενώ στη συνέχεια επιβραδύνεται.

xii) Τη στιγμή $t=0$ το σώμα ξεκινά να κινείται από μια θέση δεξιά της θέσης O (αρχή του άξονα) με κατεύθυνση προς τα δεξιά.



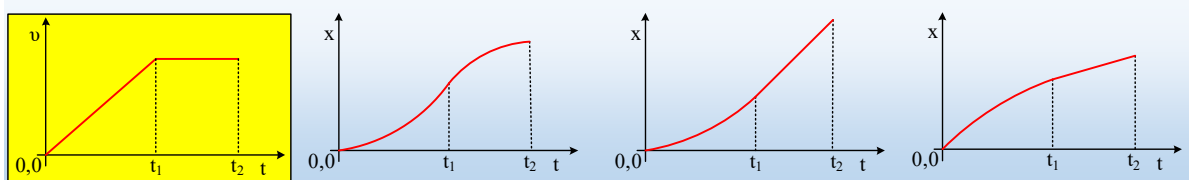
Ερώτηση 5^η:

Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα μπορεί να παριστάνει σωστά τη θέση του σώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο, στην περίπτωση που η ταχύτητά του μεταβάλλεται όπως στην 4^η ερώτηση;



Ερώτηση 6^η:

Αν η ταχύτητα του σώματος, μεταβάλλεται όπως στο πρώτο από τα παρακάτω σχήματα, ποιο από τα επόμενα διαγράμματα $x-t$, μπορεί να παριστάνει τη θέση του σε συνάρτηση με το χρόνο;

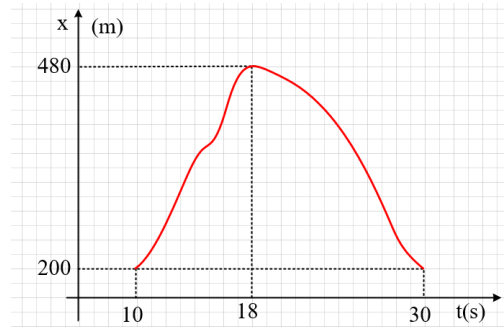


30) Από την μέση ταχύτητα στην στιγμιαία

Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα κατά μήκος ενός προσανατολισμένου άξονα x και στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η θέση του σε συνάρτηση με το χρόνο, για το χρονικό διάστημα από 10s-30s. Χρησιμοποιώντας το διάγραμμα και «διαβάζοντας» δεδομένα από αυτό, να υπολογίσετε:

i) Τη μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου, στα χρονικά διαστήματα:

- α) Από $t_1=10\text{s}$, μέχρι $t_2=30\text{s}$.
- β) Από $t_1=10\text{s}$, μέχρι $t_3=20\text{s}$.
- γ) Από $t_4=12\text{s}$, μέχρι $t_5=18\text{s}$.
- δ) Από $t_6=14,5\text{s}$ μέχρι $t_7=16,5\text{s}$.
- ε) Από $t_6=14,5\text{s}$ μέχρι $t_8=15,5\text{s}$.



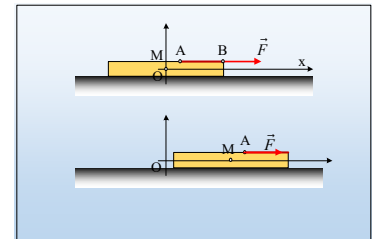
ii) Η στιγμιαία ταχύτητα του αυτοκινήτου τη στιγμή $t_9=15\text{s}$ έχει τιμή:

- α) $v_9=20\text{m/s}$, β) $v_9=25\text{m/s}$, γ) $v_9=30\text{m/s}$, δ) $v_9=35\text{m/s}$.

iii) Υπολογίζοντας με παρόμοιο τρόπο μέσες ταχύτητες, μπορείτε να προσδιορίσετε την στιγμιαία ταχύτητα τη χρονική στιγμή $t_5=18\text{s}$;

31) Το σημείο εφαρμογής της δύναμης και το έργο της

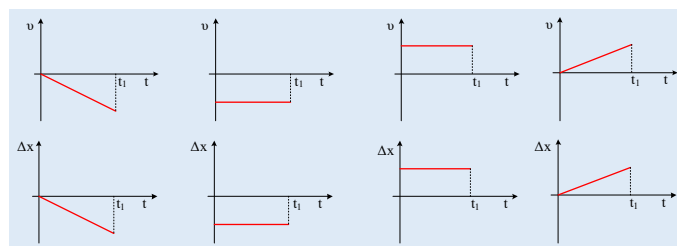
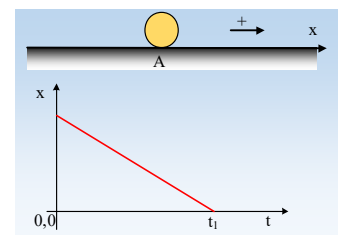
Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα μήκους 1m και μάζας 40kg , με το μέσον της M να βρίσκεται στην αρχή O ενός συστήματος αξόνων. Ένα αβαρές νήμα δένεται στο σημείο A , σε απόσταση 10cm από το μέσον της M , ενώ «πιάνεται» σε ένα καρφάκι στο άκρο της B . Τραβάμε το νήμα ασκώντας οριζόντια σταθερή δύναμη μέτρου $F=8\text{N}$ αρχικά με σημείο εφαρμογής το B , ενώ τη στιγμή $t_1=2\text{s}$, το καρφάκι βγαίνει και η δύναμη ασκείται πλέον στο σημείο A της σανίδας, μέχρι τη στιγμή $t_2=4\text{s}$. Για το παραπάνω χρονικό διάστημα:



- i) Να βρεθεί η αρχική και η τελική θέση του σημείου εφαρμογής της δύναμης F .
- ii) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης.

32) Μερικές πληροφορίες από ένα διάγραμμα

Μια μπάλα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο, στο οποίο έχουμε ορίσει ένα προσανατολισμένο άξονα $x'x$, με θετική την προς τα δεξιά κατεύθυνση. Στο διάγραμμα δίνεται η θέση της μπάλας, σε συνάρτηση με το χρόνο από κάποια στιγμή $t_0=0$ έως τη στιγμή t_1 . Τι γίνεται πριν και μετά δεν ξέρουμε, ούτε μας ενδιαφέρει. Στο σχήμα φαίνεται η μπάλα στη θέση A κάποια στιγμή μεταξύ 0 και t_1 .



- i) Η αρχή του άξονα $x=0$, βρίσκεται δεξιά ή αριστερά του σημείου A ;
- ii) Η μπάλα έχει ταχύτητα με κατεύθυνση προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά;

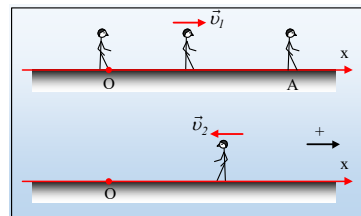
iii) Ποια από τα παρακάτω διαγράμματα ταχύτητας - χρόνου και μετατόπισης - χρόνου μπορεί να είναι σωστά;

iv) Αν η αρχική θέση της μπάλας είναι η $x_0=8\text{m}$ και $t_1=10\text{s}$, να βρεθεί η θέση της την χρονική στιγμή $t_2=6,5\text{s}$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

33) Μια μικρή ευθύγραμμη βόλτα

Ένα παιδί στέκεται ακίνητο στο σημείο Ο ενός ευθύγραμμου δρόμου, το οποίο παίρνουμε ως αρχή ενός άξονα x , με θετική κατεύθυνση προς τα δεξιά. Σε μια στιγμή, την οποία παίρνουμε ως αρχή μέτρησης του χρόνου ($t=0$), το παιδί αρχίζει να περπατά προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα και φτάνει μετά από 20s στη θέση Α, σε απόσταση (ΟΑ)=16m. Σταματά στη



θέση Α για 10s και στη συνέχεια κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα σταθερού μέτρου 0,7m/s, για χρονικό διάστημα 30s, φτάνοντας στη θέση Β, όπου και σταματά.

i) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του παιδιού, για την κίνησή του από το Ο στο Α.

ii) Να βρεθεί η τελική θέση Β που το παιδί θα σταματήσει την βόλτα του.

iii) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις σε συνάρτηση με το χρόνο:

α) της ταχύτητας του παιδιού.

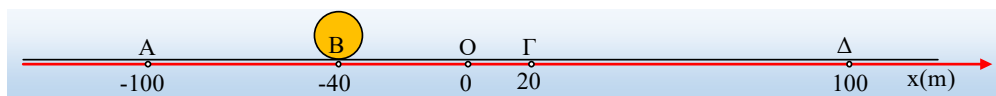
β) της θέσης του.

γ) του διαστήματος που διανύει.

Για την παραπάνω κίνηση.

34) Μια μπάλα που μετατοπίζεται

Σε έναν ευθύγραμμο δρόμο, όπου έχουμε ορίσει ένα προσανατολισμένο άξονα x , με θετική κατεύθυνση προς τα δεξιά, ηρεμεί μια μπάλα στη θέση Β.



i) Αν η μπάλα μετακινηθεί μέχρι τη θέση Α, θα έχει μετατοπισθεί κατά $\Delta x=-60\text{m}$.

ii) Αν η μπάλα μετακινηθεί μέχρι την αρχή του άξονα (σημείο Ο), τότε θα βρίσκεται στη θέση $x=0$ έχοντας μετατοπισθεί κατά -40m.

iii) Αν η μπάλα μετατοπισθεί κατά $\Delta x=60\text{m}$, θα βρεθεί στη θέση Γ. Το διάστημα που στο μεταξύ θα έχει διαγράψει μπορεί να είναι 100m.

iv) Η μπάλα μεταφέρεται μέχρι το σημείο Δ και στη συνέχεια επιστρέφει στη θέση Γ. Τότε:

α) Έχει μετατοπισθεί κατά -60m, έχοντας διανύσει διάστημα +60m.

β) Έχει μετατοπισθεί κατά -60m, έχοντας διανύσει διάστημα 220m.

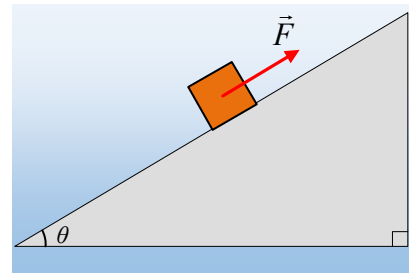
γ) Έχει μετατοπισθεί κατά 60m, έχοντας διανύσει διάστημα 60m.

δ) Έχει μετατοπισθεί κατά 60m, έχοντας διανύσει διάστημα 220m.

Να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λανθασμένες τις παραπάνω τρεις πρώτες προτάσεις και να επιλέξετε την ορθή στην iv), δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

35) Προς τα πού θα κινηθεί το σώμα;

Ένα σώμα μάζας $m=4\text{kg}$ τοποθετείται σε λείο κεκλιμένο επίπεδο, κλίσεως $\theta=30^\circ$ και ταυτόχρονα ασκείται πάνω του μια σταθερή δύναμη μέτρου $F=16\text{N}$, παράλληλη προς το επίπεδο, όπως στο σχήμα και αφήνεται να κινηθεί.

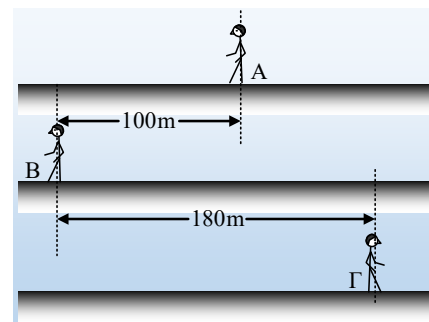


- Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να υπολογιστεί η δύναμη που ασκεί στο σώμα το κεκλιμένο επίπεδο.
- Προς τα πού θα κινηθεί το σώμα, προς τα πάνω ή προς τα κάτω;
- Να υπολογιστούν τα έργα των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα, για μετατόπιση κατά $x=9\text{m}$ του σώματος.
- Να υπολογιστούν για την παραπάνω μετακίνηση:
 - Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος
 - Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, $\eta\mu\theta=\frac{1}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$

36) Ένα παιδί περπατά. Μετατόπιση και διάστημα.

Ένα παιδί, βρίσκεται ακίνητο σε σημείο Α ενός ευθύγραμμου δρόμου. Σε μια στιγμή αρχίζει να κινείται προς τα αριστερά και φτάνει στη θέση Β, σε απόσταση 100m. Εκεί σταματά για λίγο και στη συνέχεια περπατά προς τα δεξιά φτάνοντας στη θέση Γ, σε απόσταση 180m, όπως δείχνεται και στο διπλανό σχήμα.



Το ερώτημα είναι ποια η συνολική μετατόπιση και πόσο το ολικό διάστημα που διένυσε ο μαθητής.

- Για να απαντήσουν τρεις μαθητές, πήραν έναν προσανατολισμένο άξονα x , με θετική κατεύθυνση προς τα δεξιά. Ο Αντώνης έβαλε το μηδέν του άξονα στο σημείο Α, ο Βασίλης τοποθέτησε την αρχή στο σημείο Β, ενώ ο Γιάννης στο σημείο Γ.

Ποιες οι απαντήσεις των τριών μαθητών;

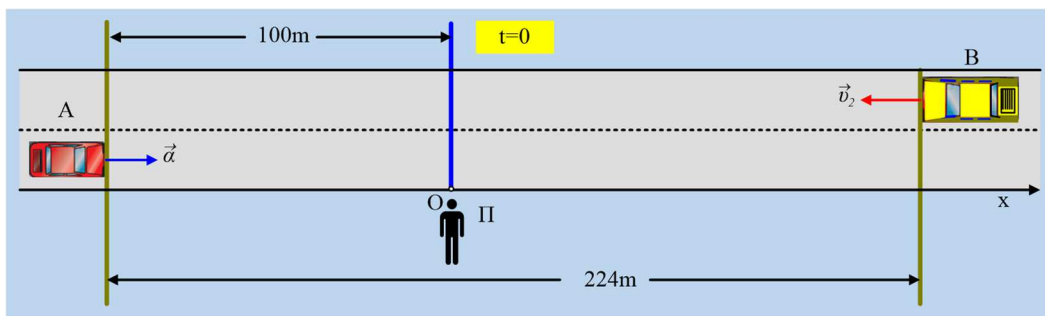
- Τι θα άλλαζε στην απάντηση του Αντώνη, αν έπαιρνε τα θετικά του άξονα x προς τα αριστερά;

Κινηματική

2017-2019

37) Μελέτη των κινήσεων δύο αυτοκινήτων.

Ένα παιδί Π, στέκεται ακίνητο στην άκρη ενός ευθύγραμμου δρόμου, στον οποίο βλέπουμε δύο αυτοκίνητα Α και Β, τη στιγμή $t_0=0$, τα οποία απέχουν κατά 224m.



Το Α αυτοκίνητο ξεκινά τη στιγμή αυτή να επιταχύνεται προς τα δεξιά (όπως το βλέπουμε εμείς...), με σταθερή επιτάχυνση μέτρου 2m/s^2 , απέχοντας 100m από το παιδί. Το αυτοκίνητο Β κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα σταθερού μέτρου $v_2=20\text{m/s}$.

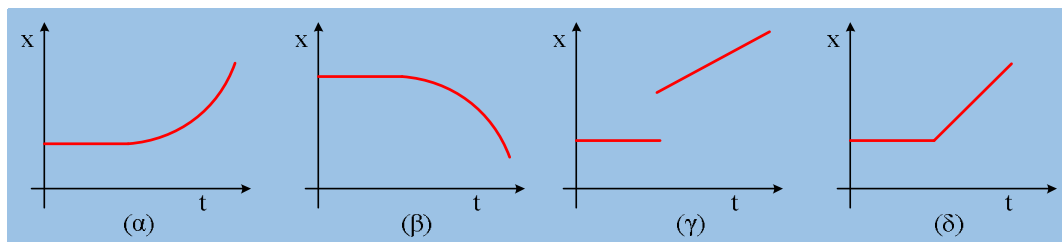
Το παιδί, παίρνει έναν άξονα x, με αρχή τη θέση Ο που βρίσκεται και με θετική φορά προς τα δεξιά, όπως φαίνεται στο σχήμα, για να μπορέσει να μελετήσει τις κινήσεις των δύο αυτοκινήτων.

- Ποιες οι θέσεις, οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις των δύο αυτοκινήτων τη στιγμή t_0 ;
- Να βρεθεί η ταχύτητα και η μετατόπιση του Α αυτοκινήτου τη στιγμή $t_1=5\text{s}$.
- Ποιες είναι οι θέσεις των δύο αυτοκινήτων τη στιγμή t_1 ;
- Ποια χρονική στιγμή το Α αυτοκίνητο φτάνει στη θέση που βρίσκεται το παιδί και ποια είναι τη στιγμή αυτή η ταχύτητά του; Πού βρίσκεται το Β αυτοκίνητο τη στιγμή αυτή;
- Να βρεθεί η θέση στην οποία τα δυο αυτοκίνητα διασταυρώνονται και η χρονική στιγμή που συμβαίνει αυτό.

38) Τέσσερα διαγράμματα θέσης

Για ένα σώμα, που αρχικά ηρεμεί σε ορισμένο σημείο ενός ευθύγραμμου δρόμου, δίνονται τα παρακάτω διαγράμματα θέσης, σε συνάρτηση με το χρόνο.

Ποιο ή ποια διαγράμματα μπορούν να περιγράψουν δυνατές κινήσεις και ποια είναι λανθασμένα;

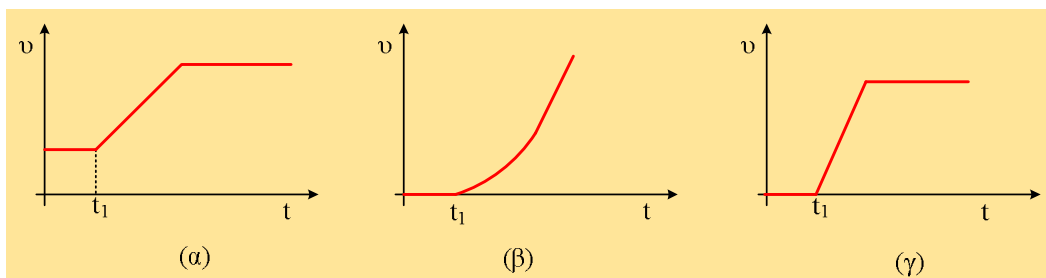


Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

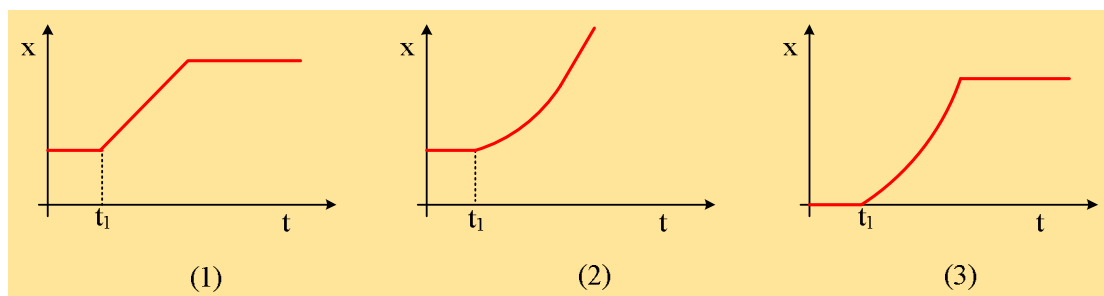
39) Επιλέγουμε διαγράμματα

Ένα αυτοκίνητο είναι ακίνητο σε ένα σημείο ενός ευθύγραμμου δρόμου. Σε μια στιγμή t_1 ξεκινά με σταθερή επιτάχυνση μέχρι να αποκτήσει ορισμένη ταχύτητα και στη συνέχεια συνεχίζει την κίνησή του με σταθερή ταχύτητα.

- i) Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα μπορεί να παριστάνει την μεταβολή της ταχύτητας του αυτοκινήτου, σε συνάρτηση με το χρόνο;



- ii) Ποιο μπορεί να είναι το αντίστοιχο διάγραμμα που παριστάνει τη θέση του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο;



Να δικαιολογήσετε τις επιλογές σας.

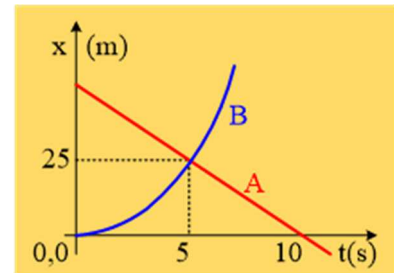
40) Δύο κινητά και ένα διάγραμμα θέσης.

Κατά μήκος ευθύγραμμου δρόμου, ο οποίος ταυτίζεται με έναν προσανατολισμένο άξονα x , κινούνται δύο αυτοκίνητα και στο διάγραμμα δίνονται οι θέσεις τους σε συνάρτηση με το χρόνο.

- i) Μπορείτε να περιγράψετε ποιοτικά τις κινήσεις των δύο αυτοκινήτων;
ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του Α αυτοκινήτου και η απόσταση των δύο οχημάτων τη χρονική στιγμή

$$t_0=0.$$

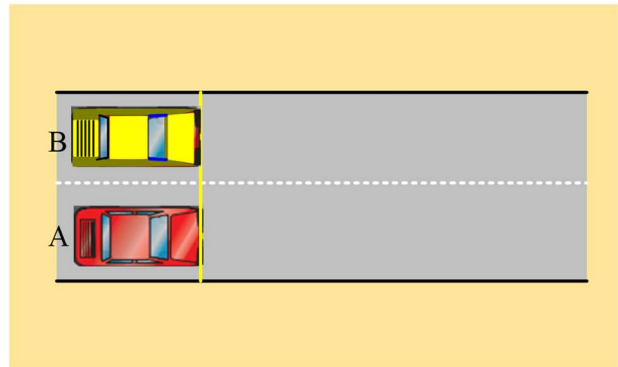
- iii) Αν το B αυτοκίνητο ξεκινά από την ηρεμία και κινείται με σταθερή επιτάχυνση, να υπολογιστεί η ταχύτητά του τη χρονική στιγμή που διασταυρώνεται με το A αυτοκίνητο.
- iv) Ποια η απόσταση των δύο αυτοκινήτων, τη στιγμή που το A, φτάνει στην αρχική θέση του B;



41) Δυο κινήσεις μεταξύ δύο φαναριών.

Ένα αυτοκίνητο A είναι σταματημένο μπροστά από το κόκκινο φανάρι, ενός ευθύγραμμου δρόμου.

Μόλις ανάψει πράσινο, το αυτοκίνητο αποκτά σταθερή επιτάχυνση $a_1=4\text{m/s}^2$, μέχρι να αποκτήσει ταχύτητα $v_1=72\text{km/h}$, οπότε κινείται πλέον με σταθερή ταχύτητα με αποτέλεσμα να φτάσει στο επόμενο φανάρι, μετά από μισό λεπτό. Θεωρώντας την αρχική θέση του αυτοκινήτου ως αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα x και τη στιγμή που το φανάρι γίνεται πράσινο, ως τη στιγμή $t=0$, ζητούνται:



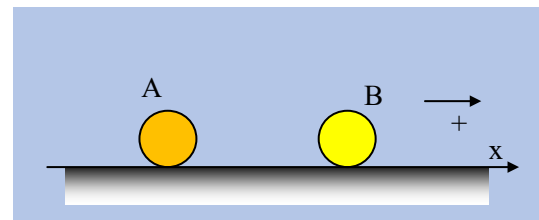
- i) Ποια χρονική στιγμή σταματά η επιτάχυνση του αυτοκινήτου και σε ποια θέση βρίσκεται τότε το αυτοκίνητο.
- ii) Η απόσταση των δύο φαναριών.

Ένα δεύτερο αυτοκίνητο B, ξεκινά ταυτόχρονα με το A και φτάνει στο 2^ο φανάρι μαζί με το A, αφού επιταχύνθηκε αρχικά με σταθερή επιτάχυνση a_2 για χρονικό διάστημα 10s.

- iii) Με ποια επιτάχυνση κινήθηκε το B αυτοκίνητο και με ποια ταχύτητα έφτασε στο δεύτερο φανάρι;
- iv) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο και για τα δύο αυτοκίνητα, στο ίδιο διάγραμμα.

42) Δυο σφαίρες κινούνται ευθύγραμμα

Σε ευθύγραμμο δρόμο, κινούνται δυο σφαίρες A και B με σταθερές ταχύτητες $v_1=-1\text{m/s}$ και $v_2=0,8\text{m/s}$ αντίστοιχα. Σε μια στιγμή $t_0=0$ οι θέσεις των σφαιρών είναι αυτές του σχήματος, όπου ο δρόμος ταυτίζεται με έναν προσανατολισμένο άξονα x , με θετική φορά προς τα δεξιά.



- i) Πιο γρήγορα κινείται:
- α) Η σφαίρα A, β) η σφαίρα B.

ii) Να χαρακτηρισθούν ως σωστές ή λανθασμένες οι παρακάτω προτάσεις.

α) Η θέση της Α σφαίρας είναι αρνητική τη στιγμή t_0 .

β) Η σφαίρα Α μετατοπίζεται κατά -2m μέχρι τη στιγμή $t_1=2\text{s}$.

γ) Η Α σφαίρα φτάνει στη θέση -2m τη στιγμή $t_1=2\text{s}$.

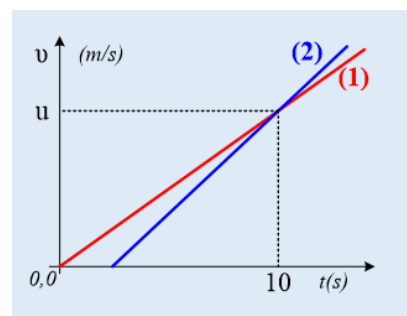
δ) Η Β σφαίρα τη στιγμή $t_1=2\text{s}$, **μπορεί** να περνάει από τη θέση $-1,6\text{m}$.

ε) Αν αρχικά (τη στιγμή t_0) η Α σφαίρα περνάει από τη θέση $x_0=0,4\text{m}$, τη στιγμή t_1 περνάει από τη θέση $x_1=-1,6\text{m}$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

43) Δυο επιταχυνόμενες κινήσεις

Μπροστά από το «κόκκινο» φανάρι βρίσκονται ακίνητα δύο αυτοκίνητα. Σε μια στιγμή ($t=0$) το φανάρι γίνεται «πράσινο» και στο διπλανό σχήμα φαίνονται οι ταχύτητες των αυτοκινήτων σε συνάρτηση με το χρόνο.



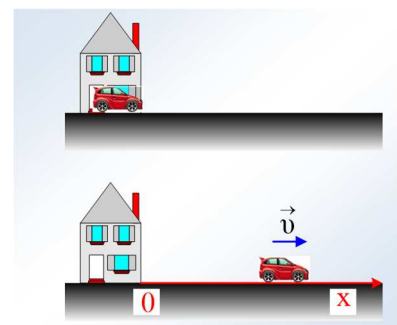
i) Ποιο αυτοκίνητο κινήθηκε με μεγαλύτερη επιτάχυνση;

ii) Ποιο αυτοκίνητο απέχει περισσότερο από το φανάρι τη στιγμή $t_1=10\text{s}$;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

44) Επεξεργασία δεδομένων και άντληση πληροφοριών

Ένα αυτοκίνητο είναι ακίνητο μπροστά από ένα σπίτι, σε ευθύγραμμο δρόμο. Σε μια στιγμή αρχίζει να κινείται και μας δίνεται η θέση του ανά χρονικά διαστήματα 1s , θεωρώντας $x=0$ τη θέση του σπιτιού. Οι τιμές χρόνου και θέσης δίνονται στον παρακάτω πίνακα.



Δίνεται ότι, σε όποιο χρονικό διάστημα το αυτοκίνητο έχει επιτάχυνση, αυτή είναι σταθερή.

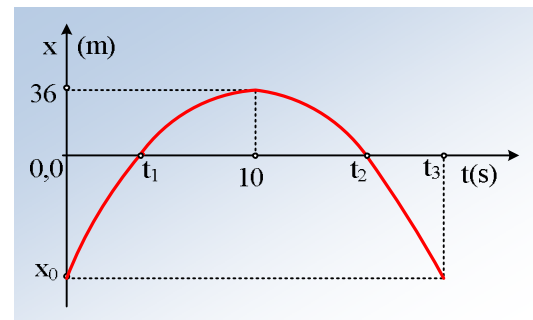
$t(\text{s})$	$x(\text{m})$	$t(\text{s})$	$x(\text{m})$	$t(\text{s})$	$x(\text{m})$
0	0,0	6	70,0	12	180,0
1	2,0	7	90,0	13	187,5
2	8,0	8	110,0	14	190,0
3	18,0	9	130,0	15	190,0
4	32,0	10	150,0	16	190,0
5	50,0	11	167,5	17	190,0

- i) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της θέσης του αυτοκινήτου, σε συνάρτηση με το χρόνο ($x=x(t)$).
- ii) Με βάση τη γραφική παράσταση που θα πάρετε, μπορείτε να περιγράψετε με λίγα λόγια, πώς κινήθηκε το αυτοκίνητο;
- iii) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του αυτοκινήτου τις χρονικές στιγμές:
α) $t_1=5s$, β) $t_2=10s$ και γ) $t_3=14s$.
- iv) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του αυτοκινήτου, σε όποια χρονικά διαστήματα το αυτοκίνητο εμφανίζει επιτάχυνση.

45) Πληροφορίες από ένα διάγραμμα θέσης

Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της θέσης ενός αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο, για την κίνησή του σε ευθύγραμμο δρόμο. Δίνεται ότι στη διάρκεια της κίνησης αυτής η επιτάχυνση παραμένει σταθερή, ενώ η αρχική ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι $v_0=20\text{m/s}$.

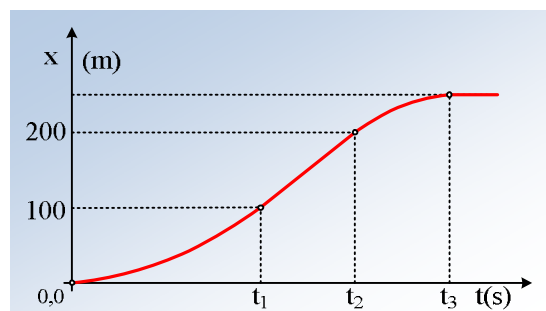
- i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του αυτοκινήτου.
- ii) Ποια η αρχική θέση x_0 του αυτοκινήτου;
- iii) Να βρεθούν οι χρονικές στιγμές t_1 και t_2 κατά τις οποίες το αυτοκίνητο περνά από την αρχή του άξονα ($x=0$). Ποιες οι ταχύτητες τις στιγμές αυτές;
- iv) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του αυτοκινήτου τη στιγμή που επιστρέφει στην αρχική του θέση x_0 .



46) Από ένα διάγραμμα θέσης, τρεις κινήσεις...

Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα και στο διάγραμμα δίνεται η θέση του σε συνάρτηση με το χρόνο. Με δεδομένο ότι στα χρονικά διαστήματα που το αυτοκίνητο έχει επιτάχυνση, αυτή παραμένει σταθερή:

- i) Μπορείτε να περιγράψετε τις κινήσεις που δείχνει το διάγραμμα, δίνοντας και σύντομες εξηγήσεις;
- ii) Σχεδιάστε ένα ποιοτικό διάγραμμα της ταχύτητας του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο, αν ξεκίνησε από την ηρεμία.
- iii) Αν $t_2-t_1=5s$, να υπολογιστούν οι ταχύτητες του αυτοκινήτου τις χρονικές στιγμές:
α) t_1 , β) t_2 , γ) t_3 .
- iv) Αν $t_1=10s$, να υπολογιστεί η ταχύτητά του τη χρονική στιγμή $t'=4s$.
- v) Να υπολογιστεί η θέση του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή $t_3=20s$.



47) Πληροφορίες από τα διαγράμματα ταχύτητας

Ένα κινητό Α βρίσκεται ακίνητο στην αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα x ($x=0$). Σε μια στιγμή την οποία λαμβάνουμε ως $t_0=0$, περνά δίπλα του ένα κινητό Β και την ίδια στιγμή αρχίζει να επιταχύνεται και το Α, κινούμενο προς την ίδια κατεύθυνση. Στο διπλανό διάγραμμα παριστάνονται οι ταχύτητες των δύο κινητών σε συνάρτηση με το χρόνο.

i) Τι κινήσεις εκτελούν τα δύο κινητά; Να δώσετε σύντομη δικαιολόγηση στην απάντησή σας.

ii) Μεγαλύτερη κατά μέτρο επιτάχυνση έχει:

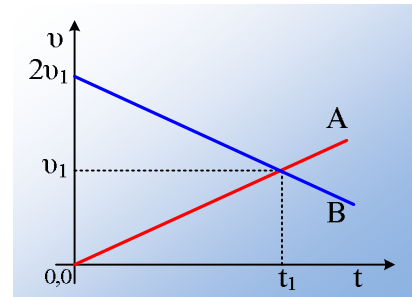
α) Το κινητό Α, β) Το κινητό Β, γ) Οι δύο επιταχύνσεις έχουν ίσα μέτρα.

iii) Αν τη στιγμή t_1 το Α κινητό περνά από τη θέση x_1 , τότε το Β έχει φτάσει στη θέση x_2 , όπου:

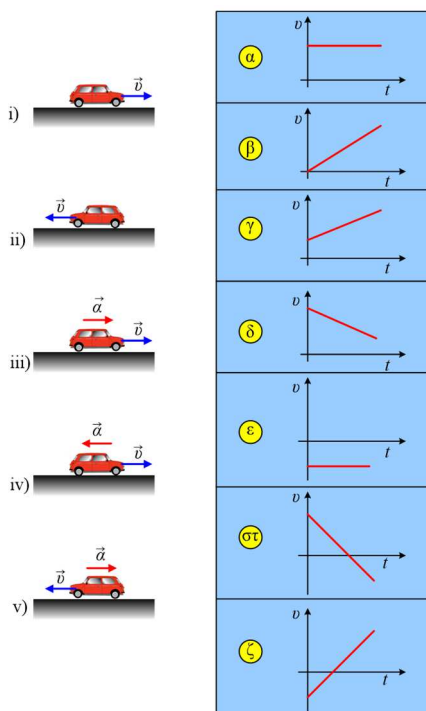
α) $x_2=x_1$, β) $x_2=2x_1$, γ) $x_2=3x_1$.

iv) Το κινητό Α θα φτάσει το Β τη χρονική στιγμή:

α) $t_2=t_1$, β) $t_2=2t_1$, γ) $t_2=3t_1$.



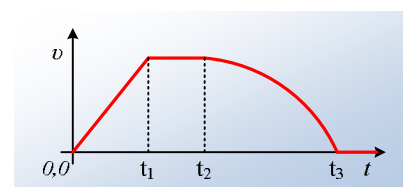
48) Κινήσεις και διάγραμμα ταχύτητας



Α) Ένα αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο και στην αριστερή στήλη έχουν σχεδιασθεί ταχύτητα και επιτάχυνση του αυτοκινήτου. Όπου έχει σημειωθεί επιτάχυνση, αυτή παραμένει σταθερή στη διάρκεια της κίνησης. Στη δεξιά στήλη δίνονται γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο.

Θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, να αντιστοιχίσετε την κίνηση του αυτοκινήτου με το διάγραμμα της ταχύτητας της δεξιάς στήλης. Να λάβετε υπόψη ότι σε μια εικόνα αυτοκινήτου, μπορεί να «ταιριάζουν» περισσότερες από μια γραφικές παραστάσεις.

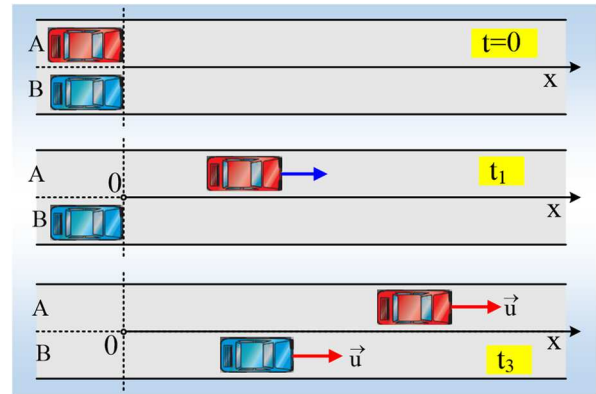
Β) Η γραφική παράσταση, του διπλανού σχήματος, μας δίνει την ταχύτητα του αυτοκινήτου, σε συνάρτηση με το



χρόνο. Μπορείτε να περιγράψετε αναλυτικά τι κίνηση πραγματοποιεί το αυτοκίνητο, στα διάφορα χρονικά διαστήματα, τα οποία διακρίνετε στο διάγραμμα;

49) Δύο κινήσεις και ο αφηρημένος οδηγός.

Στο φανάρι ενός ευθύγραμμου δρόμου, το οποίο έχει ανάψει κόκκινο, βρίσκονται ακίνητα δύο αυτοκίνητα Α και Β. Τη στιγμή που το φανάρι γίνεται πράσινο ($t_0=0$), ο οδηγός του Α αυτοκινήτου του προσδίδει σταθερή επιτάχυνση μέτρου $a_1=2\text{m/s}^2$, με την οποία κινείται. Αντίθετα ο οδηγός του Β αυτοκινήτου ήταν αφηρημένος και καθυστέρησε την εκκίνηση για 4s, ενώ στη συνέχεια προσέδωσε σταθερή επιτάχυνση στο όχημά του $a_2=3\text{m/s}^2$. Θεωρούμε τη θέση του φαναριού ως αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα x , με θετική φορά προς τα δεξιά.

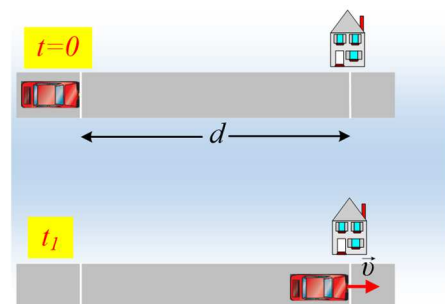


- Να δοθούν οι εξισώσεις της ταχύτητας $v_A(t)$ και της θέσης $x_A(t)$ για το αυτοκίνητο Α και να βρείτε την θέση και την ταχύτητά του τη στιγμή $t_1=4\text{s}$.
- Να γραφτούν οι αντίστοιχες εξισώσεις ταχύτητας $v_B(t)$ και της θέσης $x_B(t)$ για το αυτοκίνητο Β.
- Υποστηρίζεται ότι μόλις ξεκινήσει το Β αυτοκίνητο, η απόσταση μεταξύ των δύο οχημάτων θα αρχίσει να μειώνεται, μιας και αυτό αποκτά μεγαλύτερη επιτάχυνση από το Α. Μπορούμε να ελέγξουμε την παραπάνω υπόθεση με δυο τρόπους.
 - Να υπολογίσουμε τη μετατόπιση κάθε αυτοκινήτου για χρονικό διάστημα $\Delta t=2\text{s}$, μετά την εκκίνηση του δεύτερου. Σε τι συμπέρασμα καταλήγετε;
 - Να βρούμε τις θέσεις των δύο οχημάτων τη χρονική στιγμή $t_2=6\text{s}$. Πόση είναι η απόσταση μεταξύ των δύο αυτοκινήτων τη στιγμή αυτή; Να συγκριθεί με την μεταξύ τους απόσταση τη στιγμή t_1 .
- Να βρεθεί ποια χρονική στιγμή t_3 τα δύο αυτοκίνητα κινούνται με την ίδια ταχύτητα u . Τη στιγμή αυτή να βρεθούν οι ταχύτητες και οι θέσεις των δύο αυτοκινήτων. Πόση είναι η απόσταση μεταξύ των δύο αυτοκινήτων τη στιγμή αυτή;
- Να υπολογιστεί η απόσταση μεταξύ των δύο αυτοκινήτων τη στιγμή $t_4=t_3+2\text{s}$. Μπορείτε να βγάλετε κάποιο συμπέρασμα για το τι γίνεται με την απόσταση των δύο αυτοκινήτων, στη διάρκεια των παραπάνω κινήσεων;

50) Δυο κινήσεις με ομοιότητες και διαφορές.

Ένα αυτοκίνητο είναι ακίνητο σε ευθύγραμμο δρόμο, απέχοντας απόσταση $d=2\text{km}$ από ένα σπίτι. Σε μια στιγμή $t=0$, το όχημα αποκτά σταθερή επιτάχυνση, μέχρι τη στιγμή $t_1=20\text{s}$, ενώ στη συνέχεια προχωρά με σταθερή ταχύτητα, με αποτέλεσμα τη χρονική στιγμή $t_2=1\text{min}$, να περνά μπροστά από το σπίτι. Να υπολογιστούν:

- Η επιτάχυνση του αυτοκινήτου στα πρώτα 20s της κίνησής του.
- Η τελική ταχύτητα του αυτοκινήτου.



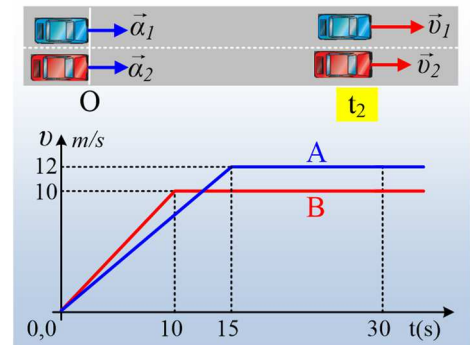
iii) Σε μια επανάληψη της κίνησης, το αυτοκίνητο αποκτά μια σταθερή επιτάχυνση μέτρου $a_1=4\text{m/s}^2$ για κάποιο χρονικό διάστημα, συνεχίζει με σταθερή ταχύτητα και κάποια στιγμή αποκτά σταθερή επιβράδυνση μέτρου επίσης a_1 , με αποτέλεσμα τη στιγμή $t_2=1\text{min}$ να σταματά μπροστά στο σπίτι.

α) Να κάνετε ένα ποιοτικό διάγραμμα $v-t$ και να συγκρίνετε τα χρονικά διαστήματα της επιτάχυνσης και της επιβράδυνσης του αυτοκινήτου.

β) Να υπολογίσετε την μέγιστη ταχύτητα v_2 που αποκτά το αυτοκίνητο στη διάρκεια της κίνησης

51) Ταυτόχρονο ξεκίνημα δύο αυτοκινήτων.

Σε ένα σημείο Ο, ευθύγραμμου δρόμου, ηρεμούν δίπλα-δίπλα δύο αυτοκίνητα Α και Β. Σε μια στιγμή $t_0=0$, τα αυτοκίνητα ξεκινούν ταυτόχρονα να κινούνται και στο σχήμα δίνεται η ταχύτητά τους σε συνάρτηση με το χρόνο.



i) Αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα αυτό, να απαντήσετε τις ακόλουθες ερωτήσεις, χωρίς να κάνετε αριθμητικούς υπολογισμούς:

α) Ποιο αυτοκίνητο κινήθηκε με μεγαλύτερη επιτάχυνση;

β) Ποιο, κινήθηκε για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα, επιταχυνόμενο;

γ) Ποιο διένυσε μεγαλύτερη απόσταση στη διάρκεια της επιταχυνόμενης κίνησης;

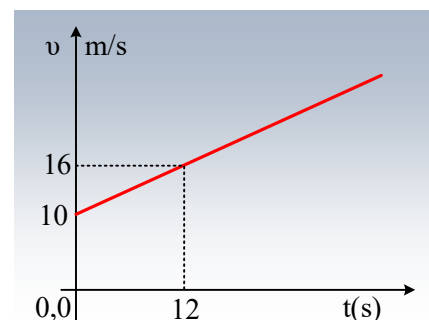
ii) Να υπολογιστούν οι επιταχύνσεις a_1 και a_2 με τις οποίες κινήθηκαν αρχικά τα δυο αυτοκίνητα.

iii) Ποια χρονική στιγμή t_1 ($t_1 > t_0$) τα δύο οχήματα έχουν την ίδια ταχύτητα; Πόσο απέχουν μεταξύ τους τη στιγμή αυτή;

iv) Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_2 , όπου τα δυο αυτοκίνητα βρίσκονται ξανά στην ίδια θέση (το ένα δίπλα στο άλλο), καθώς και πόσο απέχουν την στιγμή αυτή από την αρχική θέση Ο.

52) Από ένα διάγραμμα ταχύτητας...

Κατά μήκος ενός ευθύγραμμου δρόμου, ο οποίος ταυτίζεται με έναν προσανατολισμένο άξονα x , κινείται ένα αυτοκίνητο και κάποια στιγμή, την οποία παίρνουμε ως αρχή μέτρησης των χρόνων ($t_0=0$), περνά από ένα σημείο Α στη θέση $x_0=120\text{m}$ με ταχύτητα η οποία μεταβάλλεται όπως στο σχήμα.



i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του αυτοκινήτου και η μετατόπισή του μέχρι τη στιγμή $t_1=12\text{s}$, η οποία έχει σημειωθεί στο σχήμα.

ii) Πόσο χρόνο πρέπει να επιταχύνεται το αυτοκίνητο, προκειμένου να αυξήσει την ταχύτητά του κατά $14,6\text{m/s}$;

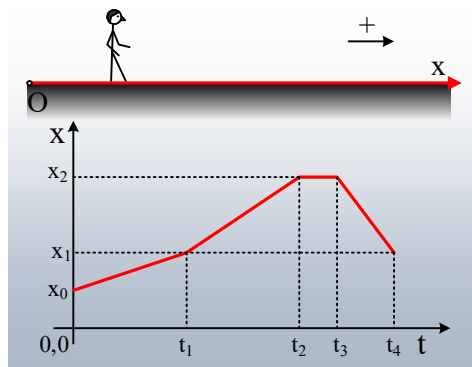
iii) Να γράψετε την εξίσωση $v=v(t)$, που μας δίνει την ταχύτητα το αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο

και να υπολογίστε την ταχύτητά του τη χρονική $t_2 = 16,4\text{s}$.

- iv) Να βρεθεί η ταχύτητα και η θέση του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή $t_3 = 36\text{s}$, χωρίς να χρησιμοποιηθεί η εξίσωση κίνησης του αυτοκινήτου.

53) Από ένα διάγραμμα θέσης

Σε ευθύγραμμο δρόμο, που ταυτίζεται με έναν προσανατολισμένο άξονα x , περπατά ένα παιδί και στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η θέση του σε συνάρτηση με το χρόνο.



- Το παιδί περπάτησε πάντα προς τα δεξιά ή όχι;
- Το παιδί περπάτησε με μεγαλύτερη ταχύτητα στο χρονικό διάστημα:
 - Από 0 έως t_1 ,
 - Από t_1 έως t_2 .

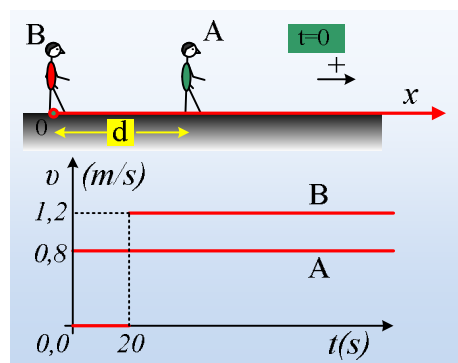
Να δικαιολογήσετε αναλυτικά τις απαντήσεις σας στις δύο παραπάνω ερωτήσεις.

Αν δίνονται $x_0 = 40\text{m}$, $x_1 = 80\text{m}$, $x_2 = 160\text{m}$, $t_1 = 40\text{s}$, $t_2 = 80\text{s}$, $t_3 = 90\text{s}$ και $t_4 = 120\text{s}$, ζητούνται:

- Να υπολογιστεί η ταχύτητα του παιδιού σε κάθε χρονικό διάστημα και να παρασταθεί γραφικά η ταχύτητα του παιδιού σε συνάρτηση με το χρόνο ($v = v(t)$).
- Να υπολογιστεί στο χρονικό διάστημα 0-120s:
 - Η μέση διανυσματική ταχύτητα.
 - Η μέση αριθμητική ταχύτητα.

54) Δυο μαθητές περπατούν προς την ίδια κατεύθυνση

Σε ευθύγραμμο δρόμο βρίσκονται ακίνητοι δύο μαθητές Α και Β σε απόσταση $d = 40\text{m}$. Σε μια στιγμή (την θεωρούμε ως $t_0 = 0$) ο Α μαθητής ξεκινά να περπατά με σταθερή ταχύτητα, ενώ ο Β καθυστερεί να ξεκινήσει, πράγμα που κάνει τη στιγμή $t_1 = 20\text{s}$. Στο διπλανό διάγραμμα εμφανίζονται οι ταχύτητες των μαθητών. Αν θεωρήσουμε ως αρχή του άξονα x ($x = 0$), την αρχική θέση του Β μαθητή:



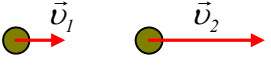
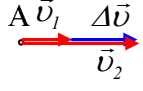
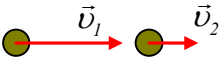
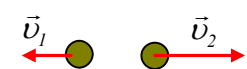
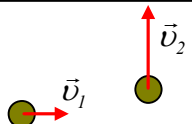
- Πόσο απέχουν οι μαθητές τη στιγμή που ξεκινά να περπατά ο Β μαθητής;
- Να υπολογιστούν οι μετατοπίσεις των δύο μαθητών τη χρονική στιγμή $t_2 = 200\text{s}$. Ποια απόσταση μεταξύ των μαθητών την στιγμή αυτή;
- Ποια χρονική στιγμή οι δυο μαθητές βρίσκονται ο ένας δίπλα στον άλλο και σε ποια θέση συμβαίνει αυτό;
- Να κάνετε τη γραφική παράσταση $x = x(t)$, της θέσης σε συνάρτηση με το χρόνο και για τα δυο παιδιά, στο ίδιο διάγραμμα.

55) Ας σχεδιάσουμε την επιτάχυνση

Θέλουμε να συμπληρώσουμε τον παρακάτω πίνακα, στην αριστερή στήλη του οποίου εμφανίζεται η κίνηση μιας σφαίρας, όπου έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των ταχυτήτων $\vec{v}_1$ και $\vec{v}_2$ δυο χρονικές στιγμές t_1 και t_2 .

Στην δεύτερη στήλη, παίρνοντας ένα σημείο Α, σχεδιάζουμε τις δυο ταχύτητες $\vec{v}_1$ και $\vec{v}_2$, καθώς και το διάνυσμα μεταβολής της ταχύτητας $\Delta\vec{v}$, στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα.

Στην τρίτη στήλη, σχεδιάζουμε το διάνυσμα της μέσης επιτάχυνσης της σφαίρας, στο διάστημα t_1 - t_2 .

	Κίνηση	Ταχύτητες	Επιτάχυνση
1)			
2)		A_0	
3)		A_0	
4)		A_0	
5)		A_0	
6)		A_0	

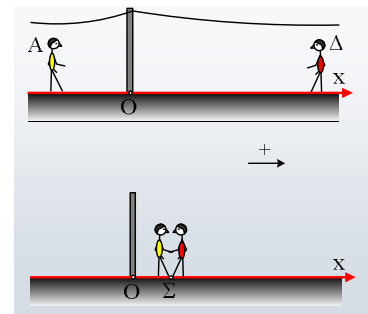
Η τελευταία γραμμή του πίνακα δείχνει μια κίνηση που δεν είναι ευθύγραμμη. Φανταστείτε μια κίνηση στο επίπεδο που αρχικά η σφαίρα κινείται στη διεύθυνση x και τελικά στη διεύθυνση y.

- Να συμπληρωθεί ο πίνακας δίνοντας και σύντομες δικαιολογήσεις.
- Να χαρακτηρίσετε τις παραπάνω κινήσεις ως επιταχυνόμενες ή επιβραδυνόμενες.

56) Οι θέσεις, οι μετατοπίσεις και μια διασταύρωση

Δυο παιδιά, ο Αριστοτέλης (Α) και ο Διονύσης (Δ), βρίσκονται ακίνητα σε ευθύγραμμο δρόμο, ο πρώτος σε απόσταση 40m, αριστερά μιας κολόνας της ΔΕΗ και ο δεύτερος σε απόσταση 85m, δεξιά της κολόνας, όπως στο σχήμα.

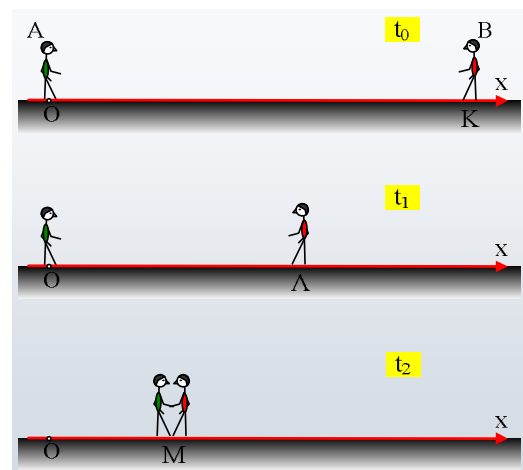
Σε μια στιγμή ($t_0=0$) τα παιδιά αρχίζουν να περπατούν το ένα προς το άλλο, με σταθερές ταχύτητες, με αποτέλεσμα μετά από χρονικό διάστημα 80s, ο Αριστοτέλης να βρίσκεται 56m δεξιά της κολόνας. Στο παραπάνω διάστημα, ο Διονύσης κινήθηκε με σταθερή ταχύτητα μέτρου 1,3m/s. Ορίζουμε έναν προσανατολισμένο άξονα x, με αρχή το σημείο O στη βάση της κολόνας και με θετική την προς τα δεξιά κατεύθυνση, με βάση τον οποίο μελετάμε τις δυο κινήσεις:



- Ποιες οι αρχικές θέσεις των δύο παιδιών και ποιες οι μετατοπίσεις τους στο χρονικό διάστημα από 0-80s;
- Ποιες οι θέσεις των παιδιών τη χρονική στιγμή $t'=80s$ και ποια η απόσταση μεταξύ τους;
- Να υπολογιστεί η απόσταση των παιδιών τη στιγμή $t_1=20s$.
- Ποια χρονική στιγμή t_2 τα παιδιά διασταυρώνονται και σε ποιο σημείο Σ συνέβη αυτή η διασταύρωση;

57) Δυο μαθητές περπατούν για να συναντηθούν

Σε ευθύγραμμο δρόμο και στα σημεία O και K, βρίσκονται δυο μαθητές, ο Αντώνης (A) και ο Βασίλης (B), απέχοντας απόσταση 165m. Σε μια στιγμή ($t_0=0$) ο Βασίλης αρχίζει να περπατά με σταθερή ταχύτητα, πλησιάζοντας τον Αντώνη, με αποτέλεσμα τη χρονική στιγμή $t_1=50s$ τα δυο παιδιά να απέχουν μεταξύ τους 90m. Θεωρώντας την θέση O που βρίσκεται ο Αντώνης, ως αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα x και την δεξιά κατεύθυνση ως θετική, να βρεθούν:



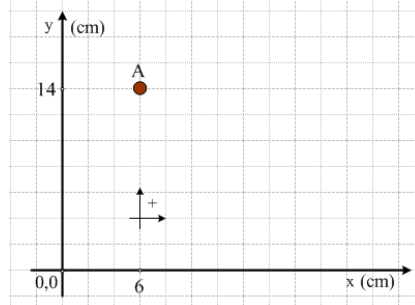
- Η αρχική θέση του Βασίλη, καθώς και η θέση του τη στιγμή t_1 .
- Η ταχύτητα με την οποία περπατά ο μαθητής B.

Την στιγμή t_1 ξεκινά και ο Αντώνης να περπατά, κινούμενος προς τα δεξιά, με σταθερή ταχύτητα, προκειμένου να συναντήσει τον Βασίλη, ο οποίος συνεχίζει πάντα το βάδισμά του, με την σταθερή του ταχύτητα. Τα δυο παιδιά συναντώνται αφού χρειάστηκε να περπατήσει ο Αντώνης για 30s.

- Να βρεθεί η χρονική στιγμή και η θέση της συνάντησης των δύο μαθητών.
- Να υπολογιστεί η ταχύτητα με την οποία περπάτησε ο Αντώνης.
- Να κάνετε τη γραφική παράσταση x-t, της θέσης σε συνάρτηση με το χρόνο και για τα δυο παιδιά στους ίδιους άξονες, με δεδομένο ότι μόλις συναντήθηκαν, σταμάτησαν και «πιάσανε τη κουβέντα».

58) Το μέτρο και η αλγεβρική τιμή της μετατόπισης

Μια μικρή σφαίρα, βρίσκεται πάνω σε ένα τραπέζι, σε ένα σημείο Α. Ορίζουμε ένα οριζόντιο σύστημα ορθογωνίων αξόνων x, y όπως στο διπλανό σχήμα, με αποτέλεσμα η αρχική θέση Α της σφαίρας να έχει συντεταγμένες $A(x, y) = (6\text{cm}, 14\text{cm})$. Η σφαίρα κάνει δύο διαδοχικές μετακινήσεις. Αρχικά μετατοπίζεται κατά $\Delta x = +16\text{cm}$ πηγαίνοντας στη θέση Β. Στη συνέχεια μετατοπίζεται κατά $\Delta y = -12\text{cm}$ φτάνοντας στη θέση Γ.



- Να βρεθούν και να σημειωθούν πάνω στο σχήμα οι θέσεις Β και Γ.
- Οι δυο παραπάνω μετατοπίσεις είναι διανύσματα. Να σχεδιαστούν τα διανύσματα αυτά.
- Η μετατόπιση από το Α στο Β έχει (αλγεβρική) τιμή $\Delta x = \dots\dots\dots$ και μέτρο $|\Delta \vec{x}| = \dots\dots\dots$

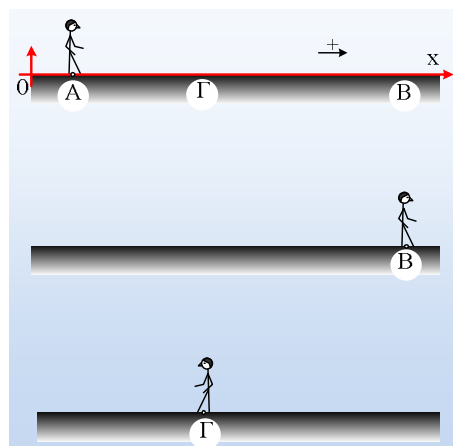
Αντίστοιχα η μετατόπιση από το Β στο Γ έχει (αλγεβρική) τιμή $\Delta y = \dots\dots\dots$ και μέτρο $|\Delta \vec{y}| = \dots\dots\dots$

- Να σχεδιάσετε επίσης το διάνυσμα της συνολικής μετατόπισης της σφαίρας, πάνω στο σχήμα (ένα διάνυσμα, ας το συμβολίσουμε $\vec{a}$) και στη συνέχεια να βρείτε:
 - Το μέτρο της συνολικής μετατόπισης $|\vec{a}|$,
 - την (αλγεβρική) τιμή της συνολικής μετατόπισης a ,
 - το συνολικό διάστημα που διένυσε η σφαίρα.

59) Θέση, μετατόπιση και χρονική στιγμή. Φ.Ε.

Ένα παιδί στέκεται στο σημείο Α ενός ευθύγραμμου δρόμου. Κάποια στιγμή αρχίζει να περπατά και μετά από 150s σταματά στη θέση Β, η οποία απέχει 100m από το σημείο Α. Αφού παραμένει για λίγο στη θέση Β, επιστρέφει στο σημείο Γ, διανύοντας απόσταση 60m μέσα σε χρονικό διάστημα 80s.

Για να μπορέσουμε να μελετήσουμε τις παραπάνω κινήσεις, παίρνουμε έναν άξονα x , όπως στο σχήμα, όπου η αρχή του, βρίσκεται αριστερά του σημείου Α απέχοντας 10m από αυτό.

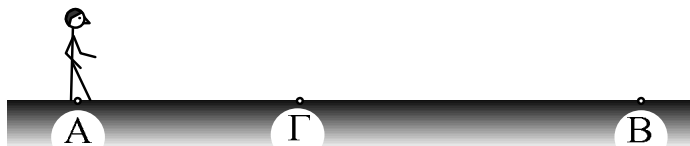


- Το παιδί βρίσκεται αρχικά στο σημείο Α, στη θέση $x_0 = \dots\dots\dots\text{m}$ και φτάνει στο σημείο Β, στη θέση $x_1 = \dots\dots\dots\text{m}$. Το τελικό σημείο που φτάνει, σημείο Γ, είναι η θέση $x_2 = \dots\dots\dots\text{m}$.
- Για τις αντίστοιχες μετατοπίσεις θα έχουμε:

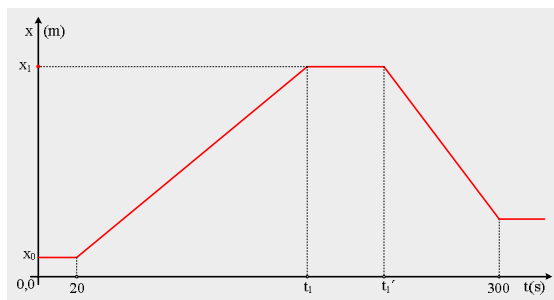
Από το Α στο Β: $\Delta x_{1,0} = \dots\dots\dots\text{m}$, από το Β στο Γ: $\Delta x_{2,1} = \dots\dots\dots\text{m}$ και από το Α στο Γ: $\Delta x_{2,0} = \dots\dots\dots\text{m}$.

Να σχεδιάσετε στο παρακάτω σχήμα, τα διανύσματα των παραπάνω μετατοπίσεων.

Το συνολικό διάστημα που διένυσε το παιδί ήταν $s = \dots\dots\dots\text{m}$.



- Η γραφική παράσταση της θέσης του παιδιού σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνεται στο παρακάτω γράφημα:

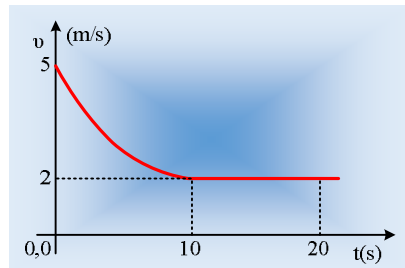


Με βάση πληροφορίες που μπορείτε να αντλήσετε από το διάγραμμα:

- Ποια η τιμή του x_0 και ποια χρονική στιγμή t_0 άρχισε να περπατά το παιδί;
- Ποια η τιμή του x_1 και ποια χρονική στιγμή το παιδί φτάνει στη θέση x_1 ;
- Πόσο χρονικό διάστημα το παιδί περπάτησε προς τα αριστερά και ποια η χρονική στιγμή t_1' ;
- Για πόσο χρονικό διάστημα το παιδί παρέμεινε στο σημείο B;
- Ένα δεύτερο παιδί που είναι ακίνητο στη θέση $x_3 = -20\text{m}$, κάποια στιγμή $t_3 = 0$ αρχίζει να περπατά και μετατοπίζεται κατά 50m φτάνοντας σε σημείο Δ τη χρονική στιγμή 80s . Στη συνέχεια αλλάζει κατεύθυνση κίνησης μετατοπιζόμενο κατά -30m σε χρονικό διάστημα 50s . Να σχεδιάσετε ένα πρόχειρο ποιοτικό διάγραμμα της θέσης του x , σε συνάρτηση με το χρόνο ($x=f(t)$).

60) Μια μεταβαλλόμενη κίνηση

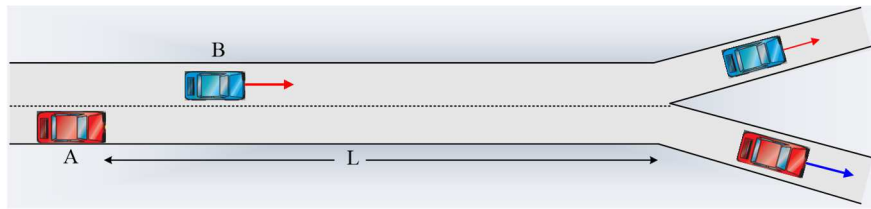
Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα και, παίρνοντας κάποια στιγμή ως $t_0=0$, σχεδιάσαμε την ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο, λαμβάνοντας το διπλανό σχήμα.



- Πόση είναι η μέση επιτάχυνση του αυτοκινήτου από $0-10\text{s}$;
- Η μέση επιτάχυνση στο χρονικό διάστημα $0-5\text{s}$ έχει τιμή:
 - $a_{1\mu} = -0,2\text{m/s}^2$, β) $a_{1\mu} = -0,3\text{m/s}^2$, γ) $a_{1\mu} = -0,5\text{m/s}^2$.
- Η στιγμιαία επιτάχυνση του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή $t_1=5\text{s}$ έχει τιμή:
 - $a_1 = -0,4\text{m/s}^2$, β) $a_{1\mu} = -0,5\text{m/s}^2$, γ) $a_{1\mu} = -0,6\text{m/s}^2$.
- Η μετατόπιση του αυτοκινήτου στο χρονικό διάστημα $0-10\text{s}$ είναι ίση με:
 - $\Delta x_1 = 12\text{m}$, β) $\Delta x_1 = 20\text{m}$, γ) $\Delta x_1 = 28\text{m}$.

61) Θα το προλάβει πριν την στροφή;

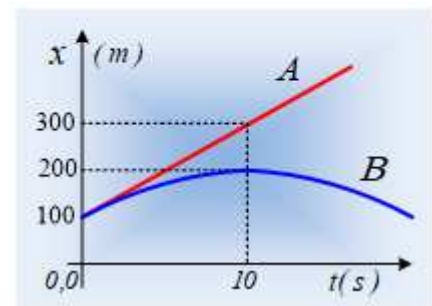
Ένα αυτοκίνητο Α είναι ακίνητο στο άκρο ευθύγραμμου δρόμου, απέχοντας κατά $L=750\text{m}$, από μια «διχάλα» του δρόμου που χωρίζεται σε δυο άλλους δρόμους. Κάποια στιγμή περνάει δίπλα του ένα δεύτερο αυτοκίνητο Β, το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα $v_2=20\text{m/s}$. Μόλις η απόσταση των δύο οχημάτων γίνει 50m , το αυτοκίνητο Α αποκτά σταθερή επιτάχυνση $a=3\text{m/s}^2$, μέχρι να αποκτήσει ταχύτητα μέτρου $v_1=30\text{m/s}$, την οποία στη συνέχεια διατηρεί σταθερή, μέχρι να «στρίψει» στο τέλος του δρόμου.



- i) Θεωρώντας ως αρχή μέτρησης των χρόνων ($t_0=0$) τη στιγμή που αρχίζει την κίνησή του το A αυτοκίνητο, να βρεθεί η χρονική στιγμή t_1 όπου αποκτά την ταχύτητα v_1 .
- ii) Πόσο απέχουν τα δύο οχήματα τη στιγμή t_1 ;
- iii) Να εξετάσετε αν κάποια στιγμή βρεθούν τα δύο αυτοκίνητα, το ένα δίπλα στο άλλο, με τους εξής δύο τρόπους:
 - α) Αφού επιλέξετε κάποιο κατάλληλο σημείο αναφοράς πάνω στην ευθεία κίνησης των δύο οχημάτων και τη θετική φορά κίνησης, να σχεδιάσετε στο ίδιο διάγραμμα τις γραφικές παραστάσεις θέσης-χρόνου για τα δύο κινητά.
 - β) Λύνοντας τις αντίστοιχες εξισώσεις θέσης - χρόνου για τα δύο οχήματα.

62) Δυο κινήσεις και ένα διάγραμμα

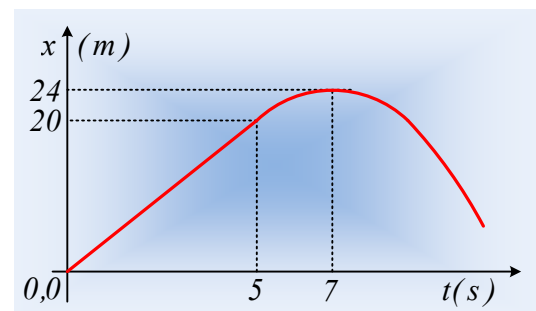
Δυο κινήσεις και ένα διάγραμμα Σε ευθύγραμμο δρόμο, κινούνται πλάι – πλάι δυο αυτοκίνητα A και B με την ίδια ταχύτητα v_0 . Σε μια στιγμή $t_0=0$ τα αυτοκίνητα περνούν από τη θέση $x_0=100\text{m}$, οπότε το B αποκτά σταθερή επιτάχυνση, ενώ το A συνεχίζει με την ίδια σταθερή ταχύτητα. Στο διάγραμμα δίνονται οι θέσεις των δύο αυτοκινήτων σε συνάρτηση με το χρόνο.



- i) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας v_0 .
- ii) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση που αποκτά το B αυτοκίνητο, καθώς και η ταχύτητά του τη στιγμή $t_1=10\text{s}$.
- iii) Για τη χρονική στιγμή $t_2=20\text{s}$, να υπολογιστούν:
 - α) η απόσταση των δύο αυτοκινήτων και
 - β) η ταχύτητα του B αυτοκινήτου.

63) Εκμετάλλευση ενός διαγράμματος θέσης.

Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα και στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η θέση του σε συνάρτηση με το χρόνο, όπου η επιτάχυνσή του μετά τη στιγμή $t_1=5\text{s}$ παραμένει σταθερή. Η μέγιστη απόσταση από την αρχή του άξονα είναι 24m και στη θέση αυτή το αυτοκίνητο φτάνει τη στιγμή $t_2=7\text{s}$.



- i) Να δικαιολογήσετε το είδος της κίνησης του αυτοκινήτου

στο χρονικό διάστημα 0-5s και να υπολογίσετε την ταχύτητά του τη στιγμή $t_1=5s$.

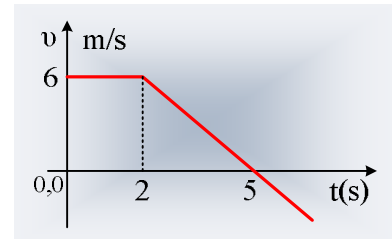
ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα και η επιτάχυνση του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή $t_2=7s$.

iii) Να βρεθεί η θέση και η ταχύτητα του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή $t_3=10s$.

vi) Να κάνετε το διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο.

64) Από ένα διάγραμμα σε εξισώσεις κίνησης

Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και στο διάγραμμα δίνεται η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο, όπου τη στιγμή που πήραμε ως $t=0$, το σώμα θεωρούμε ότι περνά από την αρχή ($x_0=0$) ενός προσανατολισμένου άξονα x .



i) Να περιγραφεί η κίνηση του σώματος μέχρι τη στιγμή $t'=6s$.

ii) Να υπολογίσετε τις τιμές της επιτάχυνσης τις χρονικές στιγμές $t_1=1s$ και $t_3=5s$.

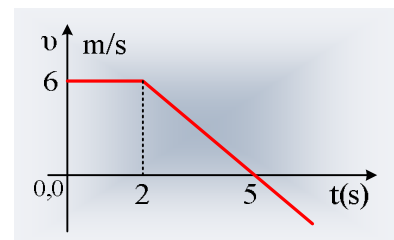
iii) Ποια είναι η θέση του σώματος τις χρονικές στιγμές $t_2=2s$ και $t_3=5s$, όπως προκύπτει από το παραπάνω διάγραμμα και χωρίς τη χρήση εξισώσεων κίνησης;

iv) Να βρεθούν οι εξισώσεις κίνησης ($x=x(t)$) για την κίνηση του σώματος, από τη στιγμή μηδέν, έως τη στιγμή $t'=6s$.

vii) Να βρεθούν ξανά οι θέσεις του σώματος τις στιγμές t_2 και t_3 με χρήση των εξισώσεων κίνησης.

2) Από ένα διάγραμμα σε εξισώσεις κίνησης

Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και στο διάγραμμα δίνεται η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο, όπου τη στιγμή που πήραμε ως $t=0$, το σώμα θεωρούμε ότι περνά από την αρχή ($x_0=0$) ενός προσανατολισμένου άξονα x .



i) Να περιγραφεί η κίνηση του σώματος μέχρι τη στιγμή $t'=6s$.

ii) Να υπολογίσετε τις τιμές της επιτάχυνσης τις χρονικές στιγμές $t_1=1s$ και $t_3=5s$.

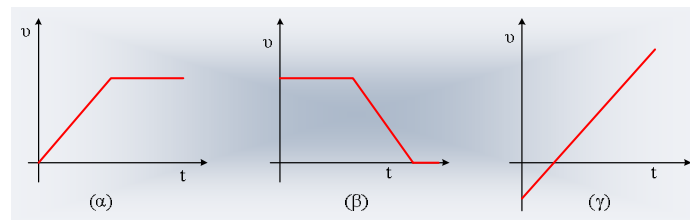
iii) Ποια είναι η θέση του σώματος τις χρονικές στιγμές $t_2=2s$ και $t_3=5s$, όπως προκύπτει από το παραπάνω διάγραμμα και χωρίς τη χρήση εξισώσεων κίνησης;

iv) Να βρεθούν οι εξισώσεις κίνησης ($x=x(t)$) για την κίνηση του σώματος, από τη στιγμή μηδέν, έως τη στιγμή $t'=6s$.

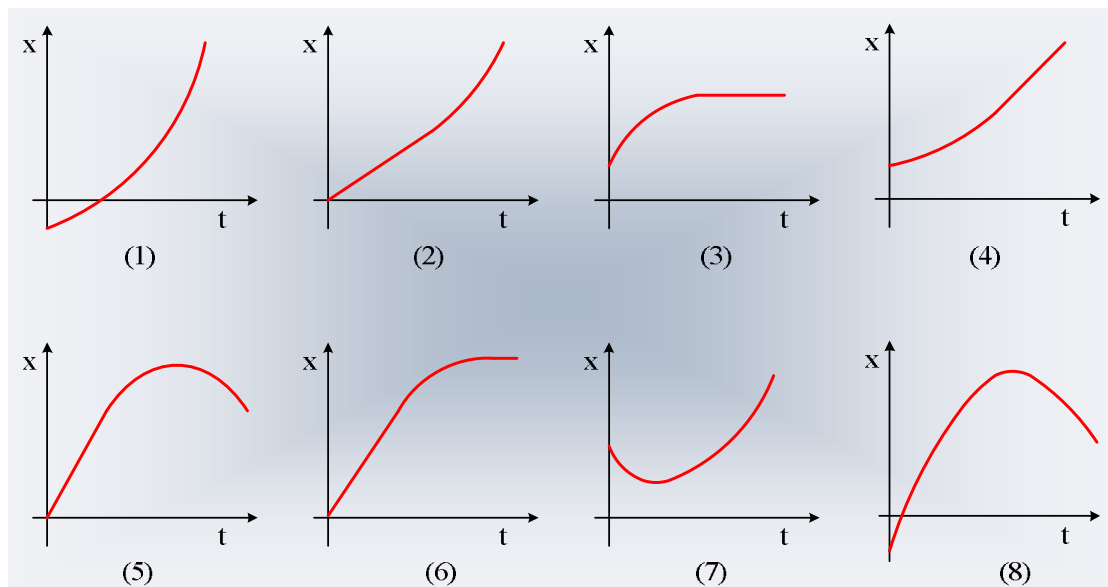
v) Να βρεθούν ξανά οι θέσεις του σώματος τις στιγμές t_2 και t_3 με χρήση των εξισώσεων κίνησης.

65) Από τις ταχύτητες στις θέσεις

Τρία αυτοκίνητα (α), (β) και (γ) κινούνται ευθύγραμμα και στο πρώτο σχήμα δίνονται οι ταχύτητές τους σε συνάρτηση με το χρόνο:

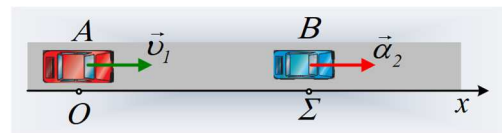


Να αντιστοιχίσετε κάθε αυτοκίνητο με ένα από τα παρακάτω διαγράμματα, που παριστά την θέση του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο.



66) Η ελάχιστη απόσταση δύο αυτοκινήτων

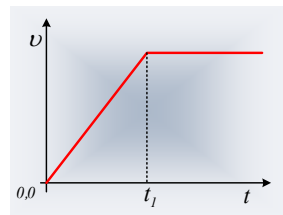
Σε ευθύγραμμο δρόμο κινείται με σταθερή ταχύτητα $v_1=10\text{m/s}$ ένα αυτοκίνητο. Σε μια στιγμή περνά από ένα σημείο O , απέχοντας απόσταση $d_0=80\text{m}$, από ένα δεύτερο αυτοκίνητο B , το οποίο την στιγμή αυτή ξεκινά την κίνησή του με σταθερή επιτάχυνση $a_2=1\text{m/s}^2$, όπως δείχνεται στο σχήμα. Λαμβάνουμε τη στιγμή αυτή ως $t_0=0$ και το σημείο O ως αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα x , με την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική.



- Ποιες οι θέσεις των δύο αυτοκινήτων τη στιγμή $t_0=0$;
- Να γράψετε την εξίσωση κίνησης του A αυτοκινήτου και να υπολογίσετε τη θέση του τη στιγμή $t_1=4\text{s}$.
- Ποια η αντίστοιχη εξίσωση κίνησης ($x-t$) για το B αυτοκίνητο; Να προσδιορίσετε τη θέση και την ταχύτητά του την στιγμή $t_1=4\text{s}$. Πόση είναι η απόσταση μεταξύ των αυτοκινήτων τη στιγμή αυτή;
- Να βρείτε την ταχύτητα του B αυτοκινήτου, καθώς και την απόσταση των δύο οχημάτων τη στιγμή $t_2=10\text{s}$.
- Κάποιος υποστηρίζει την άποψη ότι η απόσταση μεταξύ των δύο αυτοκινήτων είναι ελάχιστη τη στιγμή t_2 . Να εξετάσετε την ορθότητα ή μη της άποψης αυτής. Για έλεγχο, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε και κάποια άλλη χρονική στιγμή.

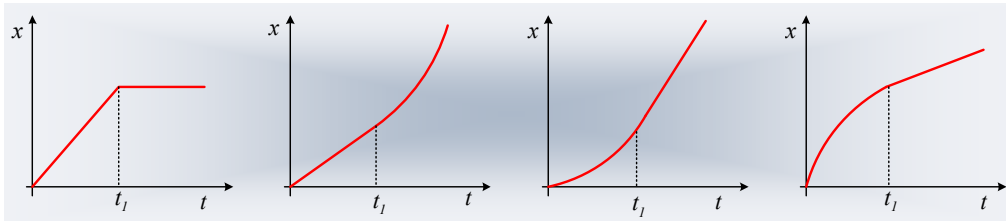
67) Συσχετισμοί διαγραμμάτων

1) Ένα αυτοκίνητο βρίσκεται τη στιγμή μηδέν στην αρχή του άξονα x και στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο.

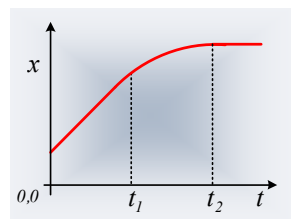


i) Να περιγράψετε την κίνηση του αυτοκινήτου.

ii) Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα μπορεί να δείχνει τη θέση του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο;

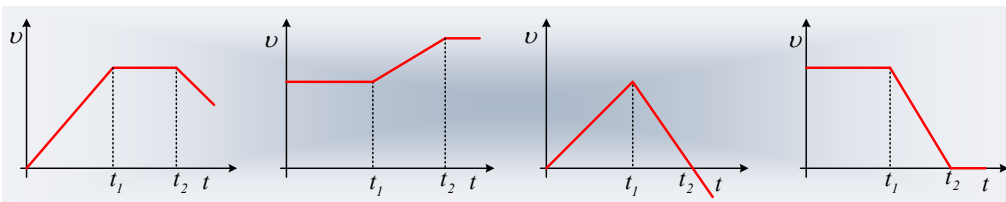


2) Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα και στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η θέση του σε συνάρτηση με το χρόνο.



i) Να περιγράψετε την κίνηση του αυτοκινήτου.

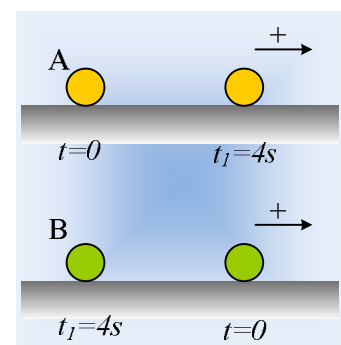
ii) Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα μπορεί να δείχνει την ταχύτητα του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο;



Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας

68) Δύο κινήσεις και οι επιταχύνσεις τους

1) Μια μπάλα Α κινείται οριζόντια και σε μια στιγμή $t=0$, έχει ταχύτητα μέτρου 2m/s , ενώ τη στιγμή $t_1=4\text{s}$ το μέτρο της ταχύτητας είναι 4m/s , όπως στο πάνω σχήμα, όπου φαίνονται οι θέσεις της μπάλας τις παραπάνω χρονικές στιγμές. Η προς τα δεξιά κατεύθυνση θεωρείται θετική, ενώ στο παραπάνω χρονικό διάστημα η μπάλα δεν άλλαξε κατεύθυνση κίνησης.



i) Η αρχική ταχύτητα της μπάλας έχει τιμή ενώ τη στιγμή t_1 η τιμή της ταχύτητας είναι

ii) Να υπολογίσετε την μέση επιτάχυνση της μπάλας στο παραπάνω χρονικό διάστημα.

iii) Αν η επιτάχυνση της μπάλας παραμένει σταθερή στο χρονικό αυτό διάστημα, να υπολογιστεί τη χρονική στιγμή $t_2=1,8\text{s}$:

α) Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητάς της.

β) Η ταχύτητα της μπάλας.

2) Μια μπάλα B κινείται οριζόντια και σε μια στιγμή $t=0$, έχει ταχύτητα μέτρου 3m/s , ενώ τη στιγμή $t_1=4\text{s}$ το μέτρο της ταχύτητας είναι 1m/s , όπως στο κάτω σχήμα, όπου φαίνονται οι θέσεις της μπάλας τις παραπάνω χρονικές στιγμές. Η προς τα δεξιά κατεύθυνση θεωρείται θετική, ενώ στο παραπάνω χρονικό διάστημα η μπάλα δεν άλλαξε κατεύθυνση κίνησης.

i) Η αρχική ταχύτητα της μπάλας έχει τιμή ενώ τη στιγμή t_1 η τιμή της ταχύτητας είναι.....

ii) Να υπολογίσετε την μέση επιτάχυνση της μπάλας στο παραπάνω χρονικό διάστημα.

iii) Αν η επιτάχυνση της μπάλας παραμένει σταθερή στο χρονικό αυτό διάστημα, να υπολογιστεί τη χρονική στιγμή $t_2=2,2\text{s}$:

α) Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητάς της.

β) Η ταχύτητα της μπάλας.

3) Συμπεράσματα:

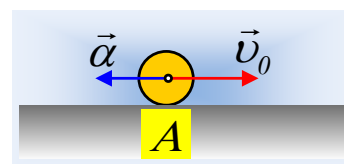
i) Πώς θα χαρακτηρίζατε τις παραπάνω κινήσεις των δύο σφαιρών; Επιταχυνόμενες ή επιβραδυνόμενες;

ii) Με βάση τη μελέτη των δύο παραπάνω κινήσεων να κρίνετε την ορθότητα ή μη της πρότασης:

«Όταν ένα σώμα έχει θετική επιτάχυνση, τότε επιταχύνεται, ενώ όταν η επιτάχυνσή του είναι αρνητική το σώμα επιβραδύνεται».

69) Πώς υπολογίζουμε ταχύτητες σε μια ΕΟΜΚ

Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και σε μια στιγμή $t_0=0$, περνά από ένα σημείο A, κινούμενο προς τα δεξιά με ταχύτητα μέτρου 10m/s , ενώ έχει σταθερή επιτάχυνση με φορά προς τα αριστερά, μέτρου 2m/s^2 .



i) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος τις χρονικές στιγμές:

α) $t_1=4\text{s}$ και β) $t_2=7\text{s}$.

ii) Ποια χρονική στιγμή το σώμα αλλάζει κατεύθυνση κίνησης;

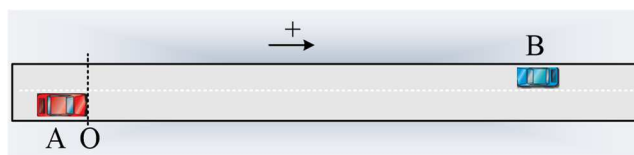
iii) Πόσο απέχει το σώμα από την αρχική θέση A, τη χρονική στιγμή που ενώ κινείται προς τα αριστερά έχει ταχύτητα μέτρου 10m/s ;

Οι απαντήσεις να δοθούν:

A) Θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική.

B) Θεωρώντας την προς τα αριστερά κατεύθυνση ως θετική.

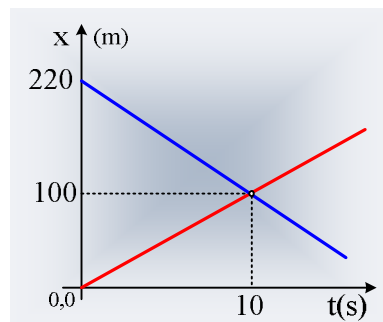
70) Δύο κινήσεις αυτοκινήτων και ένα διάγραμμα



Σε ευθύγραμμο δρόμο κινούνται δυο αυτοκίνητα A, B και στο σχήμα φαίνονται οι θέσεις τους κάποια στιγμή

που θεωρούμε ότι $t_0=0$, όπου το Α περνά από το σημείο Ο, το οποίο θεωρούμε ως αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα x , με θετική την προς τα δεξιά κατεύθυνση.

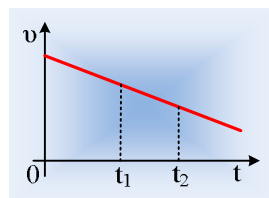
Στο διπλανό διάγραμμα δίνονται οι θέσεις των δύο αυτοκινήτων σε συνάρτηση με το χρόνο.



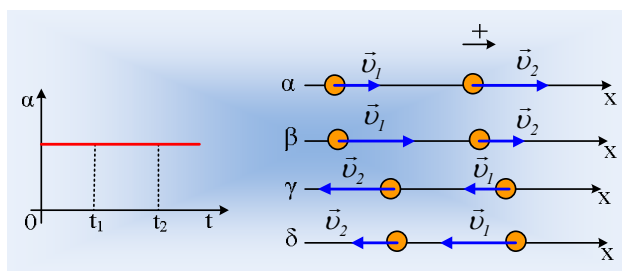
- Μπορείτε να περιγράψετε (χωρίς να κάνετε υπολογισμούς) τις κινήσεις των αυτοκινήτων;
- Να υπολογίσετε την ταχύτητα του Α αυτοκινήτου, καθώς και να γράψετε την εξίσωση κίνησής του ($x-t$).
- Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις για το Β αυτοκίνητο;
- Ποια χρονική στιγμή το Β αυτοκίνητο περνά από τη θέση $x_2=124\text{m}$ και πόσο απέχει τη στιγμή αυτή από το αυτοκίνητο Α;
- Ποια χρονική στιγμή τα αυτοκίνητα απέχουν μεταξύ τους απόσταση $D=88\text{m}$, πριν την συνάντησή τους;

71) Πληροφορίες από δύο διαγράμματα

- Μια μπάλα η οποία κινείται ευθύγραμμα, τη στιγμή $t=0$, περνά από ένα σημείο Ο, για το οποίο δεχόμαστε $x=0$. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η ταχύτητα της μπάλας σε συνάρτηση με το χρόνο. Πότε απέχει περισσότερο η μπάλα από το σημείο Ο, τη στιγμή t_1 ή τη στιγμή t_2 ;



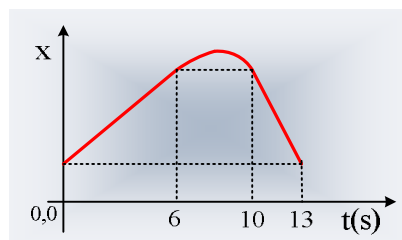
- Στο παρακάτω σχήμα, αριστερά φαίνεται το πώς μεταβάλλεται η επιτάχυνση της παραπάνω μπάλας, σε μια άλλη περίπτωση. Στο δεξιό σχήμα εμφανίζονται τέσσερα ενδεχόμενα για την κίνηση της μπάλας. Ποια ή ποιες από τις κινήσεις που βλέπετε, μπορεί να πραγματοποιεί η μπάλα;



Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

72) Πληροφορίες από ένα διάγραμμα

Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και στο διπλανό διάγραμμα δίνεται το διάγραμμα της θέσης του σε συνάρτηση με το χρόνο, όπου τα τμήματα από 0-6s και από 10s-13s είναι ευθύγραμμα.



- Μπορείτε να περιγράψετε το είδος της κίνησης του σώματος, σε κάθε χρονικό διάστημα;
- Αν η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή $t_1=2\text{s}$ έχει τιμή $v_1=+4\text{m/s}$, τότε τη χρονική στιγμή $t_2=12\text{s}$ έχει

ταχύτητα με αλγεβρική τιμή:

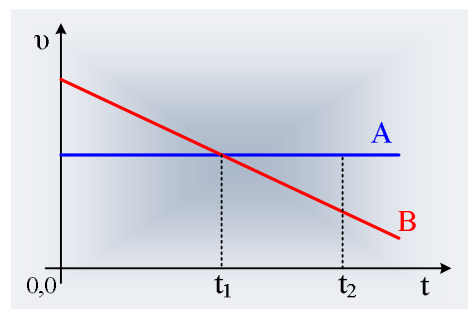
$$\alpha) v_2 = +8 \text{ m/s}, \quad \beta) v_2 = -2 \text{ m/s}, \quad \gamma) v_2 = -8 \text{ m/s}.$$

- iii) Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα προς τα δεξιά, με σταθερή ταχύτητα μέτρου v_1 και περνά από τη θέση x_0 τη στιγμή $t=0$. Σε μια στιγμή t_1 , αρχίζει να φρενάρει με αποτέλεσμα να σταματά τη στιγμή t_2 . Μένει ακίνητο μέχρι τη στιγμή t_3 και στη συνέχεια επιταχύνεται προς τα αριστερά, μέχρι τη στιγμή t_4 , οπότε αφού αποκτήσει σταθερή ταχύτητα μέτρου $v_2 = v_1/2$, συνεχίζει την κίνησή του με σταθερή ταχύτητα, μέχρι να φτάσει ξανά στη θέση x_0 . Να σχεδιάσετε ένα ποιοτικό διάγραμμα της θέσης του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο ($x-t$), μέχρι την στιγμή που φτάνει στη θέση x_0 .

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

73) Ένα διάγραμμα και δύο ερωτήσεις.

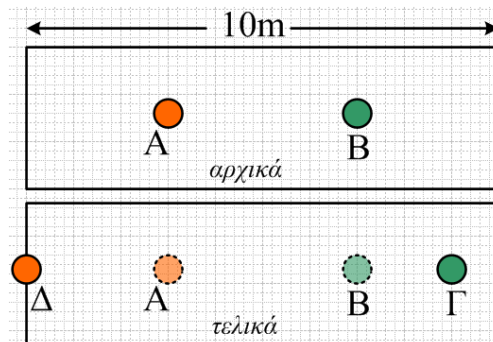
Στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο, κινούνται δύο αυτοκίνητα Α και Β. Παίρνοντας κάποια στιγμή σαν αρχή μέτρησης του χρόνου ($t_0=0$), ένας φίλος σας, μέτρησε τις ταχύτητες των δύο αυτοκινήτων και σχεδίασε σε κοινό διάγραμμα, τον τρόπο μεταβολής τους.



- Μπορείτε, με βάση το διάγραμμα, να απαντήσετε στο ερώτημα, ποιο αυτοκίνητο προπορεύεται, τη χρονική στιγμή t_1 ;
- Ποιο αυτοκίνητο, το Α ή το Β, μετατοπίζεται περισσότερο από τη στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_2 ;

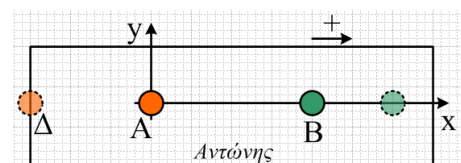
74) Οι θέσεις και οι μετατοπίσεις των σφαιρών

Σε ένα οικόπεδο μήκους 10m ηρεμούν δυο σφαίρες στις θέσεις Α και Β, όπως εμφανίζονται στο πάνω σχήμα.



Σε μια στιγμή η σφαίρα στο Α, δέχεται ένα κτύπημα, με αποτέλεσμα να κινηθεί προς την πράσινη σφαίρα και να συγκρουσθεί μαζί της. Μετά την κρούση η πρώτη σφαίρα επιστρέφει και σταματά τελικά στη θέση Δ, ενώ η πράσινη κινείται για λίγο και σταματά στη θέση Γ. Στο κάτω σχήμα εμφανίζονται οι τελικές θέσεις που σταματούν οι δυο σφαίρες.

- Μπορείτε με βάση τις δύο εικόνες να μετρήσετε την αρχική και την τελική απόσταση μεταξύ των σφαιρών;
- Θέλοντας ο Αντώνης να περιγράψει μαθηματικά τις θέσεις και τις μετατοπίσεις των σφαιρών, παίρνει ένα σύστημα αξόνων xy , με αρχή τη θέση Α, όπως στο διπλανό σχήμα. Ποιες απαντήσεις



δίνει ο Αντώνης στα παρακάτω ερωτήματα;

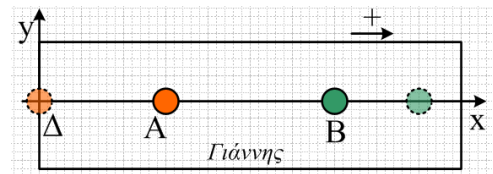
α) Ποιες οι αρχικές θέσεις των δύο σφαιρών;

β) Ποια η μετατόπιση της πρώτης σφαίρας, μέχρι τη στιγμή της σύγκρουσης;

γ) Ποιες οι τελικές θέσεις των σφαιρών;

δ) Ποιες οι συνολικές μετατοπίσεις κάθε σφαίρας και πόσο είναι το διάστημα που η κάθε μία διανύσει, μέχρι να ηρεμήσει;

ii) Ο Γιάννης, θέλοντας να απαντήσει στα παραπάνω ερωτήματα, επιλέγει το σύστημα των αξόνων του διπλανού σχήματος. Με βάση αυτό ποιες απαντήσεις δίνει;



Οι σφαίρες να θεωρηθούν υλικά σημεία αμελητέας ακτίνας.

75) Δύο αυτοκίνητα κινούνται ευθύγραμμα

Δύο αυτοκίνητα Α και Β κινούνται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερές ταχύτητες $v_1=10\text{m/s}$ και $v_2=54\text{km/h}$, προς την ίδια κατεύθυνση. Σε μια στιγμή (στην οποία θεωρούμε $t=0$) τα αυτοκίνητα βρίσκονται το ένα δίπλα στο άλλο, όπως στο σχήμα. Θεωρούμε τη θέση αυτή ως την αρχή του άξονα ($x=0$).



i) Ποιο αυτοκίνητο κινείται γρηγορότερα;

ii) Να βρεθεί η απόσταση των δύο αυτοκινήτων τη χρονική στιγμή $t_1=10\text{s}$. (Να μην ληφθούν υπόψη οι διαστάσεις των αυτοκινήτων, τα οποία να αντιμετωπίσετε ως υλικά σημεία).

iii) Τη στιγμή t_1 το Α αυτοκίνητο αποκτά σταθερή επιτάχυνση $a_1=0,4\text{m/s}^2$ με φορά προς τα δεξιά.

α) Να βρεθεί η ταχύτητά του τη χρονική στιγμή $t_2=30\text{s}$.

β) Πόσο απέχουν μεταξύ τους τα δύο αυτοκίνητα τη στιγμή t_2 ;

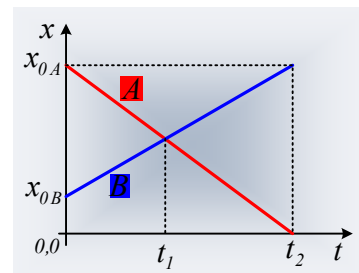
iv) Ποιο αυτοκίνητο θα φτάσει πρώτο στη θέση $x_3=580\text{m}$;

Μέχρι τέλους του 2016

76) Δύο κινήσεις σε ένα διάγραμμα.

Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η θέση σε συνάρτηση με το χρόνο, δύο αυτοκινήτων, τα οποία κινούνται στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο.

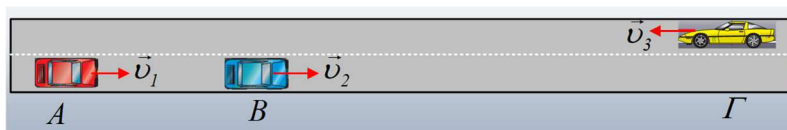
- i) Τα δυο οχήματα κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση ή όχι;
- ii) Ποιο αυτοκίνητο κινείται με μεγαλύτερη κατά μέτρο ταχύτητα;
- iii) Πόσο απέχουν μεταξύ τους τα δυο αυτοκίνητα τη στιγμή t_1 ;



Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

77) Τρία αυτοκίνητα με σταθερές ταχύτητες.

Σε έναν ευθύγραμμο δρόμο κινούνται τρία αυτοκίνητα A, B και Γ με σταθερές ταχύτητες, μέτρων $v_1=10\text{m/s}$, $v_2=15\text{m/s}$ και $v_3=20\text{m/s}$, όπως στο σχήμα.

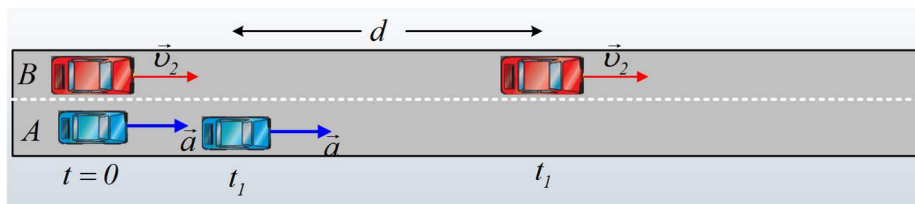


Κάποια στιγμή, την οποία λαμβάνουμε ως $t=0$, οι αποστάσεις των αυτοκινήτων είναι $(AB)=200\text{m}$ και $(B\Gamma)=550\text{m}$. Αφού πάρτε έναν άξονα x κατά μήκος του δρόμου και ορίστε την αρχή του ($x=0$), να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα:

- i) Ποιες οι αρχικές θέσεις των αυτοκινήτων;
- ii) Δώστε την εξίσωση κίνησης κάθε αυτοκινήτου.
- iii) Να βρεθούν οι θέσεις των αυτοκινήτων τη στιγμή $t_1=6\text{s}$
- iv) Να βρεθεί ποια χρονική στιγμή το αυτοκίνητο Γ θα ισαπέχει από τα άλλα δύο αυτοκίνητα. Ποιες οι θέσεις των αυτοκινήτων τη στιγμή αυτή;
- v) Να κάνετε, στο ίδιο σύστημα αξόνων, τις γραφικές παραστάσεις $x-t$ για κάθε αυτοκίνητο, μέχρι τη χρονική στιγμή $t'=40\text{s}$.

78) Όσο και αν απομακρυνθείς, θα σε φτάσω!

Ένα αυτοκίνητο A είναι ακίνητο, στην άκρη ενός ευθύγραμμου δρόμου. Σε μια στιγμή (ας θεωρήσουμε $t_0=0$), περνά δίπλα του ένα δεύτερο αυτοκίνητο B, το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα v_2 . Την ίδια στιγμή ο οδηγός του A, θέτει σε κίνηση το αυτοκίνητό του με σταθερή επιτάχυνση $a=1\text{m/s}^2$, με αποτέλεσμα η απόσταση των δύο αυτοκινήτων να είναι $d=72\text{m}$ τη χρονική στιγμή $t_1=4\text{s}$.



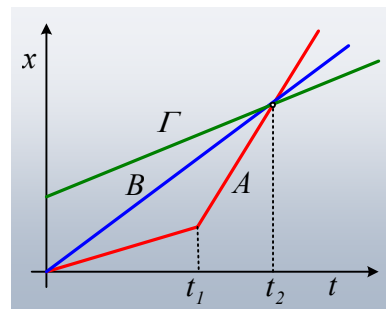
- i) Να βρεθεί η ταχύτητα με την οποία κινείται το B αυτοκίνητο.
- ii) Ποια η απόσταση των δύο αυτοκινήτων τη στιγμή t_2 που έχουν ίσες ταχύτητες;
- iii) Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_3 , όπου $t_3 > t_2$, κατά την οποία το B αυτοκίνητο προηγείται κατά 150m του A. Σε ποιες θέσεις βρίσκονται τη στιγμή αυτή τα δυο οχήματα;
- iv) Αν τη στιγμή t_3 το A αυτοκίνητο σταματά να επιταχύνεται, κινούμενο πλέον με σταθερή ταχύτητα, ποια χρονική στιγμή t_4 , τα δυο αυτοκίνητα, θα βρεθούν το ένα δίπλα στο άλλο και σε πόση απόσταση από την αρχική θέση θα συμβεί αυτό;
- v) Να κάνετε στο ίδιο διάγραμμα τις γραφικές παραστάσεις για τις θέσεις των δύο αυτοκινήτων σε συνάρτηση με το χρόνο (x-t), μέχρι τη στιγμή t_4 .

79) Πληροφορίες από μερικά διαγράμματα.

- 1) Σε ευθύγραμμο δρόμο κινούνται τρία σώματα A, B και Γ και στο σχήμα φαίνονται οι θέσεις τους σε συνάρτηση με το χρόνο.

Χαρακτηρίστε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις, δίνοντας σύντομες εξηγήσεις.

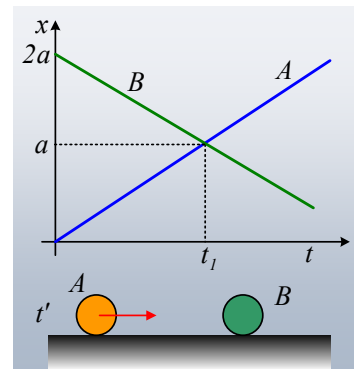
- i) Μεγαλύτερη μετατόπιση μέχρι τη στιγμή t_2 έχει το A σώμα.
- ii) Τα σώματα A και B μετατοπίζονται το ίδιο στο χρονικό διάστημα $0-t_1$.



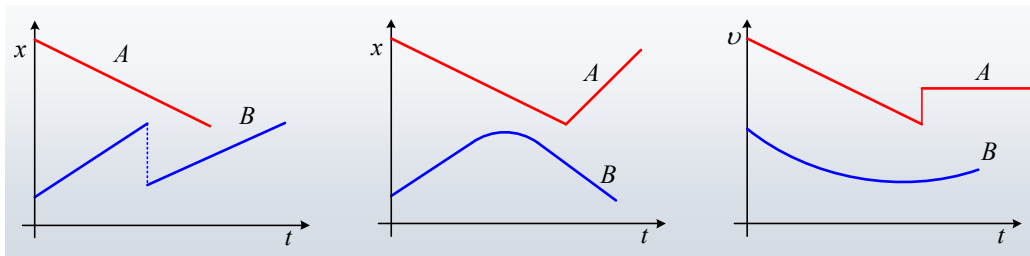
- iii) Τα σώματα A και B μετατοπίζονται το ίδιο στο χρονικό διάστημα $0-t_2$.
- iv) Μέχρι τη στιγμή t_2 οι μετατοπίσεις των σωμάτων B και Γ είναι ίσες.
- iv) Τη στιγμή της συνάντησης των τριών σωμάτων, οι ταχύτητές τους είναι ίσες.

- 2) Σε ευθύγραμμο δρόμο κινούνται δύο σφαίρες A και B και στο σχήμα φαίνονται οι θέσεις τους σε συνάρτηση με το χρόνο.

- i) Πάνω στο σχήμα να σχεδιάσετε το διάνυσμα της ταχύτητας της σφαίρας B.
- ii) Στο σχήμα βλέπετε τις θέσεις των σφαιρών κάποια στιγμή t' . Αυτή η χρονική στιγμή είναι πριν ή μετά τη στιγμή t_1 ;
- iii) Να συγκρίνετε τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σφαιρών.

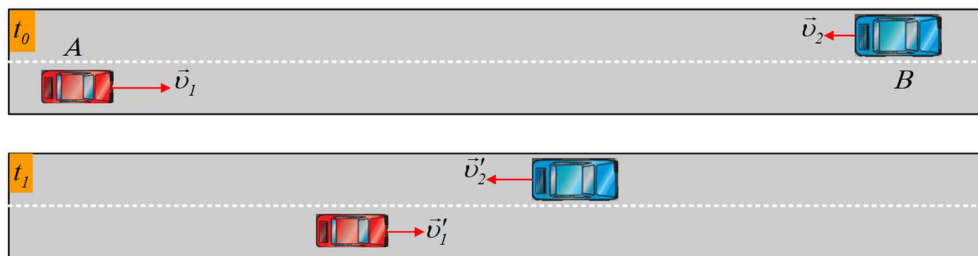


- 3) Σε ευθύγραμμο δρόμο κινούνται δύο σώματα A και B και στα παρακάτω σχήματα δίνονται πληροφορίες για την κίνησή τους.



Υπάρχουν σφάλματα στις παραπάνω γραφικές παραστάσεις και αν ναι, ποια είναι αυτά; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

80) Οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις.



Σε έναν ευθύγραμμο δρόμο κινούνται αντίθετα δύο αυτοκίνητα A και B. Τη στιγμή $t_0=2\text{s}$ τα αυτοκίνητα έχουν ταχύτητες $v_1=20\text{m/s}$ και $v_2=-6\text{m/s}$, ενώ τη χρονική στιγμή $t_1=5\text{s}$ οι ταχύτητες έχουν γίνει $v_1'=5\text{m/s}$ και $v_2'=-15\text{m/s}$ (θετική κατεύθυνση προς τα δεξιά). Οι ταχύτητες μεταβάλλονται με σταθερούς ρυθμούς (ομαλά).

i) Για το παραπάνω χρονικό διάστημα να υπολογιστούν:

α) Η μεταβολή της ταχύτητας κάθε αυτοκινήτου.

β) Οι επιταχύνσεις των αυτοκινήτων.

γ) Να σχεδιάσετε στον διπλανό πίνακα ένα διανυσματικό διάγραμμα (όπως παραπάνω), στο οποίο να εμφανίζονται για κάθε αυτοκίνητο, οι ταχύτητες, η μεταβολή της ταχύτητας και η επιτάχυνση. Τι κάνουν τα παραπάνω αυτοκίνητα, «επιταχύνονται» ή «επιβραδύνονται» και γιατί;

A	B

δ) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ταχύτητας κάθε αυτοκινήτου στο χρονικό διάστημα από $t_2=3,2\text{s}$ έως τη στιγμή $t_3=4\text{s}$.

ii) Να γράψετε τις εξισώσεις για τις ταχύτητες των αυτοκινήτων, σε συνάρτηση με το χρόνο ($v-t$).

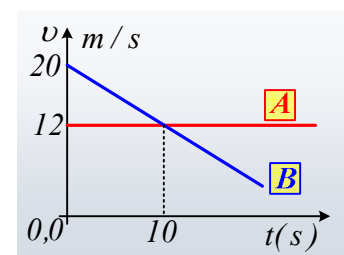
iii) Ποια χρονική στιγμή τα δύο αυτοκίνητα κινούνται με ίσες κατά μέτρο ταχύτητες, για πρώτη φορά;

81) Δύο ευθύγραμμες κινήσεις και διαγράμματα.

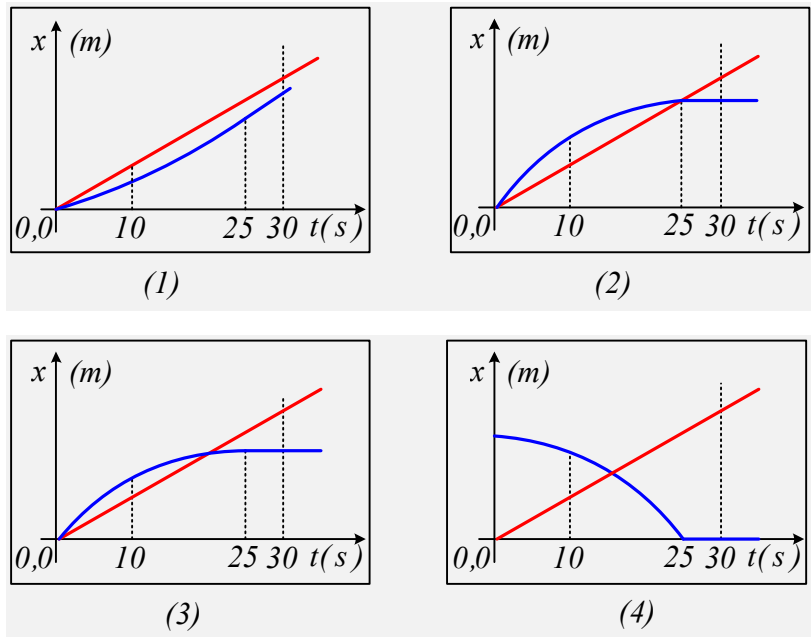
Σε ευθύγραμμο δρόμο κινούνται δύο κινητά A και B. Κάποια στιγμή ($t_0=0$) τα δύο κινητά περνούν από την ίδια θέση O (έστω $x=0$) και στο διπλανό διάγραμμα φαίνονται οι ταχύτητές τους σε συνάρτηση με το χρόνο.

i) Να υπολογίσετε τις επιταχύνσεις των δύο σωμάτων.

ii) Να γράψετε την εξίσωση θέσης ($x-t$) για κάθε κινητό.



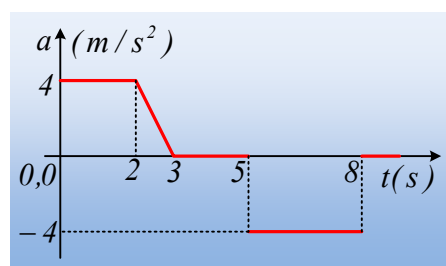
- iii) Πόσο απέχουν μεταξύ τους τα δύο κινητά τη στιγμή που έχουν ίσες ταχύτητες;
- iv) Να βρεθεί η χρονική στιγμή που το Β κινητό σταματά, αν παύει να κινείται μόλις μηδενιστεί η ταχύτητά του.
- v) Σε ποιο από τα παρακάτω σχήματα, έχουν σχεδιαστεί σωστά οι γραφικές παραστάσεις $x-t$ για τα δυο σώματα, μέχρι τη στιγμή $t'=30s$; Να δικαιολογήστε την επιλογή σας, αφού εξηγήσετε γιατί απορρίπτετε τα υπόλοιπα.



82) Μελέτη ενός διαγράμματος επιτάχυνσης.

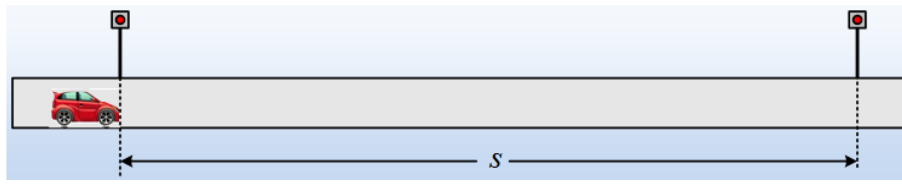
Ένα αρχικά ακίνητο σώμα, αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα τη στιγμή $t=0$ και στο διάγραμμα δίνεται η επιτάχυνσή του, σε συνάρτηση με το χρόνο.

- i) Να περιγράψετε την κίνηση του σώματος στα διάφορα χρονικά διαστήματα, που εμφανίζονται στο διάγραμμα, θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική.



- ii) Ποια χρονική στιγμή στο χρονικό διάστημα από 0-3s το σώμα έχει την μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα;
- iii) Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ταχύτητας στο χρονικό διάστημα 0-2s.
- iv) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή $t_2=3s$.
- ii) Ποια χρονική στιγμή το σώμα θα σταματήσει την προς τα δεξιά κίνησή του και θα αρχίσει να κινείται προς τα αριστερά; Να βρεθεί η ταχύτητά του τη στιγμή $t'=8,3s$.

83) Από φανάρι σε φανάρι.



Ένα αυτοκίνητο είναι σταματημένο στο φανάρι που είναι «κόκκινο». Τη στιγμή που ανάβει το «πράσινο», έστω $t_0=0$, το αυτοκίνητο μαρσάρει, οπότε αποκτά σταθερή επιτάχυνση με αποτέλεσμα τη χρονική στιγμή $t_1=8\text{s}$ να έχει ταχύτητα $v_1=24\text{m/s}$. Στη συνέχεια συνεχίζει με σταθερή ταχύτητα, μέχρι να φτάσει στο επόμενο «πράσινο» φανάρι, που απέχει $s=240\text{m}$ από το προηγούμενο.

- Να βρείτε την επιτάχυνση με την οποία κινήθηκε στο χρονικό διάστημα $0-t_1$.
- Πόσο απέχει από το πρώτο φανάρι (όπου θεωρούμε ότι $x_0=0$) το αυτοκίνητο, τη στιγμή που παύει να επιταχύνεται;
- Ποια στιγμή φτάνει το όχημα στο δεύτερο φανάρι;
- Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας και της θέσης του κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας $x=0$ τη θέση του πρώτου φαναριού.
- *Αν το 2^ο φανάρι γίνεται πορτοκαλί τη στιγμή $t'=13\text{s}$ και το αυτοκίνητο φτάνει σε αυτό τη στιγμή αλλαγής του χρώματος, ενώ κινήθηκε αρχικά με την ίδια επιτάχυνση, όπως προηγούμενα, μέχρι να αποκτήσει μια ταχύτητα v_2 , με την οποία συνέχισε την κίνησή του, να υπολογιστεί το χρονικό διάστημα επιτάχυνσής του και η τελική του ταχύτητα.

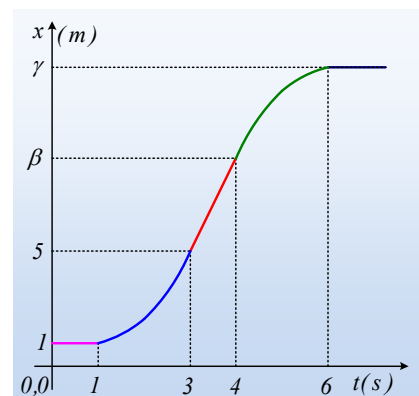
*Ερώτημα μόνο για καλούς μαθητές.

84) Λουλεύοντας με ένα διάγραμμα θέσης.

Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της θέσης του, σε συνάρτηση με το χρόνο.

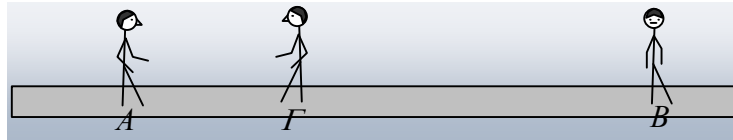
Με διαφορετικά χρώματα, έχουν χαραχθεί τα τμήματα που αντιστοιχούν σε διαφορετικές κινήσεις. Στα χρονικά διαστήματα που η ταχύτητα μεταβάλλεται, η μεταβολή αυτή πραγματοποιείται με σταθερό ρυθμό.

- Να περιγράψετε τις κινήσεις που πραγματοποιεί το σώμα, στα διάφορα χρονικά διαστήματα. Για πόσο χρονικό διάστημα κινήθηκε συνολικά το σώμα;
- Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή $t_2=3\text{s}$.
- Να βρεθεί η επιτάχυνση του σώματος, στα χρονικά διαστήματα όπου μεταβάλλεται η ταχύτητα.
- Να υπολογιστούν οι τιμές της θέσης β και γ τις χρονικές στιγμές 4s και 6s .



85) Δυο ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις.

Ένα παιδί κινείται με σταθερή ταχύτητα, σε ευθύγραμμο δρόμο και μια στιγμή $t_0=0$, περνά από ένα σημείο Α, ενώ τη στιγμή $t_1=200\text{s}$ φτάνει στο σημείο Β, σε απόσταση $(AB)=160\text{m}$, όπου και γυρνάει αμέσως πίσω, με αποτέλεσμα να φτάσει μετά από 150s στο σημείο Γ, όπου $(BG)=135\text{m}$, κινούμενο επίσης με σταθερή ταχύτητα.

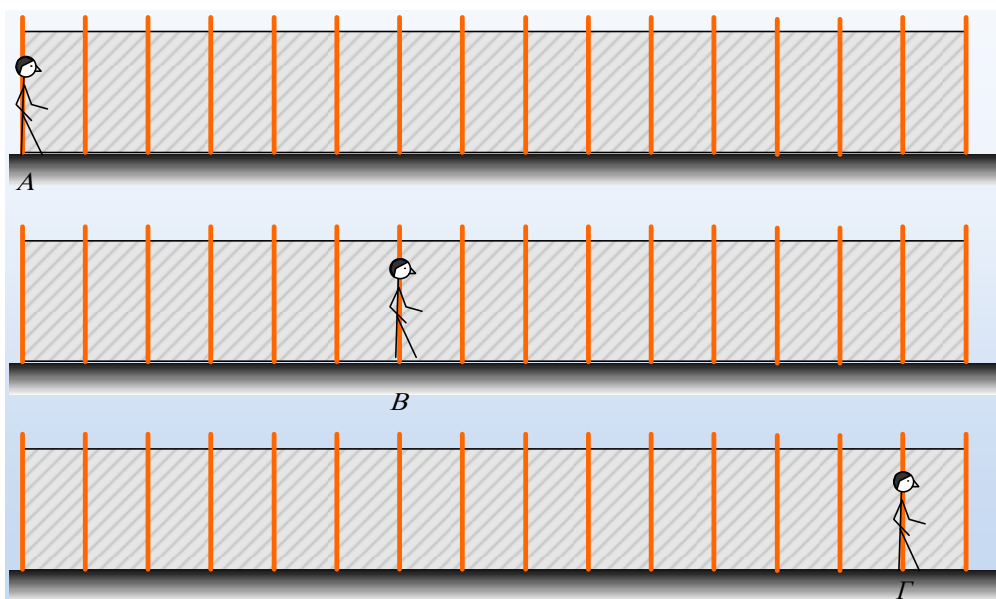


- A) Για τη μελέτη της κίνησης του παιδιού, ορίζουμε αρχή του άξονα x , τη θέση Α και θετική της προς τα δεξιά κατεύθυνση. Με βάση τον άξονα αυτό:
- Ποιες οι θέσεις x_1 , x_2 και x_3 του παιδιού στα σημεία Α, Β και Γ και ποια η τιμή της μετατόπισης στις διαδρομές $A \rightarrow B$, $B \rightarrow \Gamma$ και $A \rightarrow \Gamma$.
 - Να γίνει το διάγραμμα της θέσης του παιδιού σε συνάρτηση με το χρόνο ($x=f(t)$).
 - Να υπολογιστεί η τιμή της ταχύτητας για τις δύο παραπάνω κινήσεις.
 - Σε ποια περίπτωση το παιδί κινήθηκε με μεγαλύτερη ταχύτητα;
- B) Αν θεωρήσουμε αρχή του άξονα τη θέση Β και την προς τα αριστερά κατεύθυνση ως θετική, ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις στα παραπάνω ερωτήματα;

86) Η χρονική στιγμή, η θέση και η μετατόπιση.

Ένα φύλλο εργασίας.

Ένα παιδί κινείται σε έναν ευθύγραμμο δρόμο, δίπλα σε ένα περιφραγμένο οικόπεδο, όπου ανά 5m υπάρχει και μια κολόνα. Στο σχήμα, βλέπετε τρεις διαδοχικές εικόνες που εμφανίζουν τη θέση του παιδιού ανά 40s .



- Μπορείτε να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις;
 - Ποια χρονική στιγμή ελήφθη η πάνω εικόνα και ποια στιγμή η μεσαία;

- β) Ποια η χρονική διάρκεια της κίνησης του παιδιού ανάμεσα στις θέσεις της πρώτης και τρίτης εικόνας;
 γ) Ποιες οι θέσεις του παιδιού στις δύο τελευταίες εικόνες;

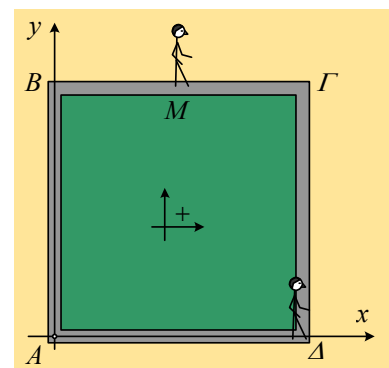
Για να μπορέσουμε να περιγράψουμε την κίνηση του παιδιού, χρειαζόμαστε ένα χρονόμετρο και να ορίσουμε και έναν προσανατολισμένο άξονα x .

- iv) Ο Αντώνης, μηδενίζει το χρονόμετρο τη στιγμή που το παιδί είναι στη θέση της πάνω εικόνας και παίρνει ως αρχή του άξονα, την αντίστοιχη θέση, θεωρώντας θετική την κατεύθυνση προς τα δεξιά. Με βάση τις επιλογές του, τι απαντήσεις πρέπει να δώσει στα ερωτήματα:
- α) Σε ποιες χρονικές στιγμές αντιστοιχούν οι παραπάνω θέσεις του παιδιού;
 β) Ποια η διάρκεια της κίνησης, μεταξύ πρώτης και δεύτερης εικόνας και ποια μεταξύ δεύτερης και τρίτης;
 γ) Ποιες είναι οι θέσεις του παιδιού σε κάθε εικόνα;
 δ) Ποιες οι μετατοπίσεις του παιδιού, μεταξύ πρώτης και δεύτερης εικόνας και ποια μεταξύ δεύτερης και τρίτης;
- v) Η Βασιλική, βιάστηκε να πατήσει το χρονόμετρο, με αποτέλεσμα όταν λαμβάνεται η 2^η εικόνα, αυτό να δείχνει 44s. Λαμβάνει δε ως αρχή του άξονα τη θέση του παιδιού στην μεσαία εικόνα και την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική. Με βάση αυτά, ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις στα προηγούμενα ερωτήματα;
- vi) Ο Γιάννης καθυστέρησε να μηδενίσει το χρονόμετρο, με αποτέλεσμα όταν φτάνει το παιδί στην θέση που δείχνει η 3^η εικόνα να δείχνει 75s. Λαμβάνει δε ως αρχή του άξονα τη θέση του παιδιού στην 3^η εικόνα και την προς τα θετικά κατεύθυνση ως θετική. Με βάση αυτά, ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις στα προηγούμενα ερωτήματα;
- vii) Με βάση τις προηγούμενες συμβάσεις και τις απαντήσεις των τριών μαθητών:
- α) Ποιων φυσικών μεγεθών οι τιμές, εξαρτώνται από τις επιλογές κάθε μαθητή;
 β) Οι τιμές ποιων φυσικών μεγεθών είναι ανεξάρτητες και ίδιες για τους τρεις μαθητές;

87) Οι θέσεις και οι μετατοπίσεις σε μια πλατεία.

Στο σχήμα βλέπετε μια τετράγωνη πλατεία ΑΒΓΔ πλευράς 100m και ένα παιδί στο μέσον Μ της ΒΓ. Για να περιγράψουμε την κίνηση του παιδιού χρησιμοποιούμε ένα σύστημα αξόνων xy με αρχή την κορυφή Α.

- i) Ποια είναι η αρχική θέση του παιδιού;
 ii) Το παιδί αρχίζει να κινείται κάποια στιγμή $t_0=0$, προς τα δεξιά, φτάνει στην κορυφή Γ και επιστρέφοντας, μετά από λίγο, τη στιγμή t_1 φτάνει στην κορυφή Β.
 α) Να σχεδιάσετε στο σχήμα τη μετατόπιση του παιδιού στο χρονικό διάστημα t_0-t_1 και να υπολογιστεί η τιμή της.



β) Να υπολογιστεί το διάστημα που διανύει το παιδί, στο παραπάνω χρονικό διάστημα.

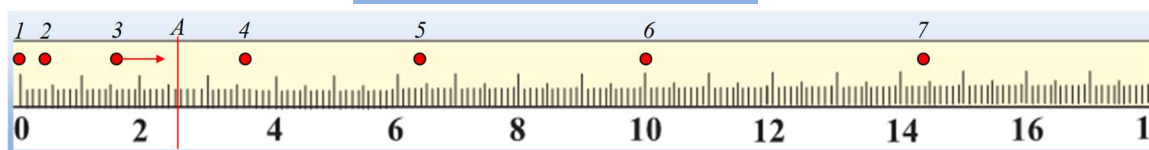
iii) Τη στιγμή $t_0=0$, το παιδί αρχίζει να περπατά προς το Γ, αλλά δεν επιστρέφει και συνεχίζοντας φτάνει στην κορυφή Δ τη χρονική στιγμή t_2 . Για το χρονικό διάστημα t_0-t_2 :

α) Να σχεδιάσετε στο σχήμα τη μετατόπιση του παιδιού στο χρονικό διάστημα t_0-t_2 .

β) Να προσδιοριστεί ξανά η μετατόπιση του παιδιού και το διάστημα που διανύει, στο παραπάνω χρονικό διάστημα.

88) Η μέση, η στιγμιαία ταχύτητα και η επιτάχυνση.

Ένα φύλλο εργασίας



Κατά μήκος ενός χάρακα κινείται μια μικρή σφαίρα και στο σχήμα φαίνονται μερικές θέσεις της. Το χρονικό διάστημα ανάμεσα σε δύο διαδοχικές θέσεις είναι 0,2s.

- Η ταχύτητα της σφαίρας παραμένει σταθερή ή όχι και γιατί;
- Με βάση την εικόνα να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα με τις χρονικές στιγμές και τις θέσεις της σφαίρας.

t(s)							
x(m)							

iii) Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα στα χρονικά διαστήματα:

α) 0,4-1,2s, β) 0,4-1s, γ) 0,4-0,8s, δ) 0,4-0,6s. ε) 0,2-0,6s, στ) 0,-0,6s

iv) Τη στιγμή που η σφαίρα περνά από το σημείο Α έχει ταχύτητα (στιγμιαία ταχύτητα) με μέτρο περίπου ίσο με

v) Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η μέση ταχύτητα που υπολογίζουμε σε ένα χρονικό διάστημα, είναι ίση με την στιγμιαία ταχύτητα στο μέσον του χρονικού αυτού διαστήματος. Έτσι για παράδειγμα η μέση ταχύτητα στο χρονικό διάστημα 0,4s-0,6s, είναι (περίπου) ίση με την στιγμιαία ταχύτητα τη στιγμή $t=0,5s$. Με βάση αυτό, να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα, με τον οποίο θα υπολογιστεί η στιγμιαία ταχύτητα τις χρονικές στιγμές που εμφανίζονται στην 4^η γραμμή του πίνακα.

$\Delta t(s)$	0-0,2	0,2-0,4	0,4-0,6	0,6-0,8	0,8-1,0	1,0-1,2
$\Delta x(m)$						
$v_m(m/s)$						
t(s)	0,1					

vi) Με βάση τις τιμές του πίνακα να χαράξετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο.

vii) Η ταχύτητα της σφαίρας μεταβάλλεται (αυξάνεται). Μας ενδιαφέρει ο ρυθμός αύξησης της ταχύτητας

και για να τον υπολογίσουμε ορίζουμε την επιτάχυνση της σφαίρας, ως $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$.

α) Με βάση τον ορισμό αυτό, ποια είναι η κατεύθυνση της επιτάχυνσης;

β) Για να δούμε αν η επιτάχυνση στην κίνηση της σφαίρας παραμένει ή όχι σταθερή, ας ακολουθήσουμε την ίδια όπως παραπάνω πρακτική. Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας, χρησιμοποιώντας τις τιμές της ταχύτητας του προηγούμενου πίνακα, για να υπολογιστεί η μέση επιτάχυνση, την οποία θα δεχτούμε ίση με τη στιγμιαία επιτάχυνση στο μέσον του αντίστοιχου χρονικού διαστήματος.

$\Delta t(\text{s})$	0,1-0,3	0,3-0,5	0,5-0,7	0,7-0,9	0,9-1,1
$\Delta v(\text{m/s})$					
$a_{\mu}(\text{m/s}^2)$					
$t(\text{s})$	0,2				

Η παραπάνω κίνηση ονομάζεται

89) Για πόσο χρόνο επιταχύνονται;

Στο ίδιο σημείο ενός ευθύγραμμου δρόμου βρίσκονται δύο αυτοκίνητα Α και Β. Σε μια στιγμή (έστω $t_0=0$) τα δύο οχήματα ξεκινούν ταυτόχρονα να επιταχύνονται με σταθερές επιταχύνσεις. Τη στιγμή t_1 το Α αυτοκίνητο σταματά να επιταχύνεται κινούμενο πλέον με σταθερή ταχύτητα $v_1=20\text{m/s}$, οπότε τη χρονική στιγμή $t'=30\text{s}$ έχει μετατοπισθεί κατά $x_1=500\text{m}$.



i) Να κάνετε ένα ποιοτικό διάγραμμα της ταχύτητας του Α αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο και να βρείτε ποια χρονική στιγμή t_1 , σταμάτησε να επιταχύνεται.

ii) Αν τη στιγμή t_1 τα δυο αυτοκίνητα βρίσκονται το ένα δίπλα στο άλλο, να βρεθούν οι επιταχύνσεις τους.

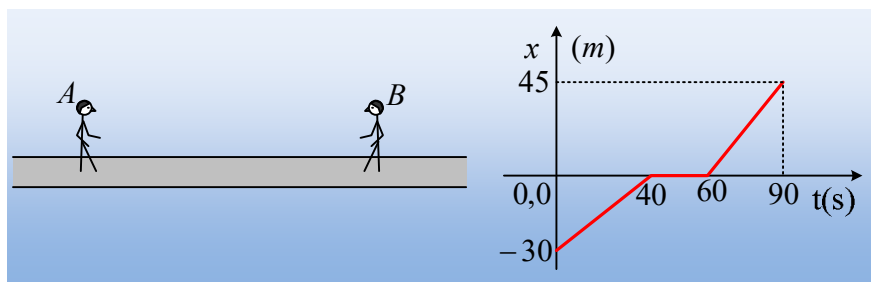
iii) Τη χρονική στιγμή t_2 το Β αυτοκίνητο σταματά με τη σειρά του να επιταχύνεται, κινούμενο πλέον με σταθερή ταχύτητα v_2 . Να βρεθεί η ταχύτητα αυτή, αν τη στιγμή $t'=30\text{s}$ προηγείται κατά 175m του Α.

iv) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις σε συνάρτηση με το χρόνο:

α) της μετατόπισης του Α αυτοκινήτου.

β) της απόστασης των δύο αυτοκινήτων.

90) Δυο παιδιά συναντώνται.



Ο Αντώνης βγαίνει από το σπίτι του τη στιγμή $t=0$ και περπατώντας με σταθερή ταχύτητα κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο, οπότε μετά από λίγο συναντά τον φίλο του Βασίλη, ο οποίος κινείται αντίθετα. Σταματούν για λίγο και συνομιλούν και στη συνέχεια συνεχίζουν την κίνησή τους. Στο παραπάνω διάγραμμα φαίνεται η θέση του Αντώνη σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας αρχή του άξονα x ($x=0$) τη θέση της συνάντησης.

i) Να υπολογίστε την ταχύτητα του Αντώνη στα χρονικά διαστήματα που περπατά.

ii) Να κάνετε τα διαγράμματα σε συνάρτηση με το χρόνο:

α) της μετατόπισής του, β) του διαστήματος που διανύει

μέχρι τη χρονική στιγμή $t=90s$.

iii) Αν ο Βασίλης περπατούσε με σταθερή ταχύτητα μέτρου $1,2m/s$ στο παραπάνω χρονικό διάστημα:

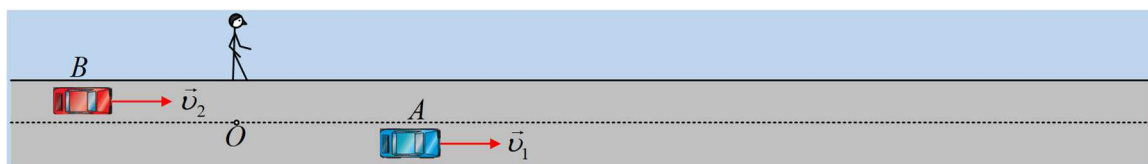
1. Να βρεθούν η αρχική και τελική θέση του.

2. Να γίνουν τα διαγράμματα:

α) της θέσης του, β) της μετατόπισής του και γ) του διαστήματος που διανύει

91) Δύο αυτοκίνητα κινούνται ευθύγραμμα.

Σε έναν ευθύγραμμο δρόμο κινούνται δυο αυτοκίνητα Α και Β, προς την ίδια κατεύθυνση, με σταθερές ταχύτητες μέτρων $v_1=10m/s$ και $v_2=14m/s$. Ένα παιδί είναι ακίνητο στην άκρη του δρόμου και σε μια στιγμή που τα δυο αυτοκίνητα απέχουν εξίσου κατά $d=60m$ από αυτό, πατάει το χρονόμετρο για να μελετήσει την κίνησή τους. Θεωρεί δε, τη θέση που στέκεται, ως αρχή του άξονα x . (θέτει το μηδέν του άξονα στο σημείο Ο του σχήματος με θετική την προς τα δεξιά κατεύθυνση).



i) Ποια είναι η θέση κάθε αυτοκινήτου τη στιγμή $t=0$;

ii) Ποιες οι θέσεις των αυτοκινήτων τη χρονική στιγμή $t_1=10s$;

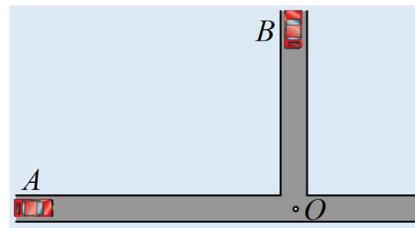
iii) Να βρεθεί σε πόση απόσταση από το παιδί, το κόκκινο αυτοκίνητο θα βρίσκεται δίπλα στο μπλε.

iv) Πόσο απέχει από το παιδί το μπλε (Α) αυτοκίνητο, όταν το κόκκινο (Β) απέχει $570m$;

v) Τελικά το παιδί σχεδίασε σε κοινό διάγραμμα, τις γραφικές παραστάσεις της θέσης κάθε αυτοκινήτου, σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή $t'=50s$. Μπορείτε να σχεδιάστε το διάγραμμα που πήρε;

92) Μπορεί 3+4 να μας κάνει 5;**ή η μετακίνηση αυτοκινήτου σε μια διασταύρωση.**

Ένα αυτοκίνητο βρίσκεται σε ένα σημείο Α ενός δρόμου, απέχοντας κατά 400m από μια διασταύρωση με ένα κάθετο δρόμο. Σε μια στιγμή ξεκινά και, μετά από ένα λεπτό και είκοσι δευτερόλεπτα, φτάνει στη διασταύρωση, στρίβει και φτάνει μετά από άλλα σαράντα δευτερόλεπτα σε σημείο Β, που απέχει 300m από τη διασταύρωση, όπως στο σχήμα.



Α) Χρησιμοποιώντας ένα προσανατολισμένο σύστημα αξόνων x, y με αρχή το σημείο O , να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.

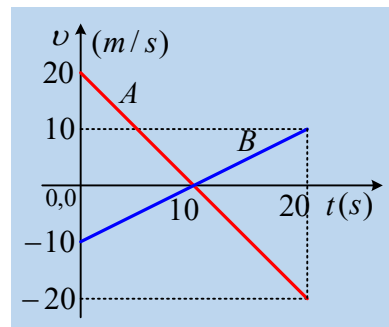
- Το αυτοκίνητο αρχικά βρίσκεται στη θέση $(x_1, y_1) = \dots\dots$ και τελικά φτάνει στη θέση $(x_2, y_2) = \dots\dots$
- Θεωρώντας ότι το αυτοκίνητο ξεκινά να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, τότε φτάνει στη θέση O τη στιγμή $t_1 = \dots\dots s$ και στη θέση B τη στιγμή $t_2 = \dots\dots s$.
- Η μετατόπισή του από το A μέχρι το O είναι ίση με $\dots\dots$ ενώ από το O στο B είναι $\dots\dots$
- Να υπολογίσετε την μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου, από το A στο O , όπως και την αντίστοιχη από το O στο B .

Β) Να σχεδιάσετε στο σχήμα τις παραπάνω μετατοπίσεις, όπως και το διάνυσμα της συνολικής μετατόπισης.

Γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της συνολικής μετατόπισης και το συνολικό διάστημα που διανύει το αυτοκίνητο.

93) Δύο διαγράμματα ταχύτητας.

Κατά μήκος ενός ευθύγραμμου δρόμου κινούνται δυο αυτοκίνητα και τη στιγμή $t_0 = 0$ περνούν από ένα σημείο O , το οποίο θεωρούμε ως αρχή του άξονα x ($x=0$). Στο διπλανό διάγραμμα φαίνονται οι ταχύτητες των δύο αυτοκινήτων σε συνάρτηση με το χρόνο.

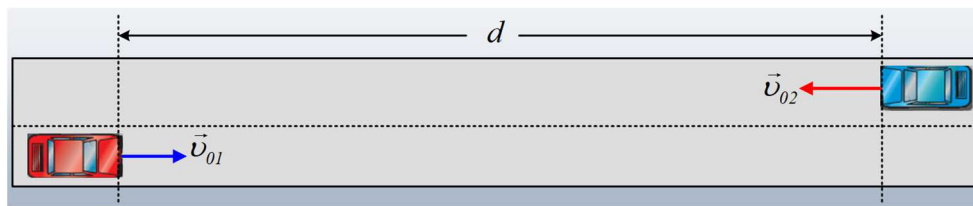


- Να περιγράψετε αναλυτικά την κίνηση των δύο αυτοκινήτων, χωρίς μαθηματικές εξισώσεις και νόμους.
- Να υπολογίσετε τις επιταχύνσεις των αυτοκινήτων.
- Να βρεθεί η μέγιστη απόσταση μεταξύ των δύο αυτοκινήτων στο χρονικό διάστημα 0-20s.
- Πόσο απέχουν τα αυτοκίνητα τη χρονική στιγμή $t_2 = 20s$;
- Να κάνετε στο ίδιο διάγραμμα τις γραφικές παραστάσεις της θέσης κάθε αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο.

94) Δύο επιταχυνόμενα αυτοκίνητα.

Σε ένα ευθύγραμμο δρόμο κινούνται αντίθετα δύο αυτοκίνητα με ταχύτητες μέτρων $v_{01} = 10m/s$ και $v_{02} = 20m/s$. Τη στιγμή που η απόσταση μεταξύ τους είναι $d = 168m$, οι οδηγοί προσδίδουν σταθερές επιταχύνσεις στα δυο

οχήματα, τα οποία διασταυρώνονται μετά από λίγο.



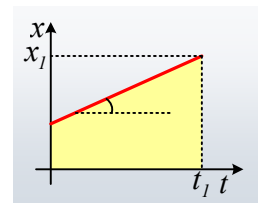
Το πρώτο αυτοκίνητο αποκτά επιτάχυνση μέτρου $a_1=4\text{m/s}^2$ και τη στιγμή της συνάντησης έχει αποκτήσει ταχύτητα $v_1=26\text{m/s}$. Θεωρήστε $t=0$ τη στιγμή που άρχισε η επιτάχυνση των οχημάτων και $x=0$ την αρχική θέση του πρώτου αυτοκινήτου και την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική και στη συνέχεια απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα:

- i) Ποια χρονική έγινε η διασταύρωση των δύο οχημάτων;
- ii) Σε ποια θέση διασταυρώνονται τα αυτοκίνητα;
- iii) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του δεύτερου αυτοκινήτου.
- iv) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις σε συνάρτηση με το χρόνο:
 - α) της μετατόπισης και β) της θέσης
 κάθε αυτοκινήτου.

95) Φυσική Α' Λυκείου. Θέμα Α.

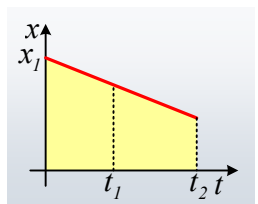
1. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η θέση ενός σώματος που κινείται ευθύγραμμα.

- i) Το σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση.
- ii) Η κλίση στο διάγραμμα εκφράζει την ταχύτητα του σώματος.
- iii) Το εμβαδόν του κίτρινου τραpezιού μετράει την ταχύτητα του σώματος.
- iv) Τη στιγμή t_1 η μετατόπιση του σώματος είναι ίση με x_1 .



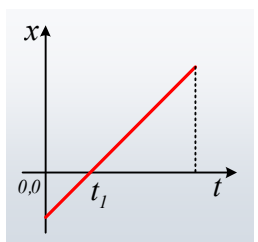
2. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η θέση ενός σώματος που κινείται ευθύγραμμα.

- i) Η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή t_1 είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα τη στιγμή t_2 .
- ii) Η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή t_2 είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα τη στιγμή t_1 .
- iii) Η ταχύτητα είναι αρνητική.
- iv) Η επιτάχυνση είναι αρνητική.

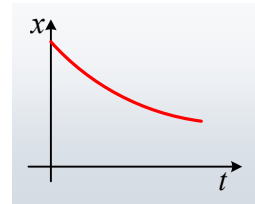


3. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η θέση ενός σώματος που κινείται ευθύγραμμα.

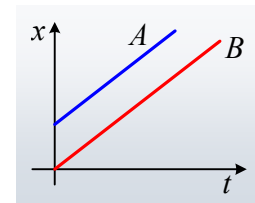
- i) Το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα.
- ii) Το σώμα αρχικά κινήθηκε προς τα αριστερά (προς τα αρνητικά) και μετά τη στιγμή t_1 προς τα δεξιά.



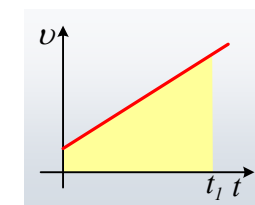
- iii) Το σώμα μέχρι τη στιγμή t_1 επιβραδύνεται, ενώ στη συνέχεια επιταχύνεται.
 iv) Τη στιγμή t_1 η ταχύτητα του σώματος είναι μηδενική.
 4. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η θέση ενός σώματος που κινείται ευθύγραμμο.



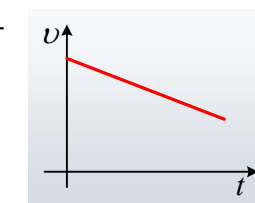
- i) Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή.
 ii) Το σώμα κινείται προς τα δεξιά (θετική κατεύθυνση)
 iii) Το σώμα κινείται προς τα αριστερά (αρνητική κατεύθυνση)
 iv) Το σώμα έχει αρνητική επιτάχυνση.
 5. Δύο σώματα κινούνται στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο και στο διπλανό διάγραμμα δίνονται οι θέσεις τους σε συνάρτηση με το χρόνο.



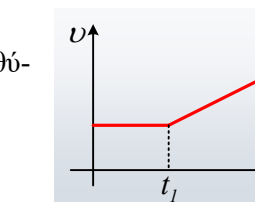
- i) Μεγαλύτερη ταχύτητα έχει το A σώμα.
 ii) Μεγαλύτερη ταχύτητα έχει το B σώμα.
 iii) Τα δυο σώματα έχουν ίσες ταχύτητες.
 iv) Το ένα σώμα κινείται δίπλα στο άλλο.
 6. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η ταχύτητα ενός σώματος που κινείται ευθύγραμμο.



- i) Το σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση.
 ii) Το σώμα ξεκινά από την ηρεμία.
 iii) Το εμβαδόν του κίτρινου τραπεζίου είναι αριθμητικά ίσο με την επιτάχυνση του σώματος.
 iv) Η κλίση της γραφικής παράστασης είναι αριθμητικά ίση με τη μετατόπιση του σώματος, μέχρι τη στιγμή t_1 .
 7. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η ταχύτητα ενός σώματος που κινείται ευθύγραμμο.

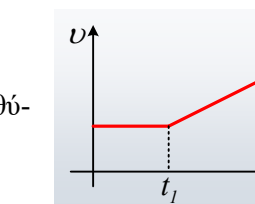


- i) Η μετατόπιση του σώματος έχει αρνητική τιμή.
 ii) Η επιτάχυνση του σώματος μειώνεται.
 iii) Η επιτάχυνση είναι θετική.
 iv) Το σώμα επιβραδύνεται.
 8. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η ταχύτητα ενός σώματος που κινείται ευθύγραμμο. Για την κίνηση μετά τη στιγμή t_1 ισχύει:



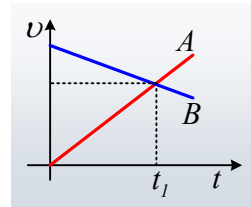
- i) $v = v_0 + a \cdot \Delta t$.
 ii) $v = v_0 + a \cdot t$.
 iii) $v = v_0 + \frac{1}{2} a \cdot t^2$.
 iv) $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$.

9. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η ταχύτητα ενός σώματος που κινείται ευθύγραμμο. Για την κίνηση μετά τη στιγμή t_1 ισχύει:



- i) $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$.
- ii) $\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$.
- iii) $\Delta x = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$.
- iv) $x = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$

10. Δύο σώματα κινούνται στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο και στο διπλανό διάγραμμα δίνονται οι ταχύτητές τους σε συνάρτηση με το χρόνο.

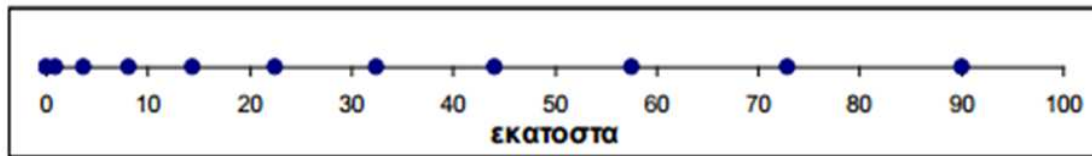


- i) Μεγαλύτερη κατά μέτρο επιτάχυνση έχει το B σώμα.
 - ii) Τη στιγμή t_1 τα δυο σώματα βρίσκονται στην ίδια θέση.
 - iii) Τη στιγμή t_1 το A σώμα έχει μικρότερη μετατόπιση από το B.
 - iv) Τη στιγμή t_1 τα δυο σώματα έχουν ίσες επιταχύνσεις.
11. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος;
- i) Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση το διάνυσμα της ταχύτητας παραμένει σταθερό.
 - ii) Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση το κινητό σε ίσους χρόνους διανύει ίσες μετατοπίσεις.
 - iii) Αν η θέση ενός σώματος είναι θετική, τότε το σώμα κινείται προς την θετική κατεύθυνση.
 - iv) Όταν ένα σώμα που κινείται ευθύγραμμα έχει επιτάχυνση, το μέτρο της ταχύτητάς του αυξάνεται.
 - v) Η επιτάχυνση ενός σώματος εκφράζει το πόσο γρήγορα μετατοπίζεται.
 - vi) Στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση η ταχύτητα αυξάνεται.
12. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος;
- i) Αν η μέση ταχύτητα ενός κινούμενου σώματος, που κινείται ευθύγραμμα, στο χρονικό διάστημα t_1-t_2 , είναι ίση με τη στιγμιαία ταχύτητά του μια στιγμή t_3 , όπου $t_1 < t_3 < t_2$, τότε η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή.
 - ii) Όταν αυξάνεται το μέτρο της ταχύτητας ενός σώματος που κινείται ευθύγραμμα, τότε έχει θετική επιτάχυνση.
 - iii) Αν η μέση ταχύτητα ενός κινούμενου σώματος, που κινείται ευθύγραμμα, στο χρονικό διάστημα t_1-t_2 , είναι ίση με τη στιγμιαία ταχύτητά του κάθε χρονική στιγμή στο παραπάνω χρονικό, τότε η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή.
 - iv) Στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση το διάνυσμα της επιτάχυνσης παραμένει σταθερό.
 - v) Ένα σώμα κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση ενός άξονα x. Τότε κάθε στιγμή:
 - α) η θέση του έχει αρνητική τιμή.
 - β) η μετατόπισή του έχει αρνητική τιμή.
 - γ) η επιτάχυνσή του έχει αρνητική τιμή.

96) Μια πειραματική επεξεργασία ή αναποδογυρίζοντας ένα θέμα...

Στο εργαστήριο του σχολείου σας μελετήσατε πειραματικά την ευθύγραμμη κίνηση ενός αμαξιδίου πάνω σε μια επιφάνεια με τη βοήθεια ενός ηλεκτρικού χρονομετρητή.

Ας κάνουμε μια επεξεργασία και εδώ με βάση την χαρτοταινία:



Για την επεξεργασία της χαρτοταινίας που πήραμε από το πείραμα, να χρησιμοποιήσετε το γεγονός ότι η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κουκίδων αντιστοιχεί σε χρονικό διάστημα 0,1 s.

Με βάση την παραπάνω πληροφορία και την εικόνα της χαρτοταινίας, μπορούν να υπολογιστούν οι μετατοπίσεις στα διαδοχικά χρονικά διαστήματα και με βάση αυτές, η μέση ταχύτητα του αμαξιδίου σε κάθε χρονικό διάστημα.

i) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

Χρονική στιγμή $t(s)$	Θέση $x(cm)$	Μετατό- πιση $\Delta x (cm)$	Μέση ταχύτητα $v_{\mu} (cm/s)$

ii) «Επιπλέον να υπολογίσετε την ταχύτητα θεωρώντας ότι η μέση ταχύτητα για κάθε χρονικό διάστημα $\Delta t=0,1s$ είναι ίση με την ταχύτητα τη χρονική στιγμή που αντιστοιχεί στο μέσο του χρονικού αυτού διαστήματος».

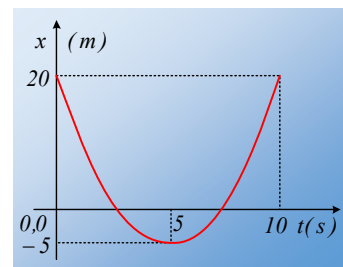
Χρονική στιγμή $t(s)$	Στιγμιαία ταχύτητα $v(cm/s)$

iii) Με βάση τον παραπάνω πίνακα, να κάνετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο και με τη βοήθεια του διαγράμματος να υπολογίσετε την επιτάχυνση του αμαξιδίου.

97) Διάγραμμα θέσης στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση.

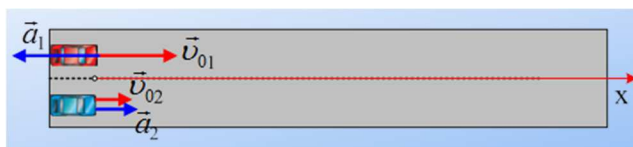
Ένα κινητό κινείται ευθύγραμμα, με σταθερή επιτάχυνση και στο διάγραμμα δίνεται η θέση του σε συνάρτηση με το χρόνο.

- i) Πόση είναι η μετατόπιση του κινητού από 0-5s και πόση από 0-10s;
- ii) Να βρεθεί η αρχική ταχύτητα του κινητού και η επιτάχυνσή του.
- iii) Να γίνουν τα διαγράμματα της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο.



98) Ξεκίνησαν ταυτόχρονα και ξανασυναντιούνται.

Δύο κινητά Α και Β, ξεκινούν ταυτόχρονα από το ίδιο σημείο ενός ευθύγραμμου δρόμου και κατευθύνονται προς την ίδια κατεύθυνση. Τα Α έχει αρχική ταχύτητα 40m/s και επιτάχυνση σταθερού μέτρου 2m/s^2 και αντίθετης κατεύθυνσης από την ταχύτητα, ενώ το Β έχει αρχική ταχύτητα 10m/s και επιτάχυνση της ίδιας κατεύθυνσης και σταθερού μέτρου 1m/s^2 .



Να υπολογιστούν:

- i) Η χρονική διάρκεια της κίνησής τους μέχρι τη συνάντησή τους
- ii) Τα μέτρα των ταχυτήτων τους κατά τη χρονική στιγμή της συνάντησής τους.
- iii) Την απόσταση που διήνυσαν μέχρι τη χρονική στιγμή της συνάντησής τους.
- iv) Να παρασταθούν στο ίδιο διάγραμμα σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή της συνάντησης:
 - α) οι ταχύτητες (οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων) των δύο κινητών.
 - β) οι θέσεις τους

99) Εξισώσεις κίνησης και διασταύρωση κινητών.

Σε ένα ευθύγραμμο δρόμο κινούνται μια μοτοσυκλέτα και ένα αυτοκίνητο και σε μια στιγμή ($t_0=0$) έχουν ταχύτητες μέτρων $v_{01}=4\text{m/s}$ και $v_{02}=12\text{m/s}$, όπως στο σχήμα.



Και τα δύο οχήματα έχουν επιταχύνσεις με κατεύθυνση προς τα δεξιά, με το ίδιο μέτρο $a=2\text{m/s}^2$. Τη στιγμή που σταματά το αυτοκίνητο η μοτοσυκλέτα βρίσκεται ακριβώς δίπλα του. Παίρνοντας την αρχική θέση της μοτοσυκλέτας ως αρχή του άξονα x και την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική:

- i) Να γράψετε τις εξισώσεις της ταχύτητας και της θέσης κάθε οχήματος σε συνάρτηση με το χρόνο.
- ii) Ποια χρονική στιγμή πραγματοποιείται η συνάντησή τους;
- iii) Να γίνουν τα διαγράμματα, μέχρι τη στιγμή της συνάντησης:
 - α) της ταχύτητας κάθε οχήματος σε συνάρτηση με το χρόνο, στο ίδιο διάγραμμα.
 - β) της θέσης κάθε οχήματος σε συνάρτηση με το χρόνο, στο ίδιο διάγραμμα.

100) Μετατόπιση, ταχύτητες και ένα διάγραμμα.

Κατά μήκος ενός ευθύγραμμου δρόμου κινούνται δύο αυτοκίνητα Α και Β και στο διάγραμμα δίνονται οι θέσεις τους σε συνάρτηση με το χρόνο, όπου τη στιγμή t_1 τα δύο οχήματα βρίσκονται στην ίδια θέση x_1 .

i) Περισσότερο μετατοπίστηκε στο χρονικό διάστημα $0-t_1$ το αυτοκίνητο:

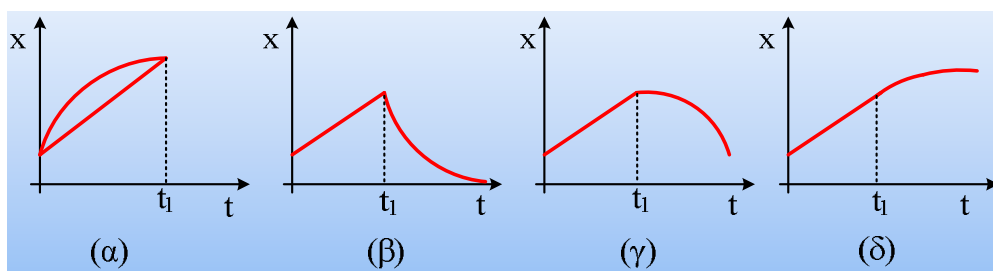
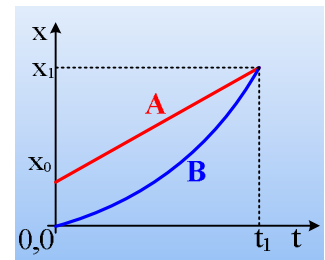
- α) Α β) Β γ) μετατοπίστηκαν εξίσου

ii) Μεγαλύτερη μέση ταχύτητα στο διάστημα $0-t_1$ είχε το αυτοκίνητο:

- α) Α β) Β γ) τα δυο αυτοκίνητα είχαν ίσες μέσες ταχύτητες

iii) Ποιο αυτοκίνητο έχει μεγαλύτερη ταχύτητα τη στιγμή t_1 ;

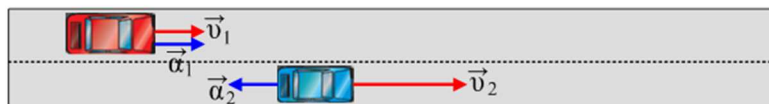
iv) Τη στιγμή t_1 το Α αυτοκίνητο φρενάρει και μετά από λίγο σταματά. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστά συνολικά τη θέση του σε συνάρτηση με το χρόνο;



Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

101) Δύο μεταβαλλόμενες κινήσεις.

Από ένα σημείο Ο, ενός ευθύγραμμου δρόμου, σε μια στιγμή ($t_0=0$) περνάνε δύο αυτοκίνητα Α και Β έχοντας ταχύτητες 10m/s και 30m/s , αντίστοιχα, με κατεύθυνση προς τα δεξιά, έχοντας και επιταχύνσεις σταθερού μέτρου 2m/s^2 και με κατευθύνσεις το Α προς τα δεξιά και το Β προς τα αριστερά.



i) Να υπολογίσετε τις ταχύτητες και τις θέσεις των δύο αυτοκινήτων τη χρονική στιγμή $t_1=3\text{s}$.

ii) Ποια χρονική στιγμή τα δύο αυτοκίνητα έχουν ίσες ταχύτητες; Πόση είναι η απόσταση μεταξύ τους τη στιγμή αυτή;

iii) Ποια χρονική στιγμή, θα βρεθούν ξανά το ένα δίπλα στο άλλο; Ποιες οι ταχύτητες των δύο αυτοκινήτων τη στιγμή αυτή;

iv) Να κάνετε στο ίδιο διάγραμμα τις γραφικές παραστάσεις σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή που θα σταματήσει το Β αυτοκίνητο:

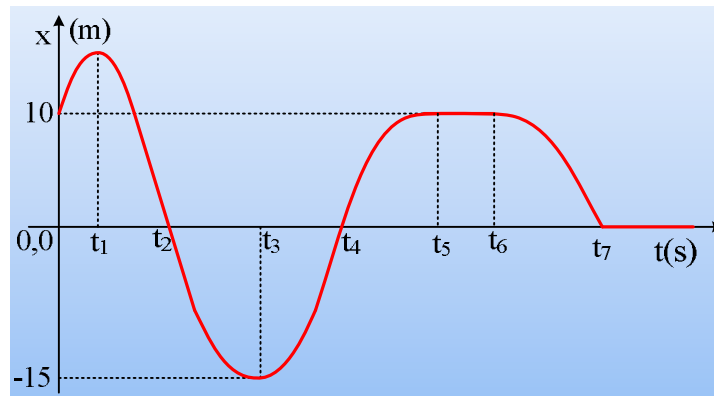
- α) της ταχύτητας κάθε αυτοκινήτου.
β) της θέσης κάθε αυτοκινήτου.

102) Ανακρίνοντας τρία διαγράμματα...

1) Ένα σώμα κινείται πάνω στον άξονα x και στο διάγραμμα φαίνεται η θέση του σε συνάρτηση με το χρόνο. Με βάση πληροφορίες που μπορείτε να αντλήσετε μελετώντας το παραπάνω διάγραμμα να απαντήσετε στις παρακάτω προτάσεις:

i) Τη χρονική στιγμή t_2 η ταχύτητα του κινητού είναι:

- α) Μηδέν, β) Θετική, γ) Αρνητική.



ii) Τη χρονική στιγμή t_4 η ταχύτητα του κινητού είναι:

- α) Μηδέν, β) Θετική, γ) Αρνητική.

iii) Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα έχει ταχύτητα:

- α) Μέγιστη, β) Μηδέν, γ) Θετική.

iv) Από την θέση $x=5\text{m}$ το κινητό περνάει:

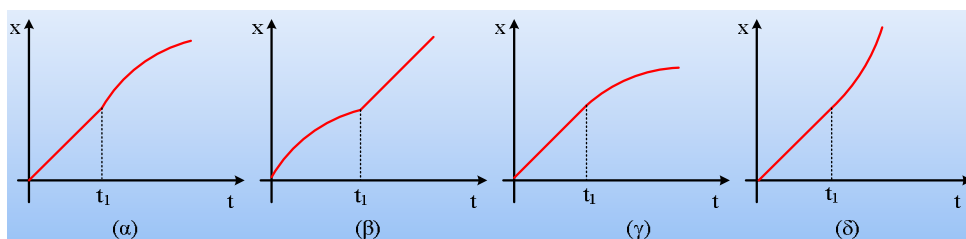
- α) Μία φορά, β) Δύο φορές, γ) Τρεις φορές.

v) Χαρακτηρίστε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις:

- α) Το σώμα τελικά σταματά στην αρχή O των αξόνων.
 β) Η μετατόπιση του σώματος από $t=0$ έως τη στιγμή t_3 είναι ίση με -25m .
 γ) Το διάστημα που διανύει το σώμα από $t=0$ έως τη στιγμή t_3 είναι ίση με $+25\text{m}$.
 δ) Στο χρονικό διάστημα t_5-t_6 το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.
 ε) Στο χρονικό διάστημα t_5-t_6 το σώμα δεν κινείται.

103) Επιλέξτε το σωστό διάγραμμα.

Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα και σε μια στιγμή t_1 αρχίζει να φρενάρει μειώνοντας την ταχύτητά του. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα περιγράφει σωστά τη θέση του σε συνάρτηση με το χρόνο;



104) Μελετώντας τις κινήσεις τριών σωμάτων.

Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η θέση τριών σωμάτων, τα οποία κινούνται **ευθύγραμμα**, στον ίδιο δρόμο, σε συνάρτηση με το χρόνο. Με βάση πληροφορίες που μπορείτε να αντλήσετε μελετώντας το διάγραμμα, να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

i) Ποιο σώμα μετακινήθηκε περισσότερο στο χρονικό διάστημα $0-t_1$;

ii) Τι κίνηση πραγματοποιεί το Γ σώμα;

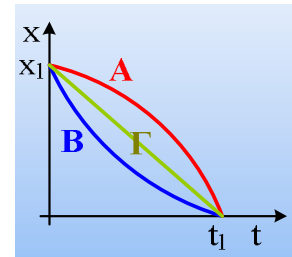
iii) Περιγράψτε την κίνηση του σώματος Α.

iv) Τη στιγμή t_1 μεγαλύτερη κατά μέτρο ταχύτητα έχει το σώμα:

α) Α, β) Β, γ) Γ, δ) έχουν ίσες ταχύτητες και τα τρία σώματα.

v) Μεγαλύτερη μέση ταχύτητα (κατά μέτρο) στο χρονικό διάστημα $0-t_1$ έχει το σώμα:

α) Α, β) Β, γ) Γ, δ) έχουν ίσου μέτρου μέσες ταχύτητες και τα τρία σώματα.

**105) Δοο παιδιά περπατούν..**

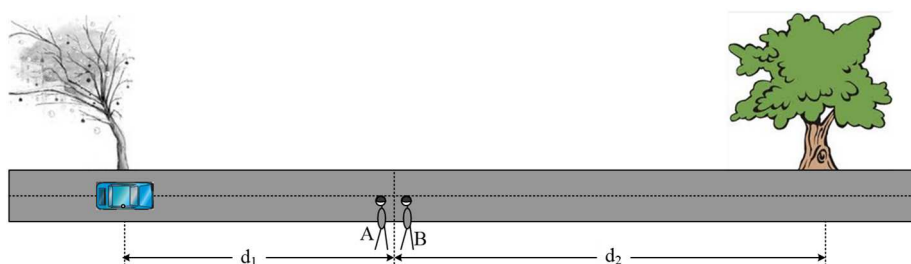
Δοο παιδιά Α και Β, στέκονται σε απόσταση $d=(K\Lambda)=190\text{m}$, σε ευθύγραμμο δρόμο. Σε μια στιγμή το πρώτο παιδί Α αρχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου 2m/s προς το Β. Μετά από 5s , ξεκινά και το παιδί Β να κινείται προς το Α, με σταθερή ταχύτητα μέτρου $1,6\text{m/s}$. Τη στιγμή της συνάντησής τους, σταματούν για χρονικό διάστημα 10s , ανταλλάσσοντας κάποιες κουβέντες και μετά συνεχίζουν την πορεία τους.

Θεωρώντας αρχή μέτρησης των αποστάσεων, την αρχική θέση του Α παιδιού (σημείο Κ) και θετική την προς τα δεξιά κατεύθυνση, ζητούνται:

i) Να βρείτε τις εξισώσεις κίνησης κάθε παιδιού, μέχρι τη στιγμή της συνάντησης.

ii) Ποια χρονική στιγμή και σε πόση απόσταση από το σημείο Κ θα συναντηθούν τα παιδιά;

iii) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις της θέσης κάθε παιδιού, σε συνάρτηση με το χρόνο, στο ίδιο διάγραμμα, μέχρι που το Α παιδί να φτάσει στο σημείο Λ.

106) Η κίνηση και οι παρατηρητές.

Ένα αυτοκίνητο κινείται κατά μήκος ενός ευθύγραμμου δρόμου με σταθερή ταχύτητα. Στο πλάι του δρόμου

βρίσκονται δύο μαθητές, ο Αντώνης (Α) και ο Βασίλης (Β). Τη στιγμή που το αυτοκίνητο περνά μπροστά από ένα δένδρο σε απόσταση $d_1=200\text{m}$ από τα παιδιά, όπως στο σχήμα, τα παιδιά θέτουν σε λειτουργία τα χρονόμετρα τους. Τη στιγμή που το αυτοκίνητο περνά μπροστά από τα παιδιά, τα χρονόμετρα δείχνουν 40s.

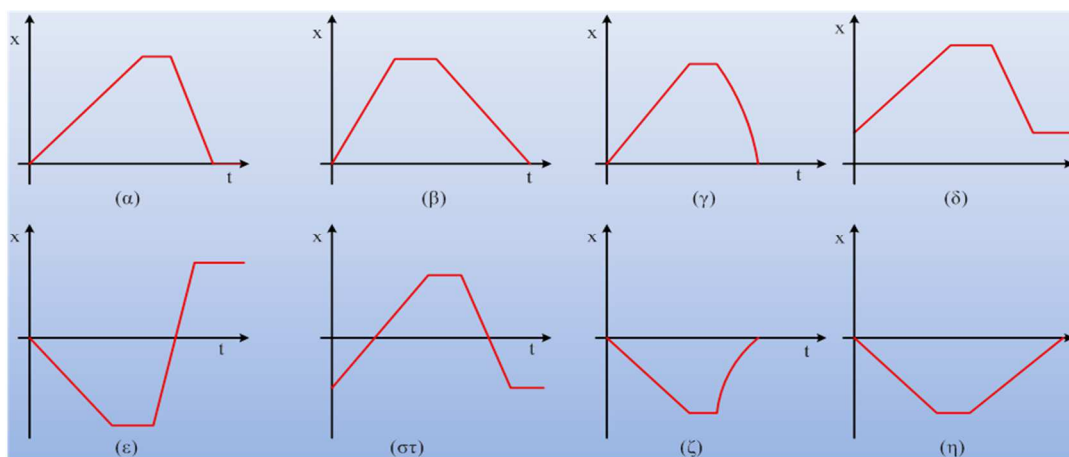
Ο Αντώνης θεωρεί την θέση του δένδρου ως αρχή ενός άξονα x , με θετικά προς τα δεξιά, ενώ ο Βασίλης παίρνει ως αρχή του άξονα x , τη θέση που στέκεται, αλλά επίσης την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική.

- i) Να βρεθεί η εξίσωση της κίνησης του αυτοκινήτου, όπως την γράφει κάθε μαθητής.
- ii) Ποια χρονική στιγμή υπολογίζει κάθε μαθητής ότι το αυτοκίνητο θα περάσει μπροστά από ένα δένδρο δεξιά τους σε απόσταση $d_2=300\text{m}$;
- iii) Ζητάμε από κάθε μαθητή να κάνει τις γραφικές παραστάσεις, σε συνάρτηση με το χρόνο:
 - α) της ταχύτητας του αυτοκινήτου
 - β) Της θέσης του αυτοκινήτου.
 - γ) της μετατόπισής του.

Ποιες μορφές έχουν οι γραφικές τους παραστάσεις;

107) Η κίνηση και τα διαγράμματα θέσης.

Ένας άνθρωπος ξεκινά από το σπίτι του και πηγαίνει στο διπλανό περίπτερο, όπου αγοράζει την εφημερίδα του και στη συνέχεια επιστρέφει περπατώντας λίγο πιο γρήγορα. Σε κάθε περίπτωση κινείται με σταθερή ταχύτητα, ενώ η κίνηση πραγματοποιείται σε ευθύ δρόμο. Ζητήσαμε από οκτώ μαθητές να σχεδιάσουν διαγράμματα θέσης-χρόνου για την κίνηση του ανθρώπου και μας έδωσαν τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις.

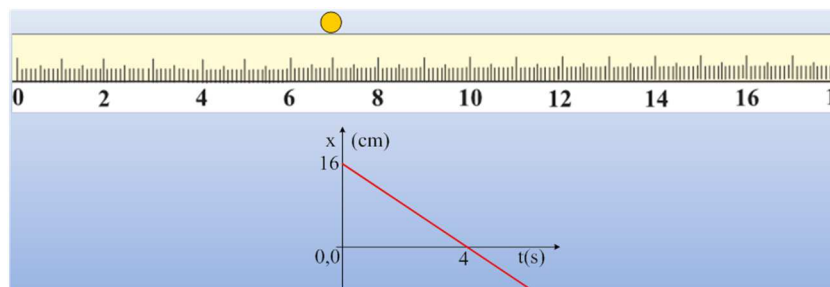


- i) Ποιοι μαθητές σχεδίασαν σωστά διαγράμματα;
- ii) Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

108) Μια μπάλα κινείται.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται μια μπάλα που κινείται ευθύγραμμα, κατά μήκος ενός χάρακα, ενώ στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της θέσης της μπάλας, σε συνάρτηση με το χρόνο.

- i) Σημειώστε πάνω στο σχήμα τη θέση της μπάλας τη στιγμή $t=0$.



- ii) Σχεδιάστε επίσης το διάνυσμα της ταχύτητας της μπάλας, στην θέση που δίνεται.
- iii) Να υπολογίσετε την (αλγεβρική) τιμή της ταχύτητας.
- iv) Ποια χρονική στιγμή η μπάλα περνά από τη θέση που φαίνεται στο σχήμα;
- v) πόσο χρονικό διάστημα θα χρειαστεί η μπάλα για να πάει από την θέση που βλέπετε στο σχήμα στη θέση $x_2=2\text{cm}$;

109) Η μετατόπιση στην ευθύγραμμη κίνηση.



Ένα σώμα ξεκινά τη χρονική στιγμή $t_0=0$ από το σημείο A του σχήματος, φτάνει στο σημείο B τη χρονική στιγμή $t_1=3\text{s}$ και επιστρέφοντας περνά από το σημείο Γ την χρονική στιγμή $t_2=8\text{s}$.

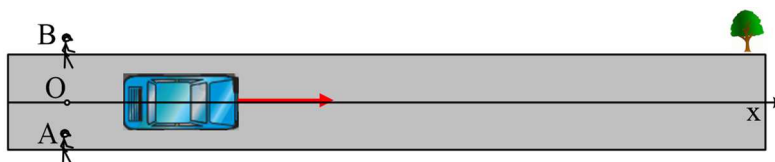
- i) Να συμπληρωθούν τα κενά στο παρακάτω κείμενο.

Το σώμα ξεκίνησε την κίνησή του από τη θέσηm, έφτασε στο σημείο B στη θέσηm, έχοντας μετατοπιστεί κατά $\Delta x = \dots\dots\dots$. Στη συνέχεια το σώμα φτάνει στο σημείο Γ, αφού κινήθηκε για χρονικό διάστημα στη θέση διανύοντας απόσταση και μετατοπιζόμενο κατά $\Delta x = \dots\dots\dots$.

- ii) Να βρείτε την αλγεβρική τιμή της μετατόπισης και το διάστημα που διανύει το σώμα στα χρονικά διαστήματα:

α) Από 0-3s β) Από 3s-8s γ) Από 0-8s.

110) Μια κίνηση και η μαθηματική επεξεργασία της.

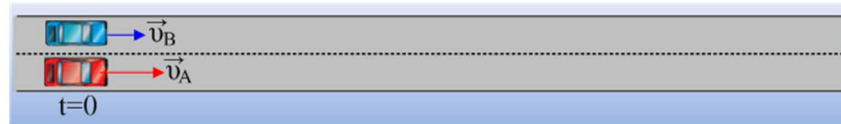


Δυο μαθητές, ο Αντώνης και ο Βασίλης στέκονται στις δυο απέναντι πλευρές ενός ευθύγραμμου δρόμου. Σε μια στιγμή περνάει εμπρός τους ένα αυτοκίνητο το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα $14,4\text{km/h}$. Μετά από 4s , το αυτοκίνητο αυξάνει με σταθερό ρυθμό την ταχύτητά του στην τιμή 72km/h μέσα σε 8s , με την οποία συνεχίζει να κινείται μέχρι να φτάσει σε ένα δέντρο. Τα αυτοκίνητο φτάνει στο δέντρο σε 15s μετά τη στιγμή που πέρασε από τα παιδιά. Ζητάμε από τους μαθητές, θεωρώντας ο καθένας την προς τα δεξιά του κατεύθυνση

ως θετική, να βρουν την απόσταση του δένδρου και να κάνουν τις γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας και της μετατόπισης του αυτοκινήτου, μέχρι τη στιγμή που φτάνει στο δένδρο.

111) Απόσταση δύο αυτοκινήτων.

Σε έναν ευθύγραμμο δρόμο κινούνται δύο αυτοκίνητα με σταθερές ταχύτητες και σε μια στιγμή, έστω $t=0$, περνάνε ταυτόχρονα από το ίδιο σημείο. Το Α αυτοκίνητο, διανύει 40 μέτρα σε κάθε δευτερόλεπτο και μετά από 10s προηγείται κατά 200m του Β.



i) Να βρεθούν οι ταχύτητες v_1 και v_2 των δύο αυτοκινήτων Α και Β αντίστοιχα.

Μόλις η απόσταση των αυτοκινήτων φτάσει τα 600m, ο οδηγός του Α, αρχίζει να φρενάρει προσδίδοντας στο όχημά του σταθερή επιβράδυνση, με αποτέλεσμα να σταματήσει αφού διανύσει απόσταση 400m, στη διάρκεια της επιβράδυνσής του.

ii) Ποια χρονική στιγμή άρχισε η επιβράδυνση του Α αυτοκινήτου;

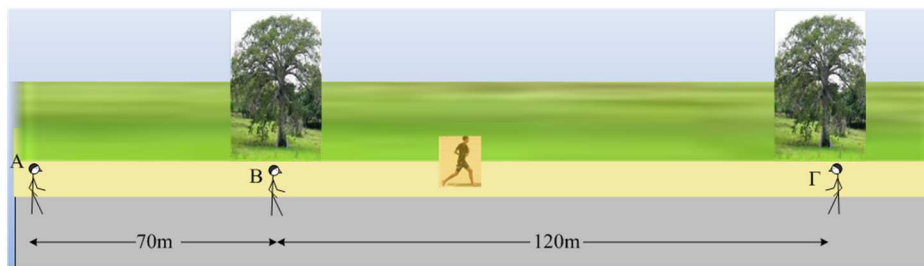
iii) Πόσο απέχουν τα αυτοκίνητα τη στιγμή που σταματά το πρώτο;

iv) Να βρεθεί η μέγιστη απόσταση μεταξύ τους, μέχρι τη στιγμή t' που το Β φτάνει στο σημείο που βρίσκεται σταματημένο το Α.

vi) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της απόστασης μεταξύ των δύο αυτοκινήτων σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή t' .

112) Συμφωνίες και διαφωνίες...

Τρεις μαθητές της Α' Λυκείου, ο Αντώνης (Α), ο Βασίλης (Β) και ο Γιάννης (Γ), θέλουν να μελετήσουν την κίνηση ενός δρομέα (Δ), ο οποίος τρέχει με σταθερή ταχύτητα σε ευθύγραμμο δρόμο, όπως στο σχήμα. Οι τρεις μαθητές αποφασίζουν να μελετήσουν την κίνηση του δρομέα μεταξύ των δύο δένδρων.



Για το σκοπό αυτό θα χρησιμοποιήσουν από ένα χρονόμετρο, το οποίο θα θέσουν σε λειτουργία τη στιγμή που ο δρομέας περνά από το πρώτο δένδρο. Όμως ο (Α) βιάστηκε και πάτησε το χρονόμετρο 2s νωρίτερα, ο (Β) ήταν ακριβής (ήταν και μπροστά του...), ενώ ο (Γ) καθυστέρησε 3s να το θέσει σε λειτουργία. Τα κατάφεραν όμως και έκλεισαν τα χρονόμετρά τους ταυτόχρονα όταν ο δρομέας έφτασε στο δεύτερο δένδρο!

Μετά το τέλος της μέτρησης συναντώνται για να συζητήσουν τα αποτελέσματα. Αφού λάβετε υπόψη σας, ότι

ο κάθε μαθητής, θεωρεί εγωιστικά, ότι είναι το κέντρο του σύμπαντος!!! και το χρονόμετρο του Βασίλη δείχνει 16s, ενώ ο καθένας θεωρεί αρχή μέτρησης των χρόνων το μηδέν του δικού του χρονόμετρου, να βρείτε τι απάντησε κάθε μαθητής στα παρακάτω ερωτήματα:

- Ποιες χρονικές στιγμές ο δρομέας πέρασε μπροστά από τα δύο δένδρα;
- Ποια η αρχική και η τελική θέση του δρομέα, για την παραπάνω μετακίνησή του;
- Ποια η μετατόπιση του δρομέα;
- Με ποια (σταθερή) ταχύτητα έτρεξε ο δρομέας την παραπάνω απόσταση;

113) Όριο και μείωση ταχύτητας αυτοκινήτου.

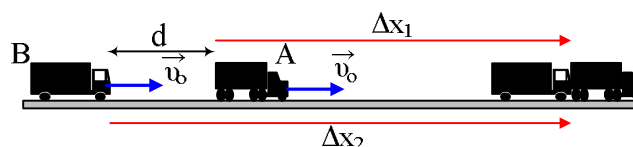
Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα $v_0=108\text{km/h}$, όταν μπαίνει σε κατοικημένη περιοχή. Τη στιγμή που το αυτοκίνητο περνά δίπλα από την πινακίδα που επιβάλλει όριο ταχύτητας $v_1=36\text{km/h}$, ο οδηγός φρενάρει με αποτέλεσμα το αυτοκίνητο να αποκτήσει σταθερή επιτάχυνση (επιβράδυνση), οπότε μετά από 4s έχει αποκτήσει την επιθυμητή ταχύτητα, με την οποία συνεχίζει μέχρι την επόμενη πινακίδα, η οποία του επιτρέπει να αυξήσει ξανά την ταχύτητά του. Η απόσταση μεταξύ των δύο πινακίδων είναι 280m.



- Να υπολογίσετε την μεταβολή της ταχύτητας στη διάρκεια του φρεναρίσματος.
- Να βρεθεί η τιμή της επιτάχυνσης.
- Σε πόση απόσταση από την πρώτη πινακίδα το αυτοκίνητο έχει αποκτήσει ταχύτητα 10m/s ;
- Πόσο χρόνο χρειάστηκε το αυτοκίνητο για να κινηθεί από τη μια πινακίδα μέχρι την άλλη;
- Θεωρώντας ότι η πρώτη πινακίδα βρίσκεται στη θέση $x_0=0$, καθώς και $t_0=0$ τη στιγμή που περνά δίπλα της το αυτοκίνητο, να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας και της θέσης του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο.

114) Απόσταση ασφαλείας μεταξύ αυτοκινήτων.

Σε ένα ευθύγραμμο δρόμο κινούνται με την ίδια ταχύτητα $v_0=72\text{km/h}$ δύο φορτηγά σε απόσταση d μεταξύ τους όπως στο σχήμα.

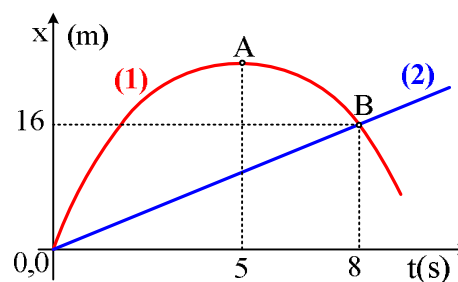


Σε μια στιγμή ο οδηγός του Α φορτηγού βλέπει ένα εμπόδιο και φρενάρει απότομα. Ο χρόνος αντίδρασής του είναι $t_1=0,8\text{s}$. Τον ίδιο χρόνο αντίδρασης έχει και ο οδηγός του Β φορτηγού που βλέπει τα πίσω φανάρια του φορτηγού που προπορεύεται. Τα δύο φορτηγά επιβραδύνονται με την ίδια επιβράδυνση και τελικά σταματούν σε επαφή του πίσω προφυλακτήρα του Α με τον μπροστινό του Β.

Να υπολογιστεί η αρχική απόσταση d , μεταξύ των δύο φορτηγών.

115) Δύο σώματα κινούνται ευθύγραμμα

Δύο σώματα κινούνται πάνω στην ίδια ευθεία ξεκινώντας ταυτόχρονα από το ίδιο σημείο και στο διάγραμμα δίνεται το διάγραμμα θέσης-χρόνου.



i) Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;

α) Το σώμα (2) κινείται με σταθερή ταχύτητα

β) Τη χρονική στιγμή $t_2=8s$ τα δύο σώματα έχουν την ίδια ταχύτητα.

γ) Το σώμα (1) τη στιγμή $t_1=5s$ βρίσκεται στη θέση x_A (το ψηλότερο σημείο της καμπύλης) και έχει μηδενική ταχύτητα.

ii) Αν το κινητό (1) έχει σταθερή επιτάχυνση, να βρεθεί η αρχική του ταχύτητα και η επιτάχυνσή του.

iii) Ποια η απόσταση μεταξύ των σωμάτων στη στιγμή $t_1=5s$;

116) Μετά από λίγο αρχίζει να επιταχύνεται.

Δύο αυτοκίνητα A και B κινούνται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερές ταχύτητες $v_A=21,8m/s$ και $v_B=12m/s$, προς την ίδια κατεύθυνση. Σε μια στιγμή τα αυτοκίνητα βρίσκονται το ένα δίπλα στο άλλο, στη θέση που στέκεται ακίνητο ένα παιδί, όπως στο σχήμα.



i) Να βρεθούν πόσο απέχουν τα αυτοκίνητα από το παιδί, μετά από χρόνο 5s.

ii) Τη στιγμή που το B αυτοκίνητο απέχει 58,8m από το προπορευόμενο αυτοκίνητο A, ο οδηγός του προσδίδει σταθερή επιτάχυνση, με αποτέλεσμα να το φτάσει σε μια θέση που απέχει 436m από το παιδί. Θεωρώντας ως $t=0$ τη στιγμή που τα αυτοκίνητα περνούν μπροστά από το παιδί, το οποίο στέκεται στη θέση $x=0$:

α) Ποια χρονική στιγμή αρχίζει να επιταχύνεται το B αυτοκίνητο;

β) Ποια στιγμή τα δυο οχήματα θα βρίσκονται ξανά το ένα δίπλα στο άλλο;

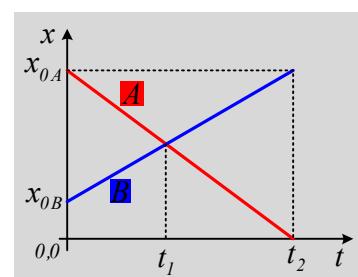
γ) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση με την οποία κινήθηκε το B αυτοκίνητο.

iii) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις ταχύτητας- χρόνου και θέσης- χρόνου για τα δύο αυτοκίνητα, στους ίδιους άξονες.

117) Δύο κινήσεις σε ένα διάγραμμα.

Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η θέση σε συνάρτηση με το χρόνο, δύο αυτοκινήτων, τα οποία κινούνται στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο.

i) Τα δυο οχήματα κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση ή όχι;



ii) Ποιο αυτοκίνητο κινείται με μεγαλύτερη κατά μέτρο ταχύτητα;

iii) Πόσο απέχουν μεταξύ τους τα δυο αυτοκίνητα τη στιγμή t_1 ;

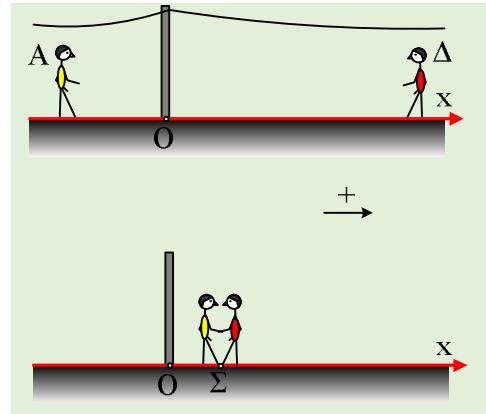
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

118) Οι θέσεις, οι μετατοπίσεις και μια διασταύρωση

Δυο παιδιά, ο Αριστοτέλης (Α) και ο Διονύσης (Δ), βρίσκονται ακίνητα σε ευθύγραμμο δρόμο, ο πρώτος σε απόσταση 40m, αριστερά μιας κολόνας της ΔΕΗ και ο δεύτερος σε απόσταση 85m, δεξιά της κολόνας, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή ($t_0=0$) τα παιδιά αρχίζουν να περπατούν το ένα προς το άλλο, με σταθερές ταχύτητες, με αποτέλεσμα μετά από χρονικό διάστημα 80s, ο Αριστοτέλης να βρίσκεται 56m δεξιά της κολόνας.

Στο παραπάνω διάστημα, ο Διονύσης κινήθηκε με σταθερή ταχύτητα μέτρου 1,3m/s. Ορίζουμε έναν προσανατολισμένο άξονα

x , με αρχή το σημείο Ο στη βάση της κολόνας και με θετική την προς τα δεξιά κατεύθυνση, με βάση τον οποίο μελετάμε τις δυο κινήσεις:



i) Ποιες οι αρχικές θέσεις των δύο παιδιών και ποιες οι μετατοπίσεις τους στο χρονικό διάστημα από 0-80s;

ii) Ποιες οι θέσεις των παιδιών τη χρονική στιγμή $t'=80s$ και ποια η απόσταση μεταξύ τους;

iii) Να υπολογιστεί η απόσταση των παιδιών τη στιγμή $t_1=20s$.

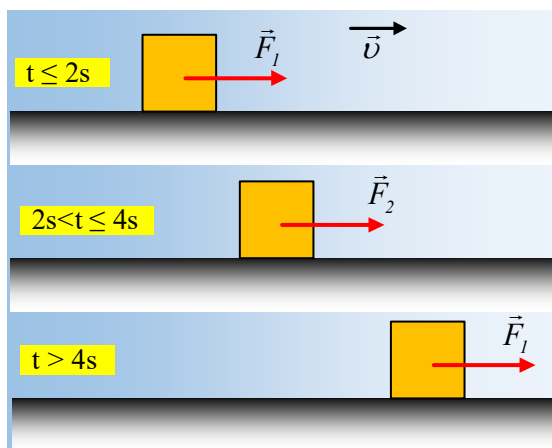
iv) Ποια χρονική στιγμή t_2 τα παιδιά διασταυρώνονται και σε ποιο σημείο Σ συνέβη αυτή η διασταύρωση;

Δυναμική

2017-2020

1) Όταν μειώνουμε την ασκούμενη δύναμη

Ένα σώμα μάζας 2kg σύρεται με σταθερή ταχύτητα $v_1=2\text{m/s}$ σε οριζόντιο επίπεδο, με την επίδραση μιας σταθερής δύναμης μέτρου $F_1=4\text{N}$. Παίρνοντας κάποια στιγμή ως $t_0=0$, η κίνηση αυτή διαρκεί μέχρι τη στιγμή $t_1=2\text{s}$, όπου μειώνεται το μέτρο της ασκούμενης δύναμης στην τιμή $F_2=3\text{N}$, μέχρι τη στιγμή $t_2=4\text{s}$, όπου αυξάνεται ξανά το μέτρο της, στην τιμή F_1 .

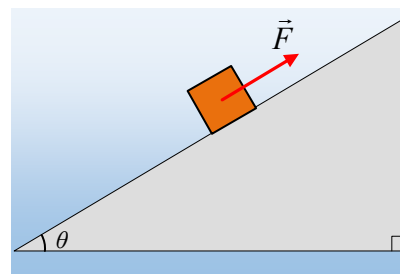


- Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα μέχρι τη στιγμή t_1 και να υπολογίσετε τα μέτρα τους.
- Τι κίνηση πραγματοποιεί το σώμα στο χρονικό διάστημα από t_1 έως t_2 ;
- Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή t_2 .
- Να παρασταθεί γραφικά η ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη στιγμή $t_0=0$, μέχρι τη στιγμή $t_3=6\text{s}$.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

2) Θα ανέβει ή θα κατέβει;

Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ τοποθετείται σε λείο κεκλιμένο επίπεδο, κλίσεως $\theta=30^\circ$, ασκείται πάνω του μια σταθερή δύναμη μέτρου $F=8\text{N}$, παράλληλη προς το επίπεδο, όπως στο σχήμα και αφήνεται να κινηθεί.



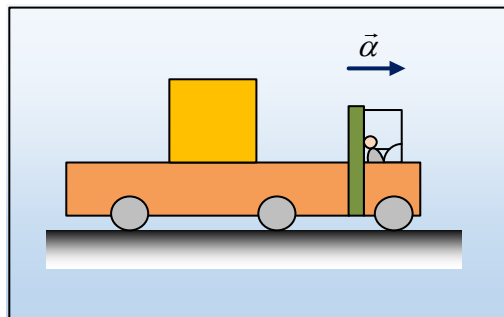
- Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να υπολογιστεί η δύναμη που ασκεί στο σώμα το κεκλιμένο επίπεδο.
- Προς τα πού θα κινηθεί το σώμα, προς τα πάνω ή προς τα κάτω;

iii) Σε πόσο χρόνο το σώμα θα έχει μετατοπισθεί κατά $x=8\text{m}$ και ποια η ταχύτητά του τη στιγμή αυτή;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, $\eta\mu\theta=1/2$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=\sqrt{3}/2$

3) Ένα φορτηγό μεταφέρει ένα κιβώτιο

Στην καρότσα ενός φορτηγού βρίσκεται ένα κιβώτιο μάζας $m=500\text{kg}$, το οποίο παρουσιάζει με την καρότσα συντελεστή οριακής στατικής τριβής $\mu_s=0,5$.



i) Το φορτηγό κινείται προς τα δεξιά με επιτάχυνση $a=2\text{m/s}^2$.

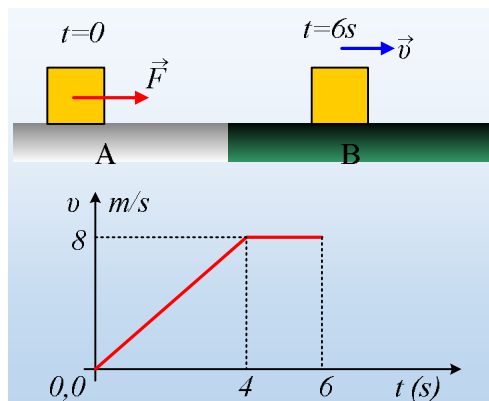
α) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο και να υπολογίσετε τα μέτρα τους, υποθέτοντας ότι το κιβώτιο δεν ολισθαίνει πάνω στην καρότσα του φορτηγού.

β) Να εξετάσετε αν η υπόθεση για μη ολίσθηση είναι σωστή ή όχι.

ii) Ποια είναι η μέγιστη επιτάχυνση που μπορεί να αποκτήσει το φορτηγό, χωρίς να γλιστρήσει το κιβώτιο;

4) Όταν η τριβή σταματά το σώμα

Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο Α. Κάποια στιγμή $t=0$, δέχεται την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμης μέτρου $F=4\text{N}$, με αποτέλεσμα να κινηθεί και τη στιγμή $t_1=4\text{s}$ περνά σε ένα δεύτερο οριζόντιο επίπεδο Β, μέχρι τη στιγμή $t_2=6\text{s}$ όπου η δύναμη παύει να ασκείται στο σώμα. Στο διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, για όσο χρόνο ασκείται πάνω του η δύναμη F .



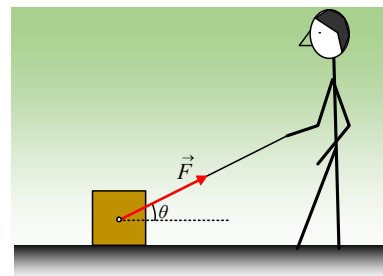
i) Να εξετάσετε αν τα δύο επίπεδα είναι ή όχι λεία, υπολογίζοντας και το μέτρο της τριβής, όπου υπάρχει.

ii) Να συμπληρωθεί το διάγραμμα $v-t$ για το χρονικό διάστημα μετά τη στιγμή t_2 και για όσο χρόνο το σώμα κινείται.

iii) Πόση είναι η συνολική μετατόπιση του σώματος;

5) Ασκώντας μια πλάγια δύναμη, τι θα γίνει;

Σε ένα οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα μικρό σώμα μάζας $m=0,5\text{kg}$. Ένα παιδί δένει το σώμα με ένα νήμα και κάποια στιγμή το τραβάει, ασκώντας πάνω του μια σταθερή δύναμη F , όπως στο σχήμα, όπου το νήμα σχηματίζει με το επίπεδο γωνία θ , για την οποία $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$. Να εξετασθεί αν το σώμα θα κινηθεί ή όχι και στην περίπτωση κίνησης, να υπολογιστεί η



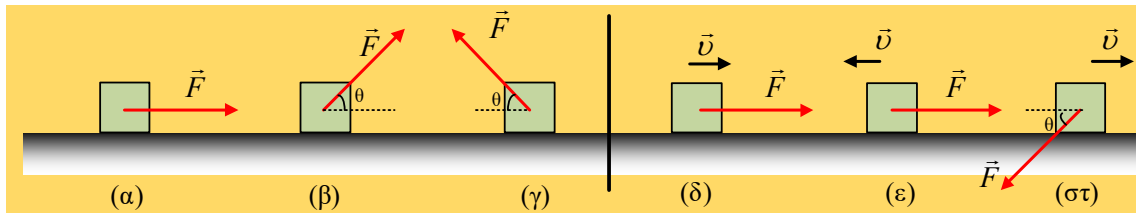
επιτάχυνση που θα αποκτήσει, όταν το μέτρο της ασκούμενης δύναμης είναι:

$$\text{i) } F_1=2,5\text{N}, \quad \text{ii) } F_2=5\text{N} \quad \text{και} \quad \text{iii) } F_3=10\text{N}$$

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ το σώμα παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0,8$.

6) Η στατική τριβή και η τριβή ολίσθησης

Στο σχήμα βλέπουμε ένα σώμα στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση δυνάμεων με το ίδιο μέτρο F .



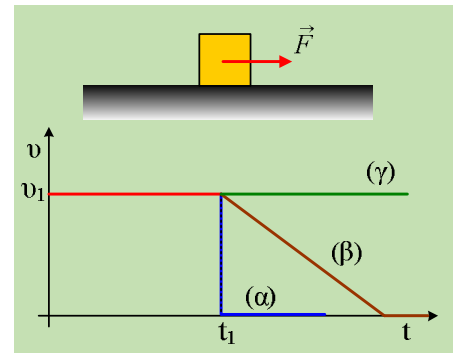
Στις περιπτώσεις (α), (β) και (γ), το σώμα παραμένει ακίνητο, παρά την δράση της δύναμης, ενώ η διεύθυνση της ασκούμενης δύναμης στις δύο τελευταίες περιπτώσεις, σχηματίζει την ίδια γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση.

Στις υπόλοιπες τρεις περιπτώσεις, το σώμα κινείται και στο σχήμα, πέρα από την δύναμη που ασκείται, έχει σημειωθεί και η ταχύτητα του σώματος.

- Να σχεδιαστεί στο σχήμα η ασκούμενη δύναμη τριβής σε κάθε περίπτωση.
- Να συγκρίνετε το μέτρο της ασκούμενης τριβής για τις περιπτώσεις (α), (β) και (γ).
- Να συγκρίνετε το μέτρο της τριβής για τις περιπτώσεις (δ), (ε) και (στ).

7) Η κίνηση μόλις πάψει η άσκηση δύναμης

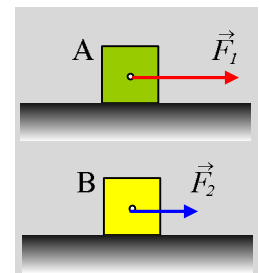
- Ένα σώμα σύρεται σε οριζόντιο επίπεδο, με την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμης F , κινούμενο με σταθερή ταχύτητα v_1 , μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 , όπου η δύναμη παύει να ασκείται στο σώμα.

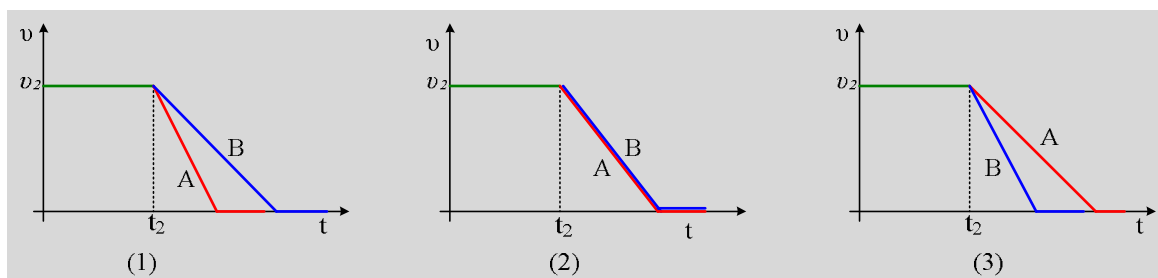


- Το σώμα εμφανίζει τριβή με το επίπεδο ή όχι;
- Μετά τη στιγμή t_1 , ποια γραμμή η (α), η (β) ή η (γ) παριστά την ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

- Δύο σώματα Α και Β της ίδιας μάζας, σύρονται σε δύο οριζόντια επίπεδα με την επίδραση δύο σταθερών οριζοντίων δυνάμεων F_1 και F_2 , όπου $F_1 > F_2$ με την ίδια ταχύτητα v_2 . Αν κάποια στιγμή t_2 παύουν να ασκούνται οι δυνάμεις F_1 και F_2 , ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστά τις μεταβολές των ταχυτήτων των δύο σωμάτων, σε συνάρτηση με το χρόνο;

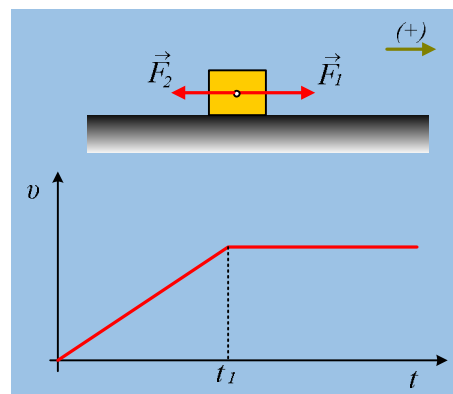




Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

8) Δύο δυνάμεις κινούν ένα σώμα

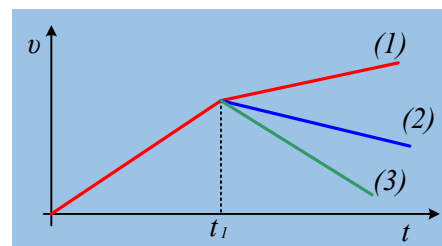
Ένα σώμα κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, με την επίδραση δύο σταθερών οριζοντίων δυνάμεων και στο διάγραμμα φαίνεται το πώς μεταβάλλεται η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο.



1) Τη χρονική στιγμή t_1 , τι κάναμε;

- α) Καταργήσαμε την δύναμη F_1 .
- β) Μειώσαμε το μέτρο της δύναμης F_1 .
- γ) Αυξήσαμε το μέτρο της F_1 .
- δ) Μειώσαμε το μέτρο της δύναμης F_2 .

2) Στο διπλανό σχήμα εμφανίζονται διάφορες εκδοχές για την μεταβολή της ταχύτητας του σώματος, μετά την χρονική στιγμή t_1 .



i) Να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις.

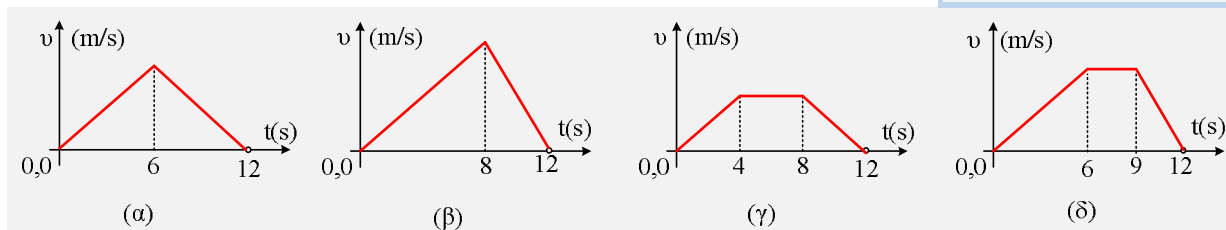
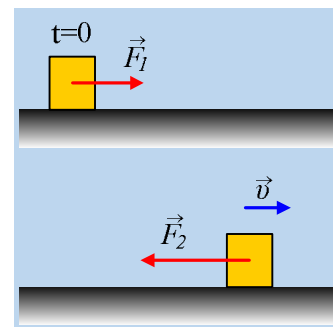
- α) Η γραμμή (1) δείχνει την ταχύτητα, στην περίπτωση που αυξηθεί το μέτρο της δύναμης F_1 .
- β) Η γραμμή (1) δείχνει την ταχύτητα, στην περίπτωση που μειωθεί το μέτρο της δύναμης F_1 .
- γ) Η γραμμή (1) δείχνει την ταχύτητα, στην περίπτωση που καταργηθεί η δύναμη F_2 .
- ii) Αν δύναμη F_2 παραμένει σταθερή, ενώ η μία από τις γραμμές (2) ή (3) δείχνει την ταχύτητα στην περίπτωση μηδενισμού της δύναμης F_1 , να βρεθούν:
 - α) Ποια από τις δύο γραμμές, αντιστοιχεί στην περίπτωση $F_1=0$;
 - β) Τι μεταβολή έχουμε στην περίπτωση της άλλης γραμμής; Δίνεται ότι η F_1 δεν πρόκειται να αλλάξει κατεύθυνση.

9) Επιταχύνοντας και επιβραδύνοντας ένα κιβώτιο

Ένα κιβώτιο ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, όταν κάποια στιγμή $t=0$, δέχεται την επίδραση μιας σταθερής

οριζόντιας δύναμης $\vec{F}_1$, για ορισμένο χρονικό διάστημα, ενώ στη συνέχεια με την επίδραση μιας επίσης σταθερής, αλλά με αντίθετη κατεύθυνση δύναμης $\vec{F}_2$ με μέτρο $|\vec{F}_2| = \lambda |\vec{F}_1|$, σταματά τη στιγμή $t=12\text{s}$.

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται τέσσερες διαφορετικές εκδοχές για την κίνηση του κιβωτίου μέχρι τη στιγμή $t=12\text{s}$ που σταματά.

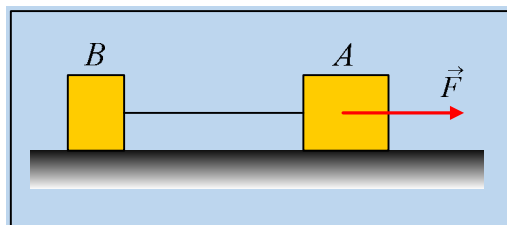


- Σε ποια ή ποιες περιπτώσεις το κιβώτιο στη διάρκεια της κίνησής του απέκτησε τη μεγαλύτερη ταχύτητα;
- Αν $\lambda=2$, δηλαδή η δύναμη F_2 έχει διπλάσιο μέτρο από την F_1 , ποιο ή ποια από τα παραπάνω διαγράμματα, περιγράφουν την μεταβολή της ταχύτητας του κιβωτίου;
- Αν οι δυο δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα ($\lambda=1$) σε ποια περίπτωση το κιβώτιο διανύει την μεγαλύτερη απόσταση, μέχρι να σταματήσει;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

10) Το νήμα και ο τρίτος νόμος Νεύτωνα

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινούνται δύο σώματα Α και Β, τα οποία συνδέονται με αβαρές και μη εκτατό νήμα, με την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμης μέτρου $F=10\text{N}$, η οποία ασκείται στο Α σώμα, όπως στο σχήμα. Τα σώματα κινούνται στη διεύθυνση της δύναμης με επιτάχυνση $a=2\text{m/s}^2$. Το σώμα Α έχει μάζα $m_1=3\text{kg}$.



- Να βρεθεί η δύναμη F_1 την οποία το Α σώμα ασκεί στο νήμα.
- Να υπολογιστεί η δύναμη F_2 την οποία ασκεί στο νήμα, το σώμα Β.
- Να βρεθεί η μάζα m_2 του Β σώματος.
- Αν στην παραπάνω κίνηση εμπλέκονται τρία σώματα (τα σώματα Α, Β και το νήμα) να διευκρινιστούν ποια ζευγάρια δράσης – αντίδρασης εμφανίζονται (αφήνοντας εκτός τη Γη και το οριζόντιο επίπεδο).

11) Το ελατήριο και ο τρίτος νόμος του Νεύτωνα

Ένα σώμα Σ ηρεμεί στη θέση (1) του σχήματος, δεμένο στο κάτω άκρο του ελατηρίου του σχήματος.

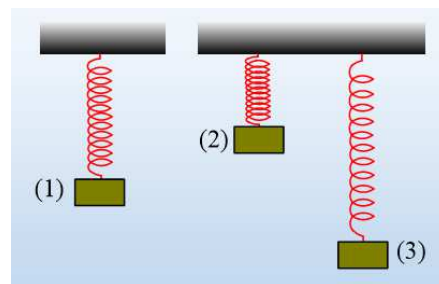
- Ποια πρόταση είναι σωστή για την θέση αυτή:

α) Το ελατήριο έχει παραμορφωθεί αφού δέχεται το βάρος του σώματος.

β) Στο ελατήριο ασκείται η αντίδραση του βάρους του σώματος.

γ) Το σώμα ασκεί στο ελατήριο δύναμη προς τα κάτω ίση με το βάρος του.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



2) Ασκοούμε μια κατάλληλη δύναμη στο σώμα, φέρνοντάς το στη θέση (2), όπου το ελατήριο παύει να είναι παραμορφωμένο. Σε μια στιγμή το αφήνουμε να κινηθεί.

i) Η δύναμη που ασκεί το σώμα στο ελατήριο, αμέσως μόλις το αφήσουμε:

α) Είναι ίση με το βάρος του σώματος Σ .

β) Είναι μεγαλύτερη από το βάρος του Σ .

γ) Το σώμα Σ δεν ασκεί δύναμη στο ελατήριο.

Το σώμα κατέρχεται και μετά από λίγο φτάνει στη θέση (3) του σχήματος, όπου μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητά του, πριν κινηθεί ξανά προς τα πάνω.

ii) Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στη θέση (3) και να συγκριθούν τα μέτρα τους.

iii) Η δύναμη που ασκεί το σώμα στο ελατήριο, στη θέση (3):

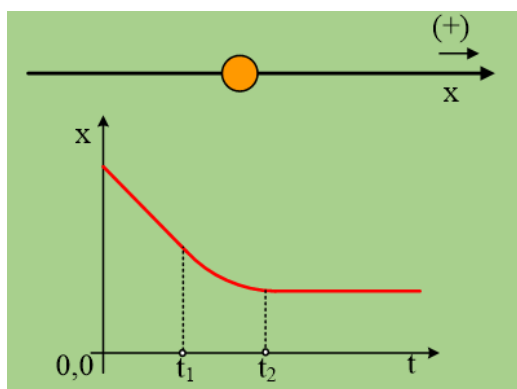
α) Είναι ίση με το βάρος του σώματος Σ .

β) Είναι μεγαλύτερη από το βάρος του Σ .

γ) Το σώμα Σ δεν ασκεί δύναμη στο ελατήριο.

12) Δυναμική από ένα διάγραμμα θέσης

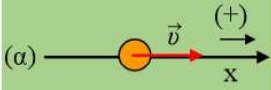
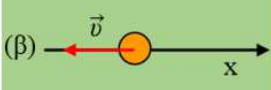
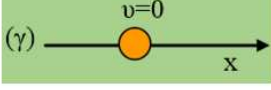
Μια μικρή σφαίρα κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο κατά μήκος ενός προσανατολισμένου άξονα x και στο σχήμα δίνεται η θέση της σφαίρας σε συνάρτηση με το χρόνο. Στη σφαίρα μπορεί να ασκείται μια μόνο οριζόντια δύναμη στη διεύθυνση x .



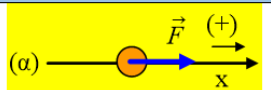
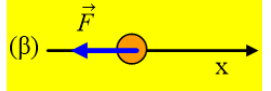
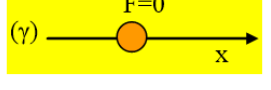
i) Μπορείτε να περιγράψετε την κίνηση της σφαίρας με βάση το διάγραμμα αυτό;

ii) Στον παρακάτω πίνακα εμφανίζονται τα διάφορα χρονικά διαστήματα και στην διπλανή στήλη έχει

σχεδιαστεί η πιθανή ταχύτητα της σφαίρας. Να κάνετε τις αντιστοιχίσεις και στη συνέχεια να δοθεί και σύντομη ερμηνεία.

Χρονικό διάστημα	Ταχύτητα σφαίρας
1) $0 \leq t < t_1$	(α) 
2) $t_1 \leq t < t_2$	(β) 
3) $t_2 \leq t$	(γ) 

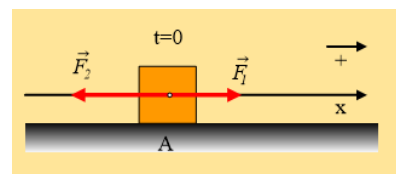
iii) Ποιες οι αντίστοιχες αντιστοιχίσεις μεταξύ χρονικών διαστημάτων και του σχήματος που δείχνει την ασκούμενη οριζόντια δύναμη που μπορεί να ασκείται στη σφαίρα;

Χρονικό διάστημα	Δύναμη στη σφαίρα
1) $0 \leq t < t_1$	(α) 
2) $t_1 \leq t < t_2$	(β) 
3) $t_2 \leq t$	(γ) 

Να δικαιολογήσετε τις επιλογές σας.

13) Όταν το σώμα επιστρέφει...

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινείται ένα σώμα, μάζας $m=4\text{kg}$, σε ευθεία τροχιά, η οποία ταυτίζεται με έναν προσανατολισμένο άξονα $x'x$, με την επίδραση δύο οριζόντιων δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ όπως στο σχήμα, με μέτρα 4N και 6N αντίστοιχα.

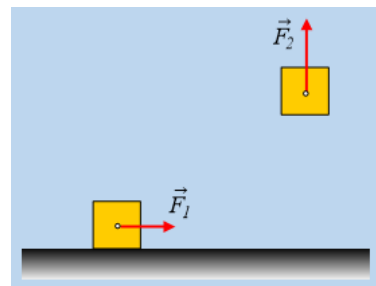


- Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος.
- Αν κάποια στιγμή που θεωρούμε ως αρχή μέτρησης των χρόνων ($t_0=0$), το σώμα περνάει από ένα σημείο Α, στη θέση $x_0=50\text{m}$, να βρεθεί η θέση και η ταχύτητα του σώματος την χρονική στιγμή $t_1=16\text{s}$, όταν:
 - Τη στιγμή $t_0=0$ έχει ταχύτητα μέτρου 4m/s, με φορά προς τα δεξιά.
 - Τη στιγμή $t_0=0$ έχει ταχύτητα μέτρου 4m/s, με φορά προς τα αριστερά.
- Να βρεθεί η μέγιστη απόσταση από το Α που θα βρεθεί το σώμα, στο χρονικό διάστημα $0-t_1$, στις δύο

παραπάνω περιπτώσεις.

14) Διαφορετικές δυνάμεις, ίδια επιτάχυνση.

Ένα σώμα κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, με την επίδραση μιας οριζόντιας σταθερής δύναμης F_1 , αποκτώντας επιτάχυνση a . Το ίδιο σώμα με την επίδραση μιας σταθερής κατακόρυφης δύναμης F_2 , επιταχύνεται προς τα πάνω με επιτάχυνση ίδιου μέτρου a .



i) Για τα **μέτρα** των δυνάμεων αυτών ισχύει:

$$\alpha) |\vec{F}_1| < |\vec{F}_2|, \quad \beta) |\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|, \quad \gamma) |\vec{F}_1| > |\vec{F}_2|.$$

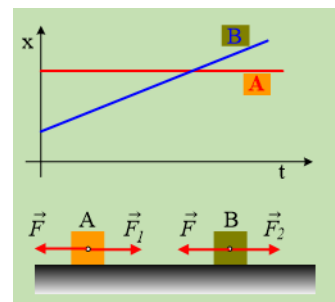
ii) Αν για τα **μέτρα** των παραπάνω δυνάμεων ισχύει:

$$||\vec{F}_1| - |\vec{F}_2|| = 5N$$

Να βρεθεί η μάζα του σώματος, αν $g=10\text{m/s}^2$.

15) Σύγκριση δυνάμεων

Δυο σώματα A και B, βρίσκονται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ δέχονται δύο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις το καθένα, όπως φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Στο διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της θέσης κάθε σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.



i) Η δύναμη F_1 είναι ίση με την δύναμη F , αφού το A σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα.

ii) Μεγαλύτερη συνισταμένη δύναμη δέχεται το σώμα με την μεγαλύτερη μάζα.

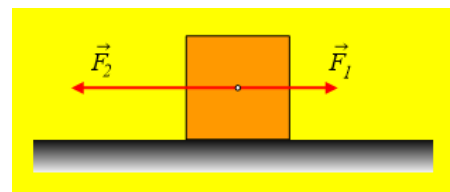
iii) Για να μπορεί το σώμα B να κινείται με σταθερή ταχύτητα πρέπει το F_2 να έχει μεγαλύτερο μέτρο από την δύναμη F .

iv) Οι δυνάμεις F_1 και F_2 έχουν ίσα μέτρα.

Να χαρακτηρίσετε τις παραπάνω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες δικαιολογώντας την θέση σας.

16) Συνισταμένη δύναμη. Μέτρο και αλγεβρική τιμή

Σε ένα σώμα που βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο, ασκούνται δύο οριζόντιες δυνάμεις, όπως στο σχήμα, όπου η δύναμη $\vec{F}_1$ έχει μέτρο 6N, ενώ η δύναμη $\vec{F}_2$ μέτρο 10N.



i) Για τη συνισταμένη των δύο παραπάνω δυνάμεων ισχύει:

$$\alpha) \Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2,$$

$$\beta) \Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2,$$

$$\gamma) \Sigma \vec{F} = \vec{F}_2 - \vec{F}_1.$$

ii) Εφαρμόζοντας την σωστή από τις παραπάνω σχέσεις και την «τεχνική» σύνθεσης διανυσμάτων, να βρεθεί η συνισταμένη των δυνάμεων αυτών.

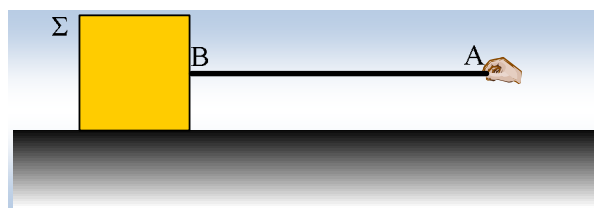
iii) Μπορούμε να δουλέψουμε με τις αλγεβρικές τιμές των δυνάμεων, για να βρούμε τη συνισταμένη τους, θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική. Τότε για την τιμή της συνισταμένης ισχύει:

$$\alpha) \Sigma F = F_1 + F_2, \quad \beta) \Sigma F = F_1 - F_2, \quad \gamma) \Sigma F = F_2 - F_1.$$

iv) Χρησιμοποιώντας την σωστή μαθηματική σχέση, να βρείτε τη συνισταμένη των δυνάμεων, με τη χρήση των αλγεβρικών τιμών των δυνάμεων.

17) Άλλο ένα νήμα που δεν είναι αβαρές.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Σ μάζας $M=2\text{kg}$. Δένουμε το σώμα με ένα ομογενές νήμα AB μήκους $\ell=2,5\text{m}$ και μάζας $m=1\text{kg}$. Σε μια στιγμή $t_0=0$ και ενώ το νήμα είναι οριζόντιο, ασκούμε στο άκρο του A



μια κατάλληλη μεταβλητή **οριζόντια** δύναμη $\vec{F}$, αρχίζοντας να μαζεύουμε το νήμα, με σκοπό να φέρουμε το σώμα Σ στη θέση που στεκόμαστε, προσδίδοντας του σταθερή επιτάχυνση $\alpha=0,2\text{m/s}^2$.

i) Ποια χρονική στιγμή το σώμα Σ έρχεται σε επαφή με το χέρι μας; Ποιο το μέτρο της ασκούμενης δύναμης $\vec{F}$, τη στιγμή αυτή;

ii) Να υπολογισθεί η αρχική τιμή της δύναμης $\vec{F}$, καθώς και η οριζόντια δύναμη $\vec{F}_1$ που το νήμα ασκεί στο σώμα Σ .

iii) Να βρεθούν οι αντίστοιχες τιμές των δύο παραπάνω δυνάμεων τη στιγμή $t_1=2\text{s}$.

iv) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις του μέτρου της δύναμης $\vec{F}$, σε συνάρτηση:

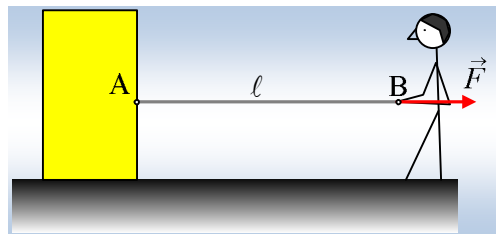
α) με τη μετατόπιση x του σώματος Σ

β) με το χρόνο κίνησης.

18) Όταν το ελεφαντάκι γίνεται ... ντουλάπι!

Σε οριζόντιο επίπεδο, ένα παιδί μάζας $M=50\text{kg}$, τραβάει μέσω νήματος αμελητέας μάζας, ασκώντας δύναμη $\vec{F}$, ένα κιβώτιο μάζας $m=40\text{kg}$. Το αρχικό μήκος του νήματος είναι $AB= \ell=3,6\text{m}$.

Να υπολογιστεί η μετατόπιση του κιβωτίου, μέχρι να φτάσει στο παιδί, στις εξής περιπτώσεις:



i) Το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο.

ii) Το επίπεδο δεν είναι λείο, αλλά παρουσιάζει τόσο με το κιβώτιο, όσο και με τα παπούτσια του παιδιού

συντελεστές τριβής $\mu_s = \mu = 0,5$, ενώ:

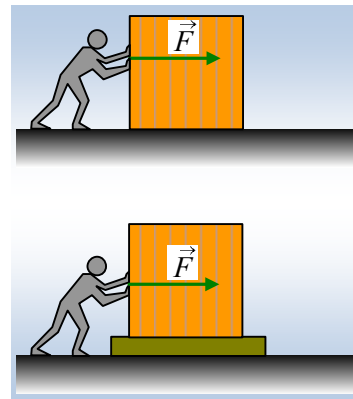
α) η ασκούμενη δύναμη έχει μέτρο $F = 220\text{N}$,

β) η δύναμη έχει μέτρο $F = 300\text{N}$.

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

19) Πώς θα σύρουμε το κιβώτιο;

Ένα βαρύ κιβώτιο μάζας $M = 50\text{kg}$, ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,8$. Ένα παιδί θέλοντας να μετακινήσει το κιβώτιο, το σπρώχνει, ασκώντας του οριζόντια δύναμη $\vec{F}$.



i) Αν η μέγιστη τιμή του μέτρου της δύναμης που μπορεί να ασκήσει είναι $F = 330\text{N}$, να αποδείξετε ότι δεν θα μπορέσει να μετακινήσει το κιβώτιο.

Διαθέτουμε μια ξύλινη βάση μάζας $m = 10\text{kg}$, η οποία εμφανίζει με το κιβώτιο τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης μ , ενώ με το επίπεδο συντελεστή τριβής $\mu_1 = 0,5$. Προτείνεται να τοποθετηθεί το κιβώτιο πάνω στη βάση και στη συνέχεια το παιδί να σπρώξει το κιβώτιο, όπως στο κάτω σχήμα.

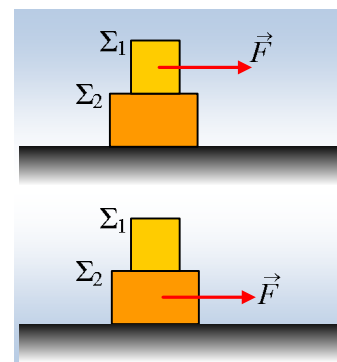
- ii) Να αποδείξετε ότι με αυτό «το κόλπο» θα μπορέσει το παιδί να μετακινήσει το κιβώτιο.
 iii) Να υπολογιστεί η μέγιστη επιτάχυνση που μπορεί να αποκτήσει το κιβώτιο, καθώς και η τριβή που θα αναπτυχθεί μεταξύ κιβωτίου και βάσεως.

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$, καθώς και ότι η οριακή τριβή έχει το ίδιο μέτρο με την τριβή ολίσθησης.

20) Ίδια δύναμη σε δύο εκδοχές.

Ένα σώμα Σ_1 , μάζας m είναι τοποθετημένο πάνω ένα δεύτερο σώμα Σ_2 , μάζας M , το οποίο ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ασκούμε στο σώμα Σ_1 μια σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, με αποτέλεσμα να αποκτά επιτάχυνση a_1 , χωρίς να παρατηρείται ολίσθησή του πάνω στο Σ_2 .

Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία, αλλά τώρα η ίδια δύναμη $\vec{F}$ ασκείται στο σώμα Σ_2 (κάτω σχήμα), με αποτέλεσμα το σώμα Σ_2 να αποκτήσει επιτάχυνση a_2 , χωρίς και πάλι να έχουμε ολίσθηση μεταξύ των δύο σωμάτων.



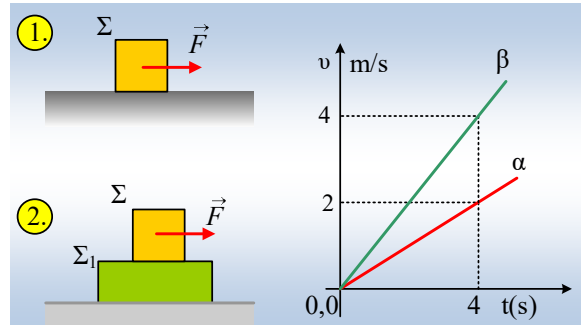
- i) Να σχεδιάσετε, σε διαφορετικά σχήματα, τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα και στις δύο παραπάνω περιπτώσεις.
 ii) Η σχέση που συνδέει τις δύο επιταχύνσεις a_1 και a_2 είναι:
 α) $a_1 < a_2$, β) $a_1 = a_2$, γ) $a_1 > a_2$.
 iii) Σε ποια περίπτωση ασκείται μεγαλύτερη τριβή στο σώμα Σ_1 , στο πάνω ή στο κάτω σχήμα, αν $M > m$;
 iv) Αν $M = 2m$, να υπολογιστεί ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ των σωμάτων για

να μην έχουμε ολίσθηση σε καμιά περίπτωση.

Να δικαιολογήσετε αναλυτικά τις απαντήσεις σας.

21) Δύο περιπτώσεις που η ίδια δύναμη επιταχύνει ένα σώμα...

Ένα σώμα Σ μάζας $m=2\text{kg}$, ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ($t=0$) ασκούμε πάνω του μια σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου $F=10\text{N}$ (πάνω σχήμα 1.), με αποτέλεσμα να κινηθεί και στο διάγραμμα α δίνεται η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο.



i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση και η μετατόπιση του σώματος Σ , τη χρονική στιγμή $t_1=4\text{s}$.

ii) Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος Σ και επιπέδου.

Σε ένα δεύτερο λείο οριζόντιο επίπεδο, ηρεμεί ένα σώμα Σ_1 , μάζας M . Τοποθετούμε πάνω στο Σ_1 το σώμα Σ και στη συνέχεια του ασκούμε τη στιγμή $t_0=0$, την ίδια σταθερή δύναμη $\vec{F}$ (σχήμα 2.). Στο ίδιο με προηγούμενα διάγραμμα, η ευθεία β δείχνει την ταχύτητα του σώματος Σ σε συνάρτηση με το χρόνο. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των δύο σωμάτων, είναι ίσος με αυτόν του ii) ερωτήματος:

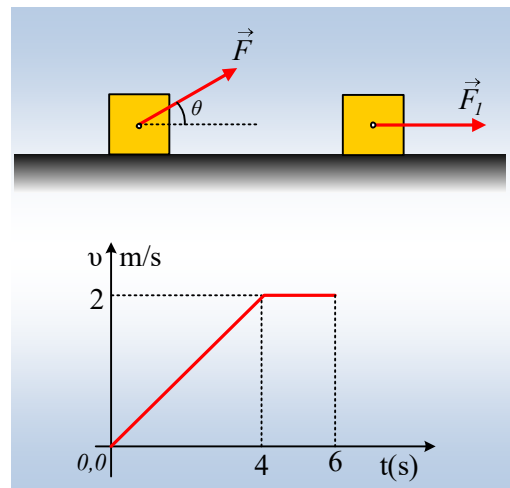
iii) Να βρεθεί η τριβή που αναπτύσσεται στο σώμα Σ . Είναι στατική τριβή ή τριβή ολίσθησης;

iv) Να βρεθεί η μάζα M του σώματος Σ_1 .

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής είναι ίσος με το συντελεστή τριβής ολίσθησης.

22) Μια πλάγια δύναμη γίνεται οριζόντια.

Ένα σώμα Σ μάζας $m=4\text{kg}$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή $t_0=0$, ασκείται στο σώμα μια σταθερή πλάγια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου $F=20\text{N}$, όπως στο σχήμα, η οποία σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ , όπου $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$. Τη στιγμή $t_1=4\text{s}$ η δύναμη μετατρέπεται σε οριζόντια με μέτρο F_1 . Στο διάγραμμα βλέπετε την ταχύτητα του σώματος Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι και τη χρονική στιγμή $t_2=6\text{s}$, όπου η δύναμη σταματά να ασκείται στο σώμα.



i) Να υπολογιστούν η οριζόντια και η κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης $\vec{F}$ από 0-4s.

ii) Να βρεθεί το μέτρο της ασκούμενης τριβής στο παραπάνω χρονικό διάστημα 0-4s.

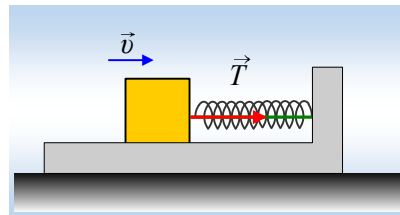
iii) Ποιο το μέτρο της οριζόντιας δύναμης $\vec{F}_1$;

iv) Να υπολογιστεί η συνολική απόσταση που θα διανύσει το σώμα Σ , μέχρι να σταματήσει.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

23) Στην καρότσα του αμαξιδίου...

Το αμαξίδιο του σχήματος μάζας $M=20\text{kg}$, κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα $v=0,6\text{m/s}$ σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στη λεία επιφάνεια του αμαξιδίου μεταφέρεται ένα βαρύ κιβώτιο μάζας $m=10\text{kg}$, δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k=20\text{N/m}$ και ενός τεντωμένου νήματος, η τάση του οποίου είναι $T=5\text{N}$.

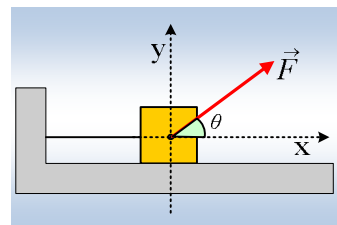


- i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο υπολογίζοντας τα μέτρα τους.
- ii) Υπενθυμίζεται ότι για το ελατήριο ισχύει ο νόμος του Hooke σύμφωνα με τον οποίο $F=k\Delta l$, όπου F η δύναμη που παραμορφώνει το ελατήριο και Δl η παραμόρφωσή του.
 - α) Ποια δύναμη παραμορφώνει το ελατήριο;
 - β) Στην περίπτωση μας το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί ή συσπειρωθεί;
 - γ) Να υπολογισθεί η παραμόρφωσή του.
- iii) Σε μια στιγμή κόβεται το νήμα. Να υπολογισθεί η επιτάχυνση που θα αποκτήσει αμέσως μετά:
 - α) το κιβώτιο και β) το αμαξίδιο.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

24) Μια ισορροπία και μια επιτάχυνση σώματος

Ένα σώμα μάζας 8kg ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου νήματος, ενώ πάνω του ασκείται μια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου $F=50\text{N}$, η οποία σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία θ , όπως στο σχήμα.



- i) Να αναλύσετε τη δύναμη $\vec{F}$ σε δύο συνιστώσες μια οριζόντια και μια κατακόρυφη και να υπολογίσετε τα μέτρα των δύο συνιστωσών.
- ii) Να υπολογίσετε την τάση του νήματος και τη δύναμη που ασκεί το σώμα στο οριζόντιο επίπεδο.
- iii) Σε μια στιγμή, που θεωρούμε $t_0=0$, το νήμα κόβεται. Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος μετά από χρόνο 2s .

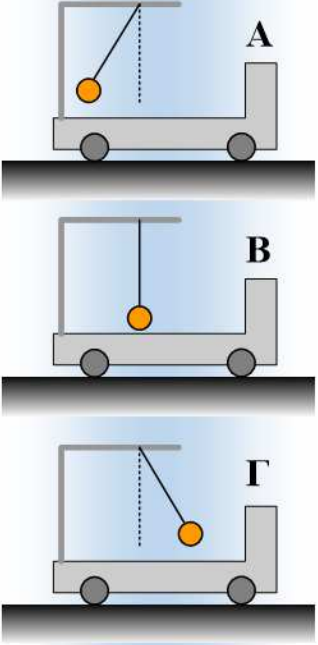
Δίνονται: $\eta\mu\theta=0,6$, $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$ και $g=10\text{m/s}^2$.

25) Η κίνηση και η εκτροπή εκκρεμούς.

Σε ένα αμαξίδιο, το οποίο μπορεί να κινείται σε οριζόντια διεύθυνση, έχουμε κρεμάσει μια σφαίρα στο άκρο νήματος. Στην δεξιά στήλη του παρακάτω πίνακα, έχουμε τρεις εικόνες με διαφορετικές θέσεις του νήματος, ενώ στην αριστερή στήλη, παρουσιάζονται διάφορες κινήσεις του αμαξιδίου.

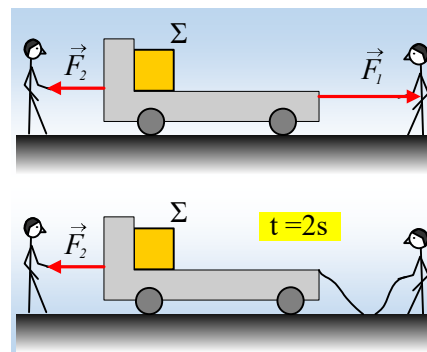
Να αντιστοιχίσετε τις περιπτώσεις της αριστερής στήλης με τις εικόνες της δεξιάς στήλης, λαμβάνοντας

υπόψη ότι στην ίδια εικόνα μπορούν να αντιστοιχούν περισσότερες της μιας περιπτώσεις της δεξιάς στήλης, ενώ μπορεί και να μην υπάρχει εικόνα για να περιγράψει κάποια κίνηση.

Κινήσεις <u>αμαξιδίου</u>	Εικόνες
• Το <u>αμαξίδιο</u> δεν κινείται. • Κινείται προς τα δεξιά επιταχυνόμενο. • Κινείται προς τα δεξιά επιβραδυνόμενο. • Κινείται προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα $v_1=2\text{m/s}$. • Κινείται προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα $v_2=20\text{m/s}$. • Κινείται προς τα αριστερά με σταθερή ταχύτητα $v_3=4\text{m/s}$. • Κινείται προς τα αριστερά επιταχυνόμενο. • Κινείται προς τα αριστερά επιβραδυνόμενο.	

26) Ένα σώμα πάνω σε αμαξίδιο

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ηρεμεί ένα αμαξίδιο μάζας $M=3\text{kg}$, πάνω στο οποίο βρίσκεται ένα σώμα Σ μάζας $m=1\text{kg}$. Το αμαξίδιο δένεται με δύο νήματα, μέσω των οποίων, κάποια στιγμή $t_0=0$ δυο παιδιά ασκούν στο αμαξίδιο δύο σταθερές δυνάμεις, με αντίθετη κατεύθυνση, όπως φαίνονται στο σχήμα, με μέτρα $F_1=1\text{N}$ και $F_2=0,6\text{N}$. Μεταξύ του σώματος Σ και του αμαξιδίου, δεν υπάρχουν τριβές.



i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του αμαξιδίου καθώς και η ταχύτητά του τη χρονική στιγμή $t_1=2\text{s}$.

ii) Πόση οριζόντια δύναμη δέχεται το σώμα Σ από το αμαξίδιο από 0-2s;

Τη στιγμή t_1 το δεξιό νήμα κόβεται, οπότε στο αμαξίδιο ασκείται πια μόνο η δύναμη $\vec{F}_2$, μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2=3\text{s}$.

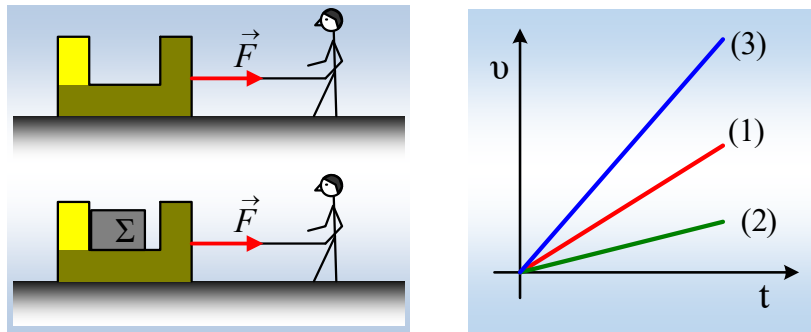
iii) Να υπολογιστεί ξανά η επιτάχυνση του αμαξιδίου καθώς και η ταχύτητά του τη στιγμή t_2 .

iv) Να γίνουν, σε κοινούς άξονες, οι γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας αμαξιδίου και σώματος Σ , σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή t_2 .

Το αμαξίδιο έχει αρκετό μήκος και το σώμα Σ δεν το εγκαταλείπει, στο παραπάνω χρονικό διάστημα.

27) Τα σώματα επιταχύνονται

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ηρεμεί ένα δοχείο μάζας m_1 . Σε μια στιγμή ένα παιδί τραβάει μέσω νήματος το δοχείο, ασκώντας του οριζόντια δύναμη μέτρου $F=6\text{N}$, με αποτέλεσμα να το μετακινεί κατά d_1 σε ορισμένο χρονικό διάστημα Δt . Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα μέσα στο δοχείο έχουμε τοποθετήσει ένα σώμα Σ μάζας m_2 , με αποτέλεσμα η μετατόπιση του συστήματος, στο ίδιο χρονικό διάστημα Δt , να είναι d_2 , όπου $d_1=3d_2$.



i) Μεταξύ των δύο μαζών m_1 και m_2 ισχύει η σχέση:

$$\alpha) m_1 = 2m_2, \quad \beta) m_1 = 3m_2, \quad \gamma) m_1 = \frac{1}{2} m_2, \quad \delta) m_1 = \frac{1}{3} m_2.$$

ii) Αν η ταχύτητα του δοχείου στο πρώτο πείραμα περιγράφεται από το διάγραμμα (1), στο δεύτερο περιγράφεται από το γράφημα (2) ή (3) και γιατί;

iii) Να σχεδιάσετε την δύναμη που ασκεί το σώμα Σ στο αριστερό πλευρό του δοχείου (με κίτρινο χρώμα), υπολογίζοντας και το μέτρο της, αν όλες οι επιφάνειες είναι λείες.

28) Ελεύθερη πτώση και πτώση στον αέρα

Αφήνουμε ένα σώμα να πέσει από ύψος $h=45\text{m}$ από το έδαφος.

i) Αν η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, ενώ $g=10\text{m/s}^2$:

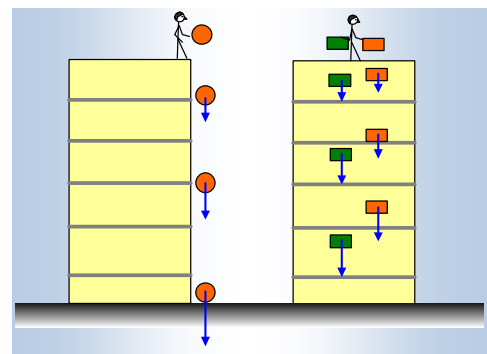
α) Να βρεθεί ο χρόνος ο χρόνος πτώσης και η ταχύτητα με την οποία το σώμα φτάνει στο έδαφος.

β) Να γίνει η γραφική παράσταση της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι που να φτάσει στο έδαφος.

ii) Αφήνουμε μια μπάλα να πέσει από την ταράτσα μιας πολυκατοικίας και από ύψος 45m από το έδαφος, ενώ πάνω της ασκείται και μια δύναμη από τον αέρα (η αντίσταση του αέρα).

α) Αν η αντίσταση του αέρα θεωρείται σταθερή δύναμη, ποιο διάγραμμα από το αριστερό σχήμα, παριστά την ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο; Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

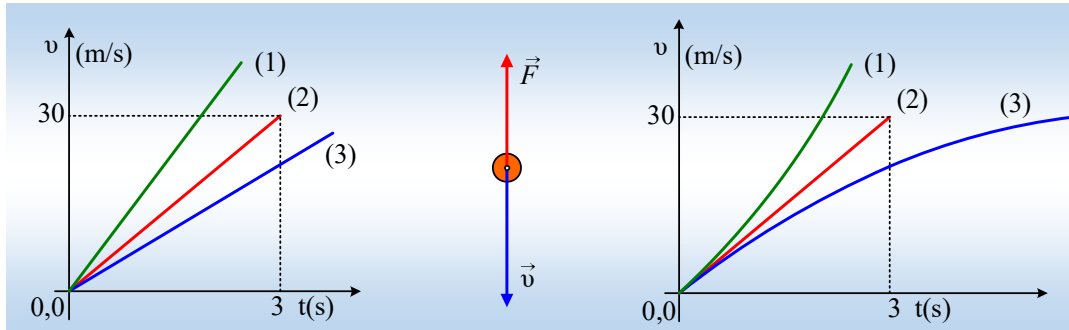
β) Βέβαια η αντίσταση του αέρα δεν είναι σταθερή. Είναι μια δύναμη αντίθετης κατεύθυνσης από την



ταχύτητα και έχει μέτρο, ανάλογο του μέτρου της ταχύτητας.

β₁) Ποια η αρχική επιτάχυνση της μπάλας μόλις αφεθεί να κινηθεί;

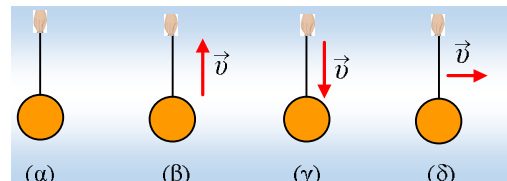
β₂) Ποια καμπύλη, από το δεξιό σχήμα, παριστά τώρα το μέτρο της ταχύτητας της μπάλας σε συνάρτηση με το χρόνο;



iii) Από την τaráτσα της ίδιας πολυκατοικίας αφήνουμε να πέσουν ταυτόχρονα δυο κιβώτια, ένα πράσινο και ένα κόκκινο (βλέπε σχήμα) του ίδιου όγκου και σχήματος, ενώ στο σχήμα βλέπετε τις θέσεις τους κάποιες στιγμές στη διάρκεια της πτώσης. Ποιο κιβώτιο είναι βαρύτερο και γιατί;

29) Η συνισταμένη δύναμη σε 4 περιπτώσεις.

Μια σφαίρα είναι δεμένη στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου νήματος, το άλλο άκρο του οποίου κρατάμε με το χέρι μας και στο σχήμα δίνονται 4 διαφορετικές καταστάσεις, όπου:



Στην περίπτωση (α) η σφαίρα ηρεμεί, στη (β) η σφαίρα κινείται με σταθερή ταχύτητα κατακόρυφα προς τα πάνω, στη (γ) το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα κατακόρυφα προς τα κάτω και τέλος στην (δ) η σφαίρα κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα.

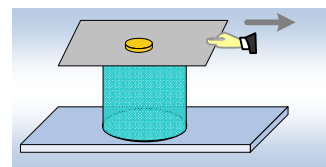
i) Για τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στη σφαίρα, υποστηρίζεται η άποψη ότι, στην (α) περίπτωση είναι μηδενική, στις περιπτώσεις (β) και (γ) είναι κατακόρυφη, ενώ στην περίπτωση (δ) οριζόντια. Συμφωνείτε ή όχι με την άποψη αυτή; Να δικαιολογείτε την απάντησή σας.

ii) Σε ποια ή ποιες από τις παραπάνω περιπτώσεις η σφαίρα

30) Πειραματιζόμαστε και προβληματιζόμαστε...

Ένα γνωστό πείραμα, που χρησιμοποιείται συχνά ως επιβεβαίωση της αρχής της αδράνειας των σωμάτων, είναι το παρακάτω.

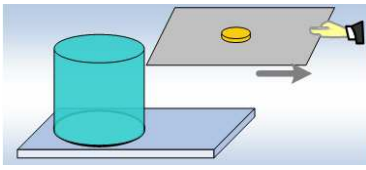
Πάνω σε ένα ποτήρι βάζουμε ένα βιβλίο και πάνω του ένα κέρμα. Τραβώντας το βιβλίο, το κέρμα πέφτει στο ποτήρι, αφού θέλει να διατηρήσει την κινητική του κατάσταση, δηλαδή παραμένει ακίνητο και δεν συμμετέχει στην κίνηση του βιβλίου.



Πάμε να πειραματιστούμε:

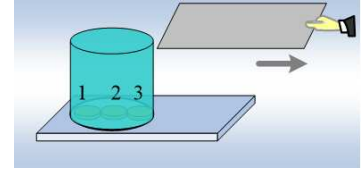
i) Τραβάμε το βιβλίο και βλέπουμε να παρασύρεται και το κέρμα, όπως φαίνεται στη διπλανή εικόνα.

Μπορείτε να ερμηνεύσετε την μετακίνηση του κέρματος και την «αποτυχία» του πειράματος;

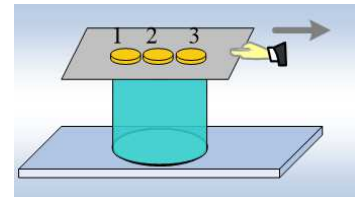


ii) Οι οδηγίες μας λένε, ότι για να πέσει το κέρμα μέσα στο ποτήρι, πρέπει να «τραβήξουμε απότομα» το βιβλίο. Τι ακριβώς σημαίνει η φράση «απότομα» και πώς μεταφράζεται σε όρους Φυσικής;

iii) Επαναλαμβάνουμε τώρα το πείραμα, τραβώντας απότομα το βιβλίο και το κέρμα πέφτει μέσα στο ποτήρι. Σε ποια από τις τρεις θέσεις (1,2,3) που φαίνονται στο σχήμα, πρόκειται να βρεθεί το κέρμα;



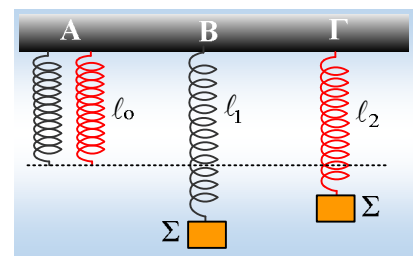
iv) Κάποιος μαθητής υποστηρίζει ότι, το αποτέλεσμα συνδέεται και με την αρχική θέση του κέρματος. Σε ποια από τις διπλανές θέσεις (1,2,3) θα προτείνατε εσείς να τοποθετηθεί το κέρμα, για να πετύχουμε την πτώση του μέσα στο ποτήρι;



Να δικαιολογήστε αναλυτικά τις απαντήσεις σας.

31) Ο νόμος του Hooke και η επιμήκυνση του ελατηρίου

Στο διπλανό σχήμα (Α), βλέπετε δύο ελατήρια που κρέμονται σε κατακόρυφη θέση με το ίδιο μήκος ℓ_0 (το φυσικό μήκος τους), όταν στο ελεύθερο άκρο τους δεν ασκείται κάποια δύναμη. Δίπλα, στο σχήμα Β, το πρώτο ελατήριο έχει μήκος ℓ_1 , όταν στο κάτω άκρο έχουμε δέσει ένα σώμα Σ βάρους w , το οποίο ηρεμεί, ενώ για το δεύτερο ελατήριο η αντίστοιχη εικόνα είναι η Γ.

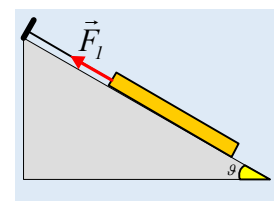


- Το ελατήριο επιμηκώνεται στο Β σχήμα, αφού ασκείται πάνω του το βάρος του σώματος Σ.
- Για το πρώτο ελατήριο (στο σχήμα Β), το βάρος του σώματος Σ, συνδέεται με το μήκος του ελατηρίου, με τη σχέση $w = k_1 \cdot \ell_1$, όπου k_1 η σταθερά του ελατηρίου.
- Το δεύτερο ελατήριο είναι σκληρότερο από το πρώτο ($k_2 > k_1$).

Να χαρακτηρίστε ως σωστές ή λανθασμένες τις παραπάνω προτάσεις εξηγώντας **ΑΝΑΛΥΤΙΚΑ** τις απαντήσεις σας.

32) Η σανίδα και το κιβώτιο

Σε λείο κεκλιμένο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα μάζας $m = 10\text{kg}$, δεμένη με νήμα όπως στο σχήμα, παράλληλο προς το κεκλιμένο επίπεδο. Αν η τάση του νήματος έχει μέτρο $F_1 = 50\text{N}$:



- Να αναλύσετε το βάρος της σανίδας σε δυο συνιστώσες, μια παράλληλη και μια κάθετη στο κεκλιμένο επίπεδο, υπολογίζοντας τα μέτρα τους.
- Τοποθετούμε πάνω στη σανίδα ένα κιβώτιο της ίδιας μάζας m , το οποίο αρχίζει να ολισθαίνει προς τα

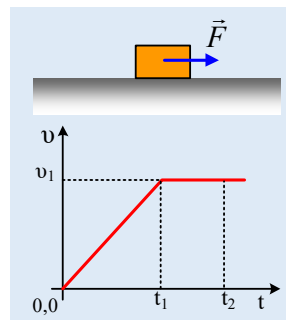
κάτω. Για όσο χρόνο το κιβώτιο βρίσκεται σε επαφή με τη σανίδα, η τάση του νήματος μπορεί έχει μέτρο:

α) $F_2=50\text{N}$, β) $50\text{N} \leq F_2 < 100\text{N}$, γ) $F_2=100\text{N}$, δ) $F_2>100\text{N}$.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

33) Από την ταχύτητα στη δύναμη στη δύναμη

Ένα σώμα ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή $t_0=0$, ασκείται πάνω του μια, σταθερής κατεύθυνσης, οριζόντια δύναμη F , όπως στο σχήμα, με αποτέλεσμα η ταχύτητα του σώματος να μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα.

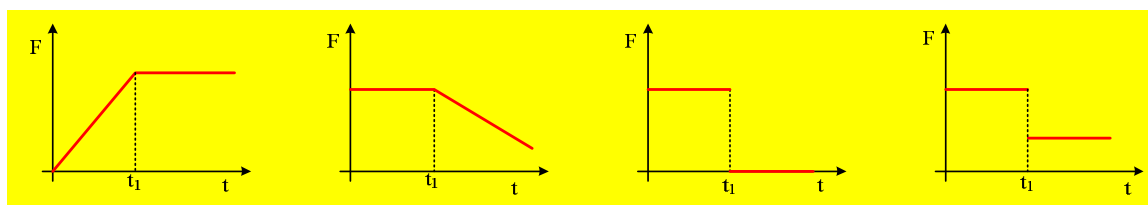


i) Στο χρονικό διάστημα $0-t_1$ το μέτρο της δύναμης:

α) αυξάνεται, β) παραμένει σταθερό, γ) μειώνεται.

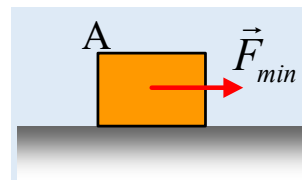
Να δικαιολογήσετε αναλυτικά την επιλογή σας.

ii) Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστά το μέτρο της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο; Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



34) Οι τριβές σε δύο κιβώτια

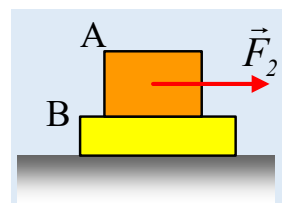
Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Α μάζας m , το οποίο εμφανίζει με το επίπεδο συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s$. (Η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής λαμβάνεται ίση και με την τριβή ολίσθησης). Η ελάχιστη οριζόντια δύναμη που πρέπει να ασκηθεί στο σώμα Α για να αρχίσει να μετακινείται έχει μέτρο $F_{\min}=10\text{N}$.



i) Αν στο σώμα ασκηθεί οριζόντια δύναμη μέτρου $F_1=6\text{N}$, τότε η τριβή που θα ασκηθεί στο σώμα θα έχει μέτρο:

α) $T_1<6\text{N}$, β) $T_1=6\text{N}$, γ) $T_1=10\text{N}$.

ii) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα δεύτερο σώμα Β, της ίδιας μάζας m . Τοποθετούμε πάνω του το σώμα Α, ασκώντας του και μια οριζόντια δύναμη μέτρου $F_2=14\text{N}$, όπως στο σχήμα. Αν μεταξύ των δύο σωμάτων εμφανίζεται τριβή με τους ίδιους, όπως και πριν, συντελεστές ($\mu=\mu_s$), τότε:



α) Το κάτω σώμα Β θα επιταχυνθεί προς τα δεξιά.

β) Μεγαλύτερη τριβή θα ασκηθεί στο κάτω σώμα Β.

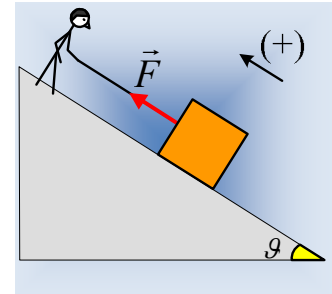
γ) Το σώμα Α θα ολισθήσει, αφού δέχεται δύναμη μεγαλύτερη από την μέγιστη δυνατή στατική τριβή (οριακή τριβή).

δ) Η τριβή που θα δεχτεί το Α σώμα θα έχει μέτρο ίσο με 10N.

Να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λανθασμένες τις παραπάνω προτάσεις δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

35) Ένας πίνακας για τις τριβές

Σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ , όπου $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$, τοποθετούμε ένα σώμα μάζας 20kg, στο οποίο ένας άνθρωπος ασκεί μέσω νήματος μια δύναμη F , παράλληλη με το επίπεδο όπως στο σχήμα. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι $\mu=0,5$, ενώ η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής (η οριακή τριβή) έχει το ίδιο μέτρο με την τριβή ολίσθησης, να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας, με τις τιμές της ασκούμενης τριβής και της επιτάχυνσης την οποία θα αποκτήσει το σώμα, για διάφορες τιμές της δύναμης F . Για την συμπλήρωση του πίνακα να θεωρήσετε θετική την προς τα πάνω κατεύθυνση κατά μήκος του επιπέδου. Για παράδειγμα μια τριβή μέτρου 2N με φορά προς τα πάνω θα γράφεται ως +2N, ενώ μια τριβή με φορά προς τα κάτω και μέτρο 6N θα συμπληρώνεται ως -6N.



F (N)	T (N)	a (m/s^2)
0		
30		
60		
120		
160		
200		
240		

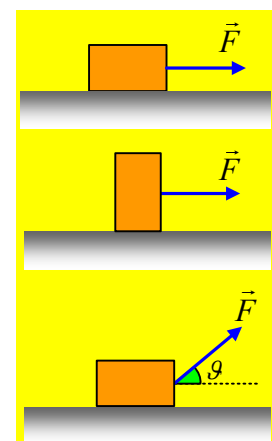
Να δώσετε σύντομες δικαιολογήσεις για το πώς καταλήξατε στις τιμές που θα γράψετε στον πίνακα.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

36) Όρθιο σώμα ή πλάγια δύναμη;

Ένα σώμα μάζας σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής $\mu=0,5$. Στο σώμα ασκούμε μια σταθερή οριζόντια δύναμη F , με αποτέλεσμα να μετακινείται κατά x_1 σε χρονικό διάστημα t_1 . Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, θέλοντας να πετύχουμε μεγαλύτερη μετατόπιση του σώματος, στο ίδιο χρονικό διάστημα t_1 . Για να το πετύχουμε προτείνονται δύο λύσεις:

- α) Να τοποθετήσουμε το σώμα σε επαφή με το επίπεδο με την μικρότερου εμβαδού έδρα του, όπως στο 2^ο σχήμα), οπότε έτσι θα μειώσουμε τις τριβές (το σώμα



δεν πρόκειται να ανατραπεί).

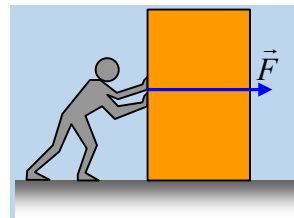
- β) Να ασκήσουμε πλάγια, ίδιου μέτρου δύναμη F , η διεύθυνση της οποίας να σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία $\theta=45^\circ$, όπως στο σχήμα.

Υπάρχει περίπτωση να πετύχουμε τη μεγαλύτερη μετατόπιση που επιθυμούμε;

Δίνεται ότι $\eta_{45^\circ} = \sin 45^\circ \approx 0,7$.

37) Σπρώχνοντας μια ντουλάπα.

Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια ντουλάπα μάζας 60kg . Ένα παιδί μάζας 50kg σπρώχνει την ντουλάπα ασκώντας της οριζόντια δύναμη $F=100\text{N}$, χωρίς να μπορέσει να την μετακινήσει.

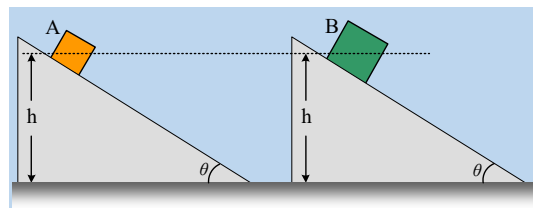


- Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στην ντουλάπα και στο παιδί.
- Ποιες οι δυνατές τιμές του συντελεστή τριβής μεταξύ ντουλάπας και επιπέδου και ποιες μεταξύ των παπουτσιών του παιδιού και του επιπέδου;
- Αν ο συντελεστής τριβής τόσο μεταξύ των παπουτσιών του παιδιού, όσο και της ντουλάπας, με το επίπεδο είναι $\mu=0,4$, πόση είναι η μέγιστη δύναμη που μπορεί το παιδί να ασκήσει στην ντουλάπα, χωρίς να γλιστρήσει;
- Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ των παπουτσιών και του επιπέδου είναι $\mu_2=0,8$ ενώ μεταξύ ντουλάπας και επιπέδου είναι $\mu_1=0,25$, ενώ ασκώντας κατάλληλη δύναμη F_1 το παιδί στη ντουλάπα, της προσδίδει σταθερή επιτάχυνση, με αποτέλεσμα να την μετακινεί κατά $1,6\text{m}$ σε χρονικό διάστημα 4s , να υπολογιστεί η τριβή που δέχεται το παιδί από το έδαφος.

Η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής (η οριακή τριβή), να θεωρηθεί ίση με την τριβή ολίσθησης, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

38) Κινήσεις σε κεκλιμένα επίπεδα.

Έχουμε δύο λεία κεκλιμένα επίπεδα με την ίδια γωνία κλίσεως θ . Στο πρώτο επίπεδο, αφήνουμε κάποια στιγμή ένα σώμα Α μάζας m και ταυτόχρονα στο δεύτερο επίπεδο, σώμα Β μάζας $M=2m$, από το ίδιο ύψος h , όπως στο σχήμα.

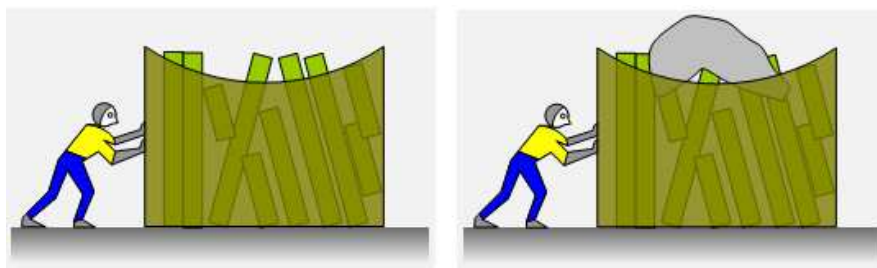


- Μεγαλύτερη δύναμη από το επίπεδο θα ασκηθεί:
 - στο σώμα Α, β) στο σώμα Β, γ) θα ασκηθούν δυνάμεις ίσου μέτρου.
- Πρώτο στη βάση του επιπέδου θα φτάσει:
 - το σώμα Α, β) το σώμα Β, γ) τα δυο σώματα θα φτάσουν ταυτόχρονα στο οριζόντιο επίπεδο.

39) Μετακινώντας ένα κιβώτιο με ξύλα

Ένα κιβώτιο με ξύλα μάζας $m=40\text{kg}$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ($t_0=0$), ένα παιδί Α αρχίζει να μετακινεί το κιβώτιο, ασκώντας του μια σταθερή οριζόντια δύναμη $F=90\text{N}$. Έτσι σε χρονικό διάστημα $t_1=4\text{s}$, έχει μετακινήσει το κιβώτιο κατά 2m . Την στιγμή αυτή ένα δεύτερο παιδί τοποθετεί στο κιβώτιο ένα

επιπλέον ξύλο μάζας 10kg, ενώ το παιδί Α συνεχίζει να σπρώχνει με την ίδια δύναμη. Να βρεθούν:

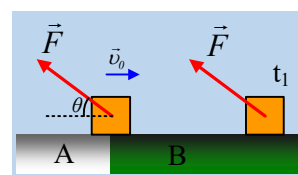


- Η αρχική επιτάχυνση του κιβωτίου μέχρι τη στιγμή t_1 .
- Ο συντελεστής τριβής μεταξύ κιβωτίου και οριζοντίου επιπέδου.
- Η επιτάχυνση του κιβωτίου, μόλις προστεθεί στο κιβώτιο το ξύλο των 10kg.
- Τη συνολική μετατόπιση του κιβωτίου μέχρι τη στιγμή $t_2=10s$.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

40) Κίνηση σώματος σε δύο επίπεδα

Ένα σώμα μάζας 4kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο Α και σε μια στιγμή $t_0=0$, περνά με ταχύτητα $v_0=12m/s$, σε ένα δεύτερο μη λείο οριζόντιο επίπεδο Β, με αποτέλεσμα να επιβραδύνεται και να σταματά την προς τα δεξιά κίνησή του, τη στιγμή $t_1=3s$. Στο σώμα ασκείται διαρκώς μια σταθερή δύναμη μέτρου $F=5N$, η οποία σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία θ , όπου $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$ όπως στο σχήμα.

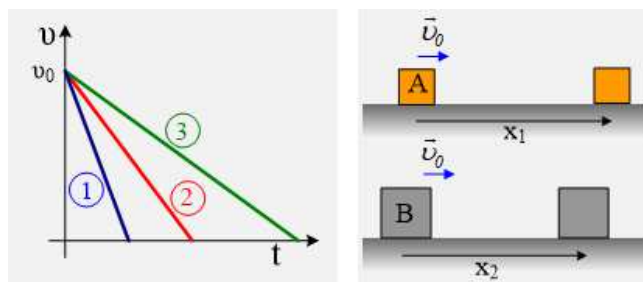


- Να αναλύσετε τη δύναμη F σε δυο συνιστώσες, μια οριζόντια και μια κατακόρυφη, υπολογίζοντας και τα μέτρα των δύο συνιστωσών.
- Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος στο επίπεδο Β.
- Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος και του επιπέδου Β.
- Να κάνετε τη γραφική παράσταση της τριβής που ασκείται στο σώμα, από 0-5s, θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

41) Η εκτόξευση δύο σωμάτων

Ένα σώμα Α μάζας m εκτοξεύεται σε οριζόντιο επίπεδο με αρχική ταχύτητα v_0 και στο διπλανό σχήμα, η γραμμή (2) δείχνει πώς μεταβάλλεται η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι να σταματήσει.



- i) Αν εκτοξεύουμε στο ίδιο επίπεδο με την ίδια αρχική ταχύτητα, ένα δεύτερο σώμα B, με μάζα $2m$, το οποίο παρουσιάζει τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης με το επίπεδο, τότε η ταχύτητά του μεταβάλλεται όπως η γραμμή:

α) (1), β) (2), γ) (3)

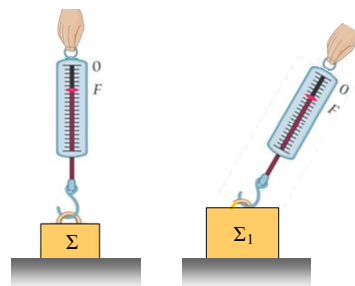
- ii) Αν το A σώμα σταματήσει αφού μετατοπισθεί κατά x_1 , τότε το σώμα B θα σταματήσει αφού μετακινηθεί κατά x_2 , όπου:

α) $x_1 < x_2$, β) $x_1 = x_2$, γ) $x_1 > x_2$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

42) Εφαρμόζουμε τον 3^ο νόμο.

- i) Ένα σώμα Σ βάρους 5N ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο ενώ είναι δεμένο και με κατακόρυφο δυναμόμετρο το οποίο δείχνει 3N , όπως στο αριστερό σχήμα. Έστω F_1 η δύναμη που δέχεται το σώμα Σ από το δυναμόμετρο και F_2 η δύναμη από το επίπεδο. Αφού σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ, να συμπληρώσετε τα κενά στο παρακάτω κείμενο.



Η δύναμη F_1 έχει διεύθυνση φορά προς τα και μέτροN.

Η δύναμη F_2 έχει διεύθυνση φορά προς τα και μέτροN.

Η αντίδραση της F_1 , ασκείται στο έχει διεύθυνση φορά προς και μέτροN.

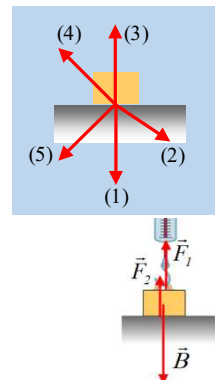
Η αντίδραση της F_2 , ασκείται στο έχει διεύθυνση φορά προς και μέτροN.

Η αντίδραση του βάρους, ασκείται στ έχει διεύθυνση φορά προς και μέτροN.

- ii) Το διπλανό σώμα Σ₁ βάρους B, ισορροπεί επίσης στο ίδιο επίπεδο, αλλά το δυναμόμετρο είναι τώρα πλάγιο, δείχνοντας κάποια ένδειξη xN.

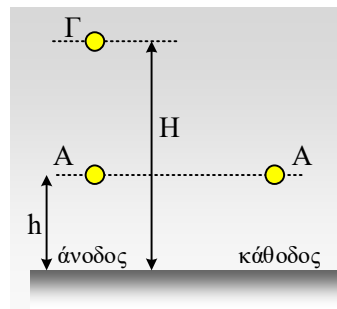
α) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ₁.

β) Ποιο από τα διανύσματα του διπλανού σχήματος, μπορεί να δείχνει τη δύναμη που ασκεί το σώμα Σ₁ στο οριζόντιο επίπεδο;



43) Μια κατακόρυφη κίνηση μπάλας

Μια μπάλα εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω, οπότε μετά από λίγο περνά από ένα σημείο Α σε ύψος h με ταχύτητα μέτρου v_1 , φτάνει σε μέγιστο ύψος H , στο σημείο Γ, ενώ στη συνέχεια κινείται ξανά προς τα κάτω και περνά μετά από λίγο ξανά από το σημείο Α, με ταχύτητα μέτρου v_2 .



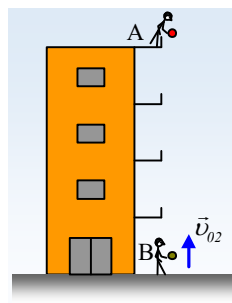
- Να σχεδιάσετε τα διανύσματα της ταχύτητας και της επιτάχυνσης της μπάλας, στις θέσεις Γ και Α (για την άνοδο και την κάθοδο), πάνω στο διπλανό σχήμα.
- Να αποδείξετε ότι για τα μέτρα των ταχυτήτων v_1 και v_2 της μπάλας στη θέση Α ισχύει $v_1 = v_2$.
- Αν για τη μετάβαση από το Α στο Γ απαιτείται χρονικό διάστημα Δt_1 , τότε το χρονικό διάστημα για την πτώση από το Γ στο Α απαιτείται χρονικό διάστημα Δt_2 , όπου:
 - $\Delta t_2 < \Delta t_1$, β) $\Delta t_2 = \Delta t_1$, γ) $\Delta t_2 > \Delta t_1$.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

44) Δυο μπάλες κινούνται κατακόρυφα

Δυο φίλοι, ο Αντώνης και ο Βασίλης, βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφη, ο Αντώνης στην ταράτσα μιας πολυκατοικίας και ο Βασίλης στο έδαφος, όπως στο διπλανό σχήμα. Κάποια στιγμή $t_0=0$, ο Αντώνης αφήνει να πέσει ελεύθερα μια μικρή σφαίρα (α), ενώ την ίδια στιγμή ο Βασίλης εκτοξεύει κατακόρυφα με φορά προς τα πάνω, μια δεύτερη σφαίρα (β) με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_{02}=20\text{m/s}$. Οι δυο μπάλες συγκρούονται τη στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα της (β) και στη συνέχεια πέφτουν στο έδαφος, κινούμενες πάντα στην ίδια κατακόρυφο.



- Ποια σφαίρα κινείται με μεγαλύτερη επιτάχυνση;
- Να πάρετε έναν κατακόρυφο άξονα y , με $y=0$ τη θέση που αφήνεται η πρώτη σφαίρα να κινηθεί και με θετική φορά προς τα κάτω. Με βάση τον άξονα αυτό να γράψετε τις εξισώσεις της ταχύτητας και της θέσης κάθε σφαίρας, σε συνάρτηση με το χρόνο.
- Ποια χρονική στιγμή συγκρούονται οι δυο σφαίρες και σε πόσο ύψος θα γίνει η σύγκρουση μεταξύ τους;
- Από ποιο ύψος ο Αντώνης αφήνει την (α) σφαίρα να πέσει;
- Αν η δεύτερη σφαίρα (β) φτάνει ξανά στο έδαφος τη χρονική στιγμή $t_2=3\text{s}$, να υπολογιστεί η ταχύτητά της τη στιγμή που κτυπά στο έδαφος.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$, ενώ δεχόμαστε ότι η δεύτερη σφαίρα ξεκινά την κίνησή της από το έδαφος (μηδενικό ύψος).

45) Η επιτάχυνση και η ταχύτητα

Ένα σώμα κινείται στον αέρα και κάποια στιγμή βρίσκεται στη θέση που δείχνει το διπλανό σχήμα δεχόμενο

μόνο δύο κατακόρυφες δυνάμεις. Το βάρος με μέτρο 4N και την Α (λέγεται και άνωση) μέτρου $A=3N$.

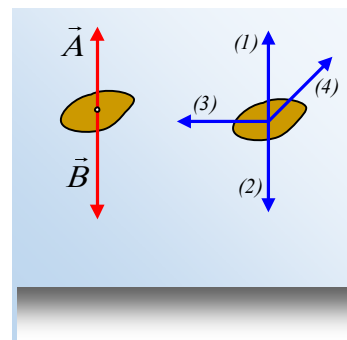
i) Ποιο από τα διανύσματα του παράπλευρου σχήματος, μπορεί να παριστά την επιτάχυνση του σώματος;

α) (1), β) (2), γ) το (1) ή το (2), δ) όλα τα διανύσματα

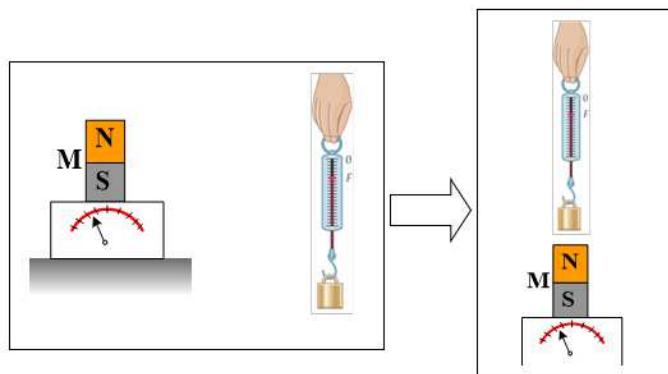
ii) Το διάνυσμα που μπορεί να παριστά την (στιγμιαία) ταχύτητα του σώματος είναι:

α) το (1), β) το (1) ή το (2), γ) το (1) ή το (2) ή το (3), δ) όλα τα διανύσματα.

iii) Σε ένα άλλο πείραμα, κρατάμε με το χέρι μας το σώμα και σε μια στιγμή το αφήνουμε να κινηθεί, οπότε πάνω του ασκούνται ξανά οι παραπάνω δυνάμεις. Μετά από χρόνο $t_1=0,2s$, ποιο διάνυσμα θα παριστά την ταχύτητα του σώματος;



46) Δυνάμεις και ισορροπίες



Πάνω σε μια ζυγαριά ακριβείας, τοποθετούμε ένα μαγνήτη M, με αποτέλεσμα η ζυγαριά να δείχνει ένδειξη 5N. Στο άκρο του δυναμομέτρου του διπλανού σχήματος, το οποίο κρατάμε με το χέρι μας, αναρτούμε ένα σιδερένιο λουκέτο βάρους 2,5N.

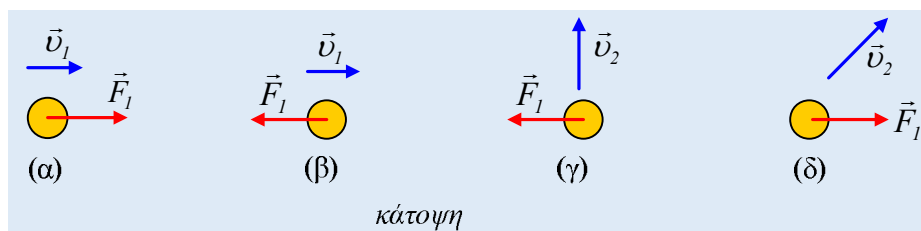
i) Αφού σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο μαγνήτη και στο λουκέτο, να υπολογίσετε τα μέτρα τους.

ii) Μετακινούμε το δυναμόμετρο φέρνοντάς το σε θέση πάνω από το μαγνήτη, όπως στο δεύτερο σχήμα. Στη θέση αυτή ο μαγνήτης έλκει το λουκέτο ασκώντας του δύναμη 1N. Ποιες είναι τώρα οι ενδείξεις της ζυγαριάς και του δυναμομέτρου;

47) Τέσσερις οριζόντιες κινήσεις

Μια μπάλα κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, με **σταθερή** ταχύτητα, με την επίδραση δύο οριζοντίων δυνάμεων F_1 και F_2 (ασκούνται πάνω της επίσης το βάρος και η κάθετη αντίδραση του επιπέδου, οι οποίες όμως είναι κατακόρυφες, έχουν μηδενική συνισταμένη και δεν επηρεάζουν την κίνηση). Στο παρακάτω σχήμα σε κάτοψη (κοιτάζουμε τη μπάλα από πάνω...), δίνονται τέσσερις διαφορετικές εκδοχές της κίνησης, ενώ σε κάθε περίπτωση έχει σχεδιαστεί η δύναμη F_1 , η οποία έχει μέτρο $F_1=6N$. Στις περιπτώσεις (α) και (β) το μέτρο

της ταχύτητας είναι $v_1=2\text{m/s}$, ενώ στις περιπτώσεις (γ) και (δ) $v_2=3\text{m/s}$.

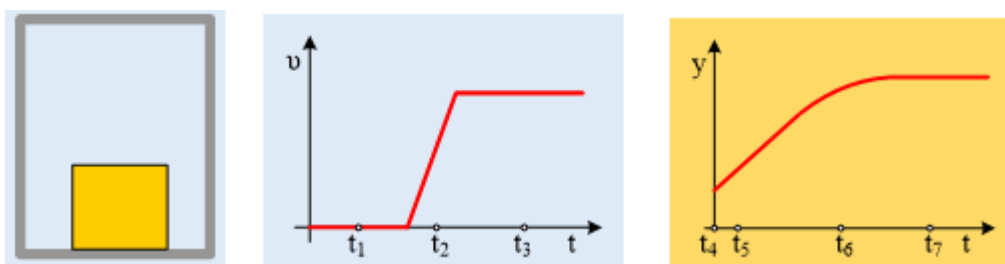


- Να σημειώστε πάνω στα σχήματα τη δύναμη F_2 και για τις 4 κινήσεις.
- Να συγκρίνετε το μέτρο της δύναμης F_2 στις 4 παραπάνω περιπτώσεις.

48) Ένα ασανσέρ ανεβαίνει...

Τοποθετούμε στο ασανσέρ ένα μεγάλο κιβώτιο βάρους 800N , προκειμένου να το ανεβάσουμε στον 5° όροφο μιας πολυκατοικίας.

- A) Αν κάποια στιγμή το ασανσέρ αρχίζει την άνοδό του και μας δώσουν το 1ο διάγραμμα το οποίο δείχνει πώς μεταβάλλεται η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο μέχρι τη στιγμή που περνά από τον 1° όροφο:



- Να σχεδιάσετε τρία πρόχειρα σχήματα στα οποία να εμφανίζονται οι δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο τις χρονικές στιγμές:

α) t_1 , β) t_2 , γ) t_3 .

- Η δύναμη που ασκείται στο κιβώτιο από το δάπεδο (ας την συμβολίσουμε N , κάθετη δύναμη στήριξης ή κάθετη αντίδραση του δαπέδου) έχει μεγαλύτερο μέτρο, τη χρονική στιγμή t_1 ή τη στιγμή t_3 ;
- Το μέτρο της δύναμης N τη στιγμή t_2 μπορεί να έχει μέτρο:

α) $N_2=700\text{N}$, β) $N_2=800\text{N}$, γ) $N_2=900\text{N}$

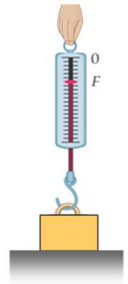
- B) Για κάποιο τμήμα της διαδρομής του κιβωτίου, μας δίνουν τη θέση του σε συνάρτηση με το χρόνο, η οποία μεταβάλλεται όπως στο 2ο διάγραμμα.

Να συγκρίνετε το μέτρο της δύναμης N που δέχεται το κιβώτιο, από το δάπεδο του ασανσέρ τις χρονικές στιγμές t_5 , t_6 και t_7 , αντλώντας τις κατάλληλες πληροφορίες που απαιτούνται από το διπλανό διάγραμμα.

49) Τραβάμε το σώμα με ένα δυναμόμετρο

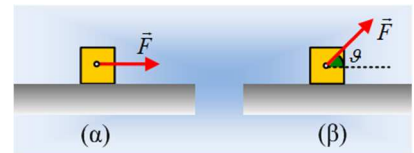
Ένα σώμα βάρους 15N ηρεμεί στο δάπεδο. Δένουμε το σώμα στο κάτω άκρο δυναμόμετρου, το οποίο κρατάμε με το χέρι μας, όπως στο διπλανό σχήμα.

- i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, πριν το δέσουμε με το δυναμόμετρο και να υπολογίσετε τα μέτρα τους.
- ii) Να υπολογίσετε τη δύναμη που δέχεται το σώμα από το δάπεδο, αν τραβώντας το δυναμόμετρο πετύχουμε ένδειξη 7N.
- iii) Τι θα συμβεί αν τραβήξουμε περισσότερο ώστε το δυναμόμετρο να δείξει ένδειξη 17N;



50) Τι είναι προτιμότερο;

Ένα σώμα ηρεμεί σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο. Για να το μετακινήσουμε, του ασκούμε μια σταθερή δύναμη F , είτε οριζόντια (σχήμα α), είτε πλάγια (σχήμα β), όπου η γωνία θ , την οποία σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση, έχει $\eta\mu\theta=0,8$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,6$. Στο ερώτημα σε ποια περίπτωση το σώμα αποκτά μεγαλύτερη επιτάχυνση δίνονται τρεις απαντήσεις:

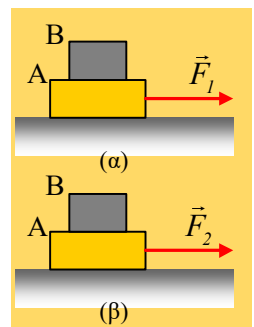


- i) Το σώμα στο (α) σχήμα αποκτά μεγαλύτερη επιτάχυνση, αφού δέχεται μεγαλύτερη οριζόντια δύναμη F .
- ii) Μεγαλύτερη επιτάχυνση αποκτά το σώμα στην (β) περίπτωση, αφού η άσκηση πλάγιας δύναμης στο σώμα, μειώνει την κάθετη αντίδραση του επιπέδου, οπότε μειώνεται και η ασκούμενη τριβή.
- iii) Δεν μπορούμε να απαντήσουμε, αφού μπορεί να ισχύει είτε το ένα είτε το άλλο, ανάλογα με την τιμή του συντελεστή τριβής μεταξύ του σώματος και του επιπέδου.

Εσείς με ποια θέση συμφωνείτε;

51) Τα κιβώτια με τριβές και χωρίς τριβή

Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δυο σώματα Α και Β με μάζες M και $2M$ αντίστοιχα, ηρεμούν σε οριζόντιο επίπεδο. Στο (α) σχήμα οι συντελεστές τριβής, τόσο μεταξύ του σώματος Α και επιπέδου, όσο και μεταξύ των δύο σωμάτων είναι $\mu=\mu_s=1/6$. Στο (β) σχήμα έχουμε τους ίδιους συντελεστές τριβής μεταξύ του σώματος Α και του επιπέδου, αλλά δεν εμφανίζεται τριβή μεταξύ των δύο σωμάτων.



- i) Αν F_1 η ελάχιστη απαραίτητη οριζόντια δύναμη που πρέπει να ασκηθεί στο σώμα Α για να κινηθεί στο (α) σχήμα και F_2 η αντίστοιχη για την περίπτωση του (β) σχήματος, ισχύει:

$$\alpha) F_1 < F_2, \quad \beta) F_1 = F_2, \quad \gamma) F_1 > F_2.$$

- ii) Ασκούμε οριζόντια δύναμη μέτρου $F=0,8Mg$ στο Α κιβώτιο και στις δύο παραπάνω περιπτώσεις. Αν a_1 και a_2 οι επιταχύνσεις που αποκτά το σώμα Α, στις δύο παραπάνω περιπτώσεις, τότε:

$$\alpha) a_1 < a_2, \quad \beta) a_1 = a_2, \quad \gamma) a_1 > a_2.$$

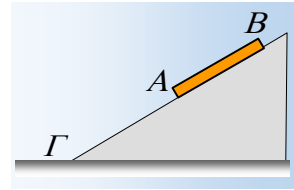
52) Μια σανίδα σε κεκλιμένο επίπεδο.

Σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ , όπου $\eta\mu\theta=0,6$ συγκρατείται μια σανίδα ΑΒ μήκος $(AB)=2m$ και μάζας $m=4kg$, σε θέση τέτοια ώστε το άκρο της Α να απέχει απόσταση $(ΑΓ)=2,25m$ από τη βάση του επιπέδου. Σε

μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερη τη σανίδα, οπότε χρειάζεται χρόνο $t_1=1,5\text{s}$, μέχρι το άκρο της Α να φτάσει στο Γ.

Επαναφέρουμε τη σανίδα στην αρχική της θέση, τοποθετώντας στο άκρο της Β, ένα σώμα Σ μάζας $M=6\text{kg}$, το οποίο δεν εμφανίζει τριβές με τη σανίδα. Αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί.

i) Με ποια ταχύτητα το σώμα Σ εγκαταλείπει το άκρο Α της σανίδας;



Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα τοποθετούμε τη σανίδα σε άλλο κεκλιμένο επίπεδο, της ίδια κλίσης, με το οποίο εμφανίζει συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0,2$. Τοποθετούμε στο άκρο της Β το ίδιο σώμα Σ και κάποια στιγμή, αφήνουμε ξανά ελεύθερα τα σώματα να κινηθούν.

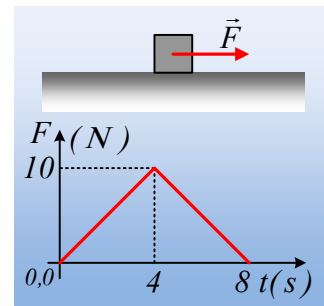
ii) Ποιες οι ταχύτητες σανίδας και σώματος Σ, τη στιγμή που το Σ εγκαταλείπει τη σανίδα;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ το σώμα Σ να θεωρηθεί υλικό σημείο.

53) Η κίνηση και η μέγιστη ταχύτητα σώματος

Ένα σώμα ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει τριβές με μέτρο $T_{op}=T_{ολ}=5\text{N}$. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση οριζόντιας μεταβλητής δύναμης $\vec{F}$, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως στο διάγραμμα.

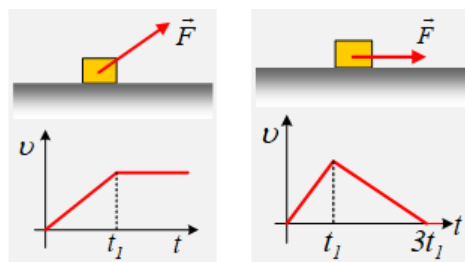
Να χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δικαιολογώντας πλήρως τις θέσεις σας.



- Μόλις ασκηθεί στο σώμα η δύναμη $\vec{F}$, αυτό θα κινηθεί προς δεξιά.
- Το σώμα, στο χρονικό διάστημα 0-8s, έχει μέγιστη επιτάχυνση προς τα δεξιά, τη στιγμή $t_1=4\text{s}$.
- Τη χρονική στιγμή $t_1=4\text{s}$, το σώμα αποκτά τη μέγιστη ταχύτητά του.
- Το σώμα σταματά να κινείται τη χρονική στιγμή $t_2=6\text{s}$.

54) Δύο ερωτήσεις για Β' Θέμα.

1) Ένα σώμα ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή $t_0=0$, ασκείται πάνω του μια δύναμη F, όπως στο σχήμα, σταθερής διεύθυνσης, μέχρι τη στιγμή t_1 , όπου η δύναμη καταργείται. Στο σχήμα δίνεται η ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.



i) Το επίπεδο είναι λείο ή όχι;

ii) Η δύναμη F έχει σταθερό ή μεταβλητό μέτρο;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

2. Ένα σώμα ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή $t_0=0$, ασκείται πάνω του μια οριζόντια δύναμη F , όπως στο 2ο σχήμα, μέχρι τη στιγμή t_1 , όπου η δύναμη καταργείται. Στο σχήμα δίνεται η ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

i) Να εξηγήσετε γιατί το επίπεδο δεν είναι λείο.

ii) Αν T είναι το μέτρο της τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου, τότε για το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F , ισχύει:

$$\alpha) F=T, \quad \beta) F=2T, \quad \gamma) F=3T, \quad \delta) F=4T.$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

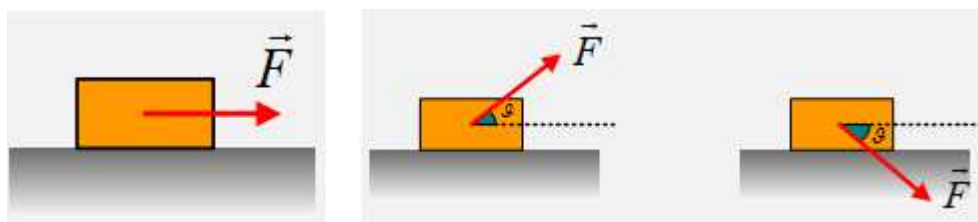
55) Η ίδια δύναμη, με άλλη διεύθυνση

Ένα σώμα 2 kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας σταθερής δύναμης, μέτρου $F=10\text{ N}$, με αποτέλεσμα να μετακινηθεί κατά 1 m σε χρονικό διάστημα 2 s .

i) Να βρεθεί η επιτάχυνση του σώματος.

ii) Ποιος ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του επιπέδου;

iii) Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία σε δυο άλλες εκδοχές, που φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



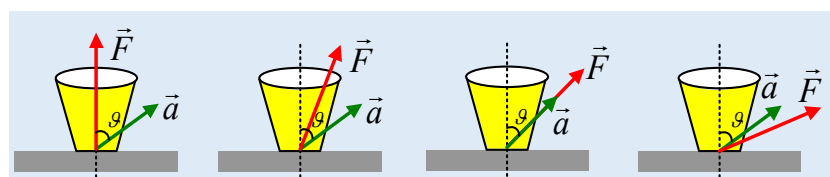
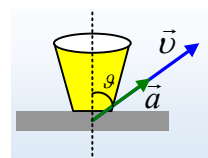
Η ασκούμενη δύναμη F έχει το ίδιο μέτρο ($F=10\text{ N}$) και στο πρώτο σχήμα σχηματίζει γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση προς τα πάνω, ενώ στο δεύτερο προς τα κάτω.

Θα μετακινηθεί στις περιπτώσεις αυτές το σώμα; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι ίσος με τον αντίστοιχο συντελεστή για την οριακή στατική τριβή, $g=10\text{ m/s}^2$, ενώ $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\eta\theta=0,8$.

56) Ο δίσκος ανεβαίνει πλάγια

Ο δίσκος της προηγούμενης ανάρτησης «[το ποτήρι μεταφέρεται](#)», κινείται πλάγια προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση $a=0,3\text{ m/s}^2$, σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία θ με την κατακόρυφη, όπως στο σχήμα.



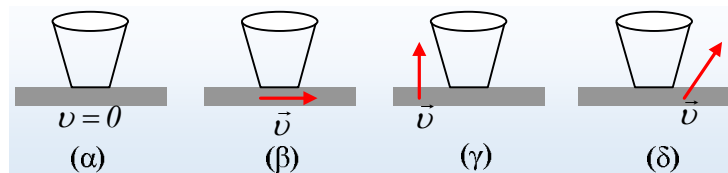
Σε ποιο από τα παρακάτω σχήματα αποδίδεται σωστά η δύναμη F που δέχεται το ποτήρι από τον δίσκο;

Δίνεται ότι το ποτήρι δεν γλιστρά, κινούμενο μαζί με το δίσκο.

57) Το ποτήρι μεταφέρεται

Ένα ποτήρι μάζας 100g βρίσκεται πάνω σε ένα δίσκο.

- i) Να βρεθεί η δύναμη που ασκεί το ποτήρι στο δίσκο στις περιπτώσεις που δείχνονται στα παρακάτω σχήματα, όπου στο πρώτο ο δίσκος είναι ακίνητος, ενώ στις υπόλοιπες κινείται με σταθερή ταχύτητα και με την κατεύθυνση που δείχνουν τα βελάκια.



- ii) Να βρεθεί η δύναμη που ασκεί ο δίσκος στο ποτήρι, στις περιπτώσεις (β), (γ) και (δ), όταν τη στιγμή που η ταχύτητα του δίσκου έχει μέτρο $v=0,2\text{m/s}$, αποκτά κατακόρυφη επιτάχυνση $a=0,4\text{m/s}^2$ με φορά προς τα πάνω.

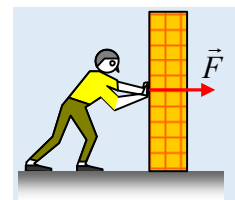
- iii) Ποιες θα ήταν οι απαντήσεις στο προηγούμενο ερώτημα, αν ο δίσκος είχε ταχύτητα $v'=0,4\text{m/s}$;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ σε όλες τις περιπτώσεις, το ποτήρι δεν γλιστράει πάνω στο δίσκο.

58) Ο τοίχος βέβαια, δεν υποχωρεί!

Ένα παιδί, σπρώχνει έναν τοίχο, ασκώντας του οριζόντια δύναμη F , όπως στο σχήμα.

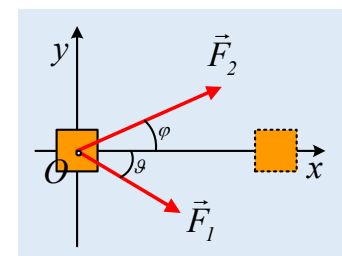
- i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο παιδί.
ii) Η μέγιστη τιμή της δύναμης F , που μπορεί να ασκήσει το παιδί στον τοίχο, χωρίς το ίδιο να γλιστρήσει, εξαρτάται από το βάρος του παιδιού ή από το πόσο «δυνατό» είναι;



Να δικαιολογήσετε αναλυτικά την απάντησή σας.

59) Κίνηση σε οριζόντιο επίπεδο με δυο δυνάμεις

Σε σημείο O , στην αρχή ενός συστήματος οριζοντίων αξόνων xy , ενός λείου οριζοντίου επιπέδου ηρεμεί ένα σώμα μάζας 10kg. Σε μια στιγμή $t=0$, ασκούνται στο σώμα δύο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις F_1 και F_2 , όπως στο σχήμα, με αποτέλεσμα τη στιγμή $t_1=2\text{s}$, το σώμα να έχει μετατοπισθεί κατά $\Delta x=2\text{m}$ στη διεύθυνση του άξονα x . Η δύναμη F_1 έχει μέτρο 5N και σχηματίζει γωνία θ με τον άξονα x , όπου $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$.

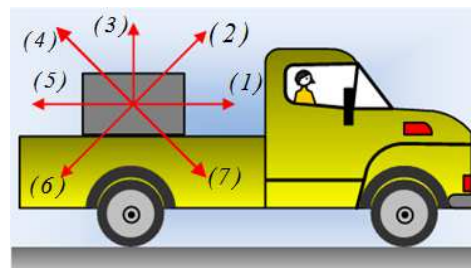


- i) Να αναλύσετε τη δύναμη F_1 σε συνιστώσες στους άξονες x και y και να υπολογίσετε τα μέτρα των δύο συνιστωσών.
ii) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση που αποκτά το σώμα, καθώς και τη συνισταμένη των δύο δυνάμεων.

- iii) Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης F_2 , καθώς και η γωνία φ που σχηματίζει η διεύθυνσή της με τον άξονα x .
- iv) Τη στιγμή t_1 η δύναμη F_2 παύει να ασκείται στο σώμα. Να βρεθεί η νέα επιτάχυνση του σώματος.
- v) Κάποιος υποστηρίζει ότι μετά τη στιγμή t_1 το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, στην κατεύθυνση της δύναμης F_1 . Να εξετάσετε αν αυτό είναι σωστό ή λανθασμένο.

60) Το κιβώτιο πάνω στην καρότσα του φορτηγού.

Ένα φορτηγό κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο, μεταφέροντας στην καρότσα του ένα βαρύ κιβώτιο, όπως στο σχήμα.



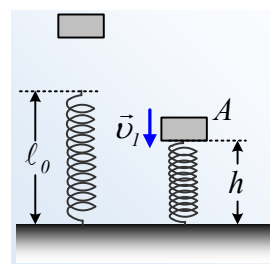
- i) Αν η ταχύτητα του φορτηγού είναι σταθερή, ποιο από τα διανύσματα που έχουν σχεδιαστεί στο σχήμα, παριστά την δύναμη που δέχεται το κιβώτιο από το φορτηγό;
- ii) Αν το φορτηγό επιταχύνεται αυξάνοντας την ταχύτητά του:
 - α) Ποιο από τα παραπάνω διανύσματα παριστά τη συνισταμένη δύναμη που δέχεται το κιβώτιο;
 - β) Ποιο διάνυσμα παριστά τη δύναμη, την οποία ασκεί το φορτηγό στο κιβώτιο;
- iii) Σε κάποια στιγμή το φορτηγό φρενάρει. Στη διάρκεια του φρεναρίσματος το κιβώτιο ασκεί στην καρότσα του φορτηγού δύναμη με κατεύθυνση ίδια με:
 - α) του διανύσματος (2), β) του διανύσματος (4),
 - γ) του διανύσματος (6), δ) του διανύσματος (7).

Το κιβώτιο δεν γλιστράει σε καμιά από τις παραπάνω περιπτώσεις, πάνω στην καρότσα.

Να δικαιολογήσετε τις επιλογές σας.

61) Η δράση, η αντίδραση και το ελατήριο

Μια πλάκα μάζας 4kg αφήνεται να πέσει από ορισμένο ύψος, πάνω σε ένα ιδανικό (αβαρές) κατακόρυφο ελατήριο, μήκους 60cm που στηρίζεται στο έδαφος. Κάποια στιγμή η εικόνα είναι όπως στο δεύτερο σχήμα, όπου το σώμα απέχει κατά 40cm από το έδαφος, έχοντας ταχύτητα $v_1=3\text{m/s}$. Αν το ελατήριο έχει σταθερά $K=150\text{N/m}$, για τη θέση αυτή Α:



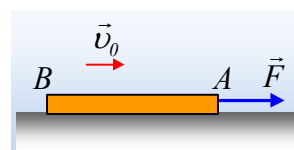
- i) Ποια δύναμη F_1 έχει συσπειρώσει το ελατήριο; Να την σχεδιάσετε στο σχήμα και να βρείτε το μέτρο της.
- ii) Να σχεδιάσετε σε άλλο σχήμα, την αντίδραση της δύναμης F_1 .
- iii) Να σχεδιάσετε επίσης και να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που το έδαφος ασκεί στο ελατήριο και την αντίδρασή της.
- iv) Κάποιος σας λέει ότι η μέγιστη ταχύτητα του σώματος κατά την κάθοδό του είναι πριν τη θέση Α, θεωρώντας ότι το σώμα επιβραδύνεται πέφτοντας στο ελατήριο. Να εξετάσετε αν αυτό είναι σωστό ή όχι.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

2014- 2016

62) Ένα σώμα πάνω σε σανίδα που σύρεται, σαν Φ.Ε.

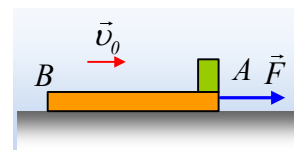
Σε οριζόντιο επίπεδο κινείται με σταθερή ταχύτητα $v_0=3\text{m/s}$ μια μακριά σανίδα μάζας $M=10\text{kg}$, με τη επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμης $F=40\text{N}$, όπως στο σχήμα



- 1) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σανίδα και να υπολογίστε την τριβή που δέχεται από το επίπεδο.

i) Να υπολογίστε το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σανίδας και επιπέδου.

Σε μια στιγμή $t_0=0$, αφήνουμε στο άκρο A της σανίδας, χωρίς αρχική ταχύτητα, ένα σώμα Σ_1 μάζας $m=4\text{kg}$, μικρών διαστάσεων, το οποίο εμφανίζει τριβή με τη σανίδα. Παρατηρούμε ότι η ταχύτητα της σανίδας μειώνεται, παρότι συνεχίζει να ασκείται πάνω της η δύναμη F .



- 2) το σώμα Σ_1 θα δεχθεί δύναμη τριβής από τη σανίδα με φορά:

α) προς τα δεξιά, β) προς τ' αριστερά.

- 3) Η τριβή που δέχεται η σανίδα από το επίπεδο:

α) θα αυξηθεί, β) θα μειωθεί, γ) θα παραμείνει σταθερή.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

- 4) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σανίδα και στο σώμα Σ_1 , μόλις το σώμα τοποθετηθεί πάνω στη σανίδα.

Τη στιγμή $t_1=1\text{s}$, η ταχύτητα της σανίδας παίρνει την τιμή $v'=1\text{m/s}$.

- 5) Μπορείτε να ερμηνεύσετε τη μείωση της ταχύτητας της σανίδας από 0-1s;

i) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση της σανίδας στο χρονικό διάστημα 0- t_1 .

- 6) Πόσο μετατοπίζετε η σανίδα στο ίδιο χρονικό διάστημα;

- 7) Να βρεθεί η τριβή που ασκείται στη σανίδα από το σώμα Σ_1 .

i) Να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σανίδας και σώματος Σ_1 .

8) Μπορείτε να περιγράψετε την κίνηση του σώματος Σ_1 ;

i) Βρείτε την επιτάχυνση του Σ_1 , καθώς και την ταχύτητά του τη στιγμή t_1 .

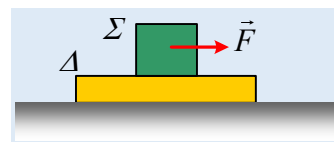
ii) Πόσο απέχει το σώμα Σ_1 από το άκρο Α της σανίδας τη στιγμή t_1 ;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

63) Στο πάνω σώμα ασκείται δύναμη. Μετά τι;

2. Μη λείο επίπεδο.

Ένα σώμα Σ , μάζας $2M$ ηρεμεί πάνω σε μια δοκό Δ , μάζας M , η οποία είναι ακίνητη σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ασκούμε στο πάνω σώμα Σ μια οριζόντια δύναμη με μέτρο $F=0,6Mg$.



Για τις περιπτώσεις που ακολουθούν, να σχεδιάστε πρώτα σε διαφορετικά σχήματα τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ και στη δοκό και στη συνέχεια να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

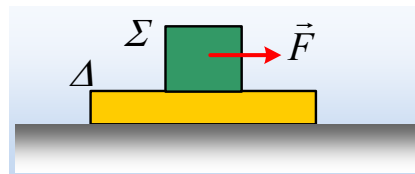
- 1) Αν η δοκός παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,2$, ενώ δεν εμφανίζεται τριβή μεταξύ σώματος Σ και δοκού τότε:
 - i) Το σώμα Σ θα επιταχυνθεί, ενώ η δοκός θα παραμείνει ακίνητη.
 - ii) Και τα δυο σώματα θα μείνουν ακίνητα.
 - iii) Το Σ θα επιταχυνθεί προς τα δεξιά, παρασύροντας στην κίνησή του και τη δοκό.
- 2) Αν ο συντελεστής τριβής, τόσο μεταξύ του σώματος Σ και της δοκού, όσο και μεταξύ δοκού και δαπέδου έχει τιμή $\mu=0,2$ ($\mu_s=\mu=0,2$):
 - i) Τα σώματα θα επιταχυνθούν μαζί προς τα δεξιά σαν ένα σώμα.
 - ii) Το Σ σώμα θα δεχτεί δύναμη τριβής από τη δοκό, με φορά προς τα αριστερά.
 - iii) Η δοκός θα δεχτεί δύναμη τριβής από το σώμα Σ με φορά προς τα αριστερά.
 - iv) Η επιτάχυνση του σώματος Σ έχει τιμή $a_1=0,2g$.
 - v) Η τριβή που δέχεται το κάτω σώμα B από το δάπεδο έχει μέτρο:

$$\alpha) T_2=0,2Mg, \quad \beta) T_2=0,4Mg, \quad \gamma) T_2=0,6Mg$$

64) Στο πάνω σώμα ασκείται δύναμη. Μετά τι;

1. Λείο επίπεδο.

Ένα σώμα Σ , μάζας $2M$ ηρεμεί πάνω σε μια δοκό Δ , μάζας M , η οποία είναι ακίνητη σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ασκούμε στο πάνω σώμα Σ μια οριζόντια δύναμη με μέτρο $F=0,8Mg$.



Για τις περιπτώσεις που ακολουθούν, να σχεδιάστε πρώτα σε διαφορετικά σχήματα τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ και στη δοκό και στη συνέχεια να χαρακτηρίσετε τις

προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

1) Αν δεν εμφανίζονται τριβές μεταξύ του σώματος (Σ) και της δοκού (Δ).

- i) Το σώμα (Σ) θα επιταχυνθεί, ενώ η δοκός θα παραμείνει ακίνητη.
- ii) Το σώμα (Σ) θα επιταχυνθεί προς τα δεξιά, παρασύροντας στην κίνησή του και τη δοκό.

2) Αν αναπτύσσεται τριβή μεταξύ σώματος και σανίδας με συντελεστής τριβής $\mu=0,5$:

- i) Το (Σ) σώμα θα δεχτεί δύναμη τριβής από τη δοκό, με φορά προς τα αριστερά.
- ii) Η δοκός θα δεχτεί δύναμη τριβής από το σώμα (Σ) με φορά προς τα αριστερά.
- iii) Το σώμα (Σ) θα επιταχυνθεί προς τα δεξιά μαζί με τη δοκό με επιτάχυνση $a=0,3g$.
- iv) Η τριβή που δέχεται το σώμα (Σ) από τη δοκό έχει μέτρο:

$$\alpha) T_1=0,3Mg, \quad \beta) T_1=0,4Mg, \quad \gamma) T_1=0,5Mg.$$

3) Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ (Σ) και δοκού είχε τιμή $\mu=0,1$ τότε:

- i) Το σώμα (Σ) θα επιταχυνθεί προς τα δεξιά μαζί με τη δοκό με επιτάχυνση $a=0,3g$.
- ii) Το σώμα (Σ) θα αποκτήσει επιτάχυνση με μέτρο:

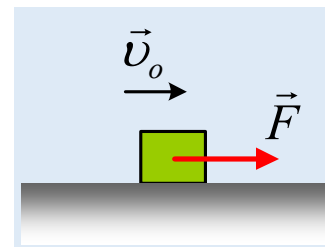
$$\alpha) a_1=0,1g, \quad \beta) a_1=0,2g, \quad \gamma) a_1=0,3g, \quad \delta) \text{άλλη τιμή.}$$

iii) Η δοκός (Δ) θα αποκτήσει επιτάχυνση:

$$\alpha) a_1=0,1g, \quad \beta) a_1=0,2g, \quad \gamma) a_1=0,3g, \quad \delta) \text{άλλη τιμή.}$$

65) Η τριβή και κάποιες γραφικές παραστάσεις.

Ένα σώμα μάζας $m=4\text{kg}$, σύρεται σε οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης $F=4\text{N}$, κινούμενο με σταθερή ταχύτητα $v_0=2\text{m/s}$. Κάποια στιγμή $t_0=0$, το σώμα περνάει από ένα σημείο Ο με $x_0=0$, ενώ τη στιγμή $t_1=1\text{s}$, η δύναμη F παύει να ασκείται στο σώμα.



- i) Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου.
- ii) Ποια χρονική στιγμή το σώμα θα σταματήσει να κινείται και πόσο θα απέχει τότε από το σημείο Ο;
- iii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα τη στιγμή t_1 η δύναμη δεν καταργείται, απλά μειώνεται το μέτρο της στην τιμή $F_1=2\text{N}$.
 - α) Ποια χρονική στιγμή τώρα, θα μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος;
 - β) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις σε συνάρτηση με το χρόνο και μέχρι τη χρονική στιγμή $t_3=6\text{s}$:
 - α) της ταχύτητας του σώματος, β) της θέσης του και γ) του μέτρου της ασκούμενης τριβής.

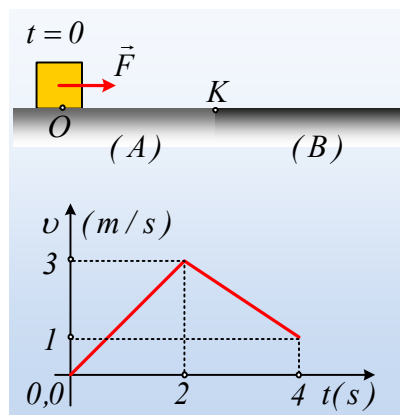
66) Μια κίνηση σε δύο επίπεδα.

Ένα σώμα μάζας $m=0,4\text{kg}$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο (Α) στο σημείο Ο. Σε μια στιγμή $t=0$, το σώμα δέχεται μια σταθερή οριζόντια δύναμη F , με αποτέλεσμα να κινηθεί και τη στιγμή $t_1=2\text{s}$ να φτάσει στο σημείο Κ και να περάσει σε δεύτερο οριζόντιο επίπεδο (Β). Στο διάγραμμα δίνεται η ταχύτητα του σώματος στα

τέσσερα πρώτα δευτερόλεπτα της κίνησής του, όταν δέχεται την επίδραση της δύναμης F .

- Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος, στη διάρκεια της κίνησής του στο λείο επίπεδο (Α), καθώς και την απόσταση του σημείου Κ από την αρχική θέση του Ο.
- Πόσο απέχει το σώμα από το σημείο Ο τη στιγμή $t_2=4s$;
- Να βρείτε την τριβή που δέχεται το σώμα από το επίπεδο Β, καθώς και το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου.
- Τη στιγμή $t_2=4s$, αλλάζει το μέτρο της ασκούμενης δύναμης παίρνοντας την τιμή $F_1=1N$. Πόσο θα απέχει το σώμα από την αρχική θέση Ο τη χρονική στιγμή $t_3=6s$;

Δίνεται $g=10m/s^2$.



67) Δύο ερωτήσεις πάνω σε νόμους του Νεύτωνα.

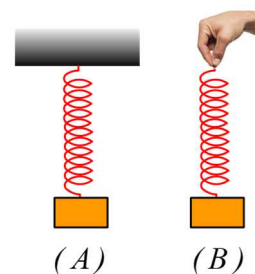
- 1) Πάνω στο τραπέζι ηρεμεί ένα ποτήρι βάρους $2N$. Να συμπληρωθούν τα κενά του παρακάτω κειμένου, δίνοντας προηγούμενα και μια σύντομη δικαιολόγηση.

Στο ποτήρι ασκείται δύναμη F_1 μέτρου $2N$ προς τα κάτω από Ασκείται πάνω από το τραπέζι δύναμη F_2 προς τα πάνω μέτρου Η αντίδραση της F_1 είναι δύναμη F_3 μέτρου που ασκείται στο από Η κατεύθυνσή της είναι Η αντίδραση της F_2 είναι δύναμη F_4 μέτρου που ασκείται στο από Οι δυνάμεις F_1 και F_2 έχουν ίσα μέτρα σύμφωνα με τον νόμο του Νεύτωνα.

- 2) Στο άκρο ενός ελατηρίου ηρεμεί ένα σώμα Σ βάρους $2N$, οπότε το ελατήριο έχει μήκος $20cm$, σχήμα (Α). Στο σχήμα (Β) το ίδιο σώμα ανέρχεται κατακόρυφα με σταθερή ταχύτητα $0,2m/s$ δεμένο στο άκρο του ίδιου ελατηρίου.

Να εξηγήσετε με λίγα λόγια, ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:

- Στο σχήμα (Α) το σώμα Σ δέχεται από το ελατήριο δύναμη $2N$, με φορά προς τα πάνω.
- Το σώμα Σ ασκεί δύναμη $2N$ στο ελατήριο του (Α) σχήματος.
- Η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα Σ στο σχήμα (Β) είναι μεγαλύτερη από $2N$.
- Η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα στο σχήμα (Β) είναι μικρότερη από $2N$.
- Το μήκος του ελατηρίου στο σχήμα (Β) είναι $20cm$.



68) Μια μεταβλητή δύναμη, προς τα πάνω.

Ένα σώμα μάζας m ηρεμεί στο έδαφος. Κάποια στιγμή (έστω $t=0$) δέχεται την επίδραση μιας κατακόρυφης δύναμης F με φορά προς τα πάνω, μέσω νήματος, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το

χρόνο, όπως στο διάγραμμα, όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας.

i) Στο χρονικό διάστημα $0-t_1$ το σώμα κινείται προς τα πάνω με επιτάχυνση:

α) $a=0,6g$, β) $a=g$, γ) $a=1,6g$.

ii) Στο χρονικό διάστημα t_1-t_2 το σώμα:

α) επιβραδύνεται, β) επιταχύνεται προς τα πάνω, γ) κινείται με σταθερή ταχύτητα.

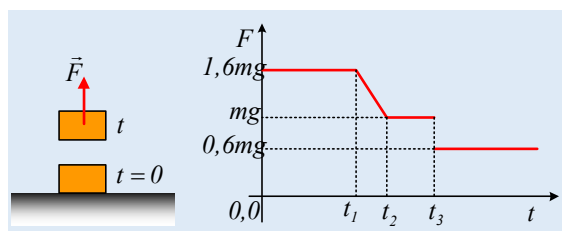
iii) Στο χρονικό διάστημα t_2-t_3 το σώμα:

α) ηρεμεί, β) επιταχύνεται προς τα κάτω, γ) κινείται με σταθερή ταχύτητα προς τα πάνω.

iv) Μετά τη στιγμή t_3 το σώμα:

α) αρχίζει να κινείται προς τα κάτω, β) συνεχίζει την κίνησή του προς τα πάνω.

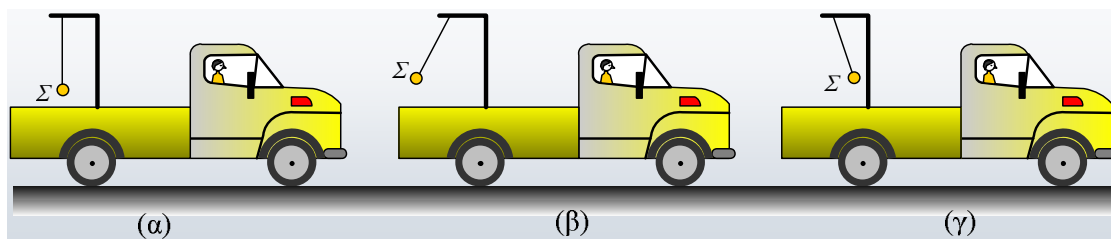
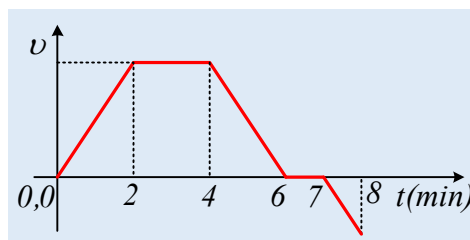
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



69) Ένα εκκρεμές πάνω σε φορτηγό.

Ένα φορτηγάκι κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο και στο παρακάτω διάγραμμα δίνεται η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο.

Πάνω στο φορτηγό έχει στερεωθεί κατάλληλα ένα στήριγμα, από το οποίο κρέμεται μέσω νήματος ένα σώμα Σ . Στο παρακάτω σχήμα δείχνει τρεις διαφορετικές θέσεις του νήματος κατά την κίνηση του φορτηγού.



Με βάση το διάγραμμα της ταχύτητας να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα, αντιστοιχώντας τα χρονικά διαστήματα κίνησης με την εικόνα που δείχνει τη σωστή σχέση του νήματος,

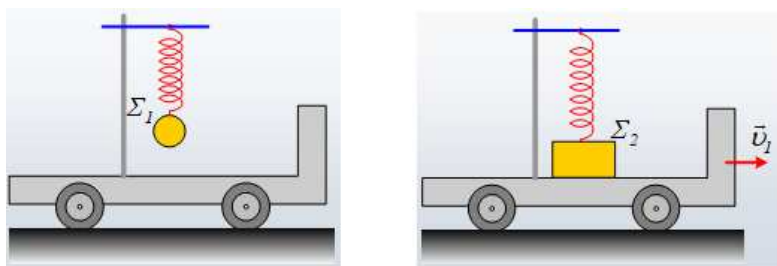
Χρονικό διάστημα (min)	Σχήμα (α, β ή γ)
0-2	
2-4	
4-6	
6-7	

7-8

δίνοντας και σύντομες επεξηγήσεις.

70) Ακίνησια και κίνηση ενός σώματος στο άκρο ελατηρίου.

Το αμαξίδιο του σχήματος ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Το ιδανικό ελατήριο κρέμεται, δεμένο στο ένα του άκρο, έχοντας μήκος $l_0=40\text{cm}$. Δένουμε στο κάτω άκρο του ένα σώμα Σ_1 βάρους 20N και το αφήνουμε να ηρεμήσει, οπότε το ελατήριο αποκτά μήκος $l_1=50\text{cm}$.



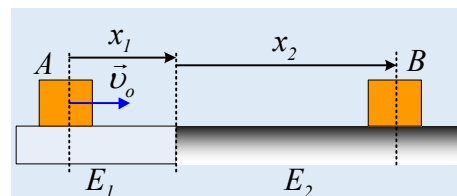
- i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να υπολογίστε τη σταθερά του ελατηρίου.

Σε επανάληψη του πειράματος, το αμαξίδιο κινείται προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα $v_1=2\text{m/s}$, ενώ στο άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο ένα δεύτερο σώμα Σ_2 βάρους 60N , το οποίο στηρίζεται και στο αμαξίδιο, ενώ το μήκος του ελατηρίου είναι $l_2=60\text{cm}$.

- ii) Να υπολογίστε τη δύναμη που ασκεί το σώμα Σ_2 στο ελατήριο.
- iii) Το σώμα Σ_2 δέχεται κάποια δύναμη από το αμαξίδιο, έστω F_1 . Αυτή είναι κατακόρυφη ή όχι και γιατί; Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης F_1 .
- iv) Σε μια στιγμή το αμαξίδιο αρχίζει να επιταχύνεται προς τα δεξιά, αυξάνοντας την ταχύτητά του, χωρίς να γλιστράει πάνω του το σώμα Σ_2 . Στη διάρκεια της επιτάχυνσης του αμαξιδίου, το αμαξίδιο ασκεί στο σώμα Σ_2 δύναμη:
- α) Κατακόρυφη με μέτρο $F_3=F_1$.
- β) Οριζόντια με κατεύθυνση προς τα δεξιά και μέτρο $F_3>F_1$.
- γ) Τίποτα από τα παραπάνω.

71) Δύο κινήσεις σε δύο επίπεδα.

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε ένα σημείο A, ενός λείου οριζοντίου επιπέδου E_1 . Σε μια στιγμή δέχεται κατάλληλο κτύπημα, με αποτέλεσμα να αποκτήσει ταχύτητα v_0 και να κινηθεί. Μετά από $0,5\text{s}$ και αφού έχει μετακινηθεί κατά $x_1=3\text{m}$, περνά σε ένα δεύτερο οριζόντιο επίπεδο E_2 , στο οποίο σταματά λόγω τριβών σε ένα σημείο B, έχοντας διανύσει απόσταση $x_2=9\text{m}$.



- i) Να υπολογιστούν η ταχύτητα v_0 καθώς και η επιτάχυνση του σώματος στο επίπεδο E_2 .
- ii) Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και του επιπέδου E_2 .

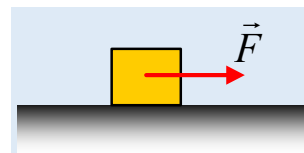
iii) Επαναφέρουμε το σώμα στην αρχική του θέση Α, στο επίπεδο E_1 . Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω του μια σταθερή οριζόντια δύναμη F , με αποτέλεσμα το σώμα να κινηθεί και μετά από $2s$ να περάσει στο επίπεδο E_2 όπου τελικά σταματά σε σημείο Γ.

α) Να βρεθεί το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F .

β) Να βρεθεί η απόσταση μεταξύ των σημείων Β και Γ που το σώμα τελικά σταματά στις δύο παραπάνω περιπτώσεις.

72) Μια κίνηση στην οποία αλλάζει η δύναμη.

Ένα σώμα μάζας 4kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, στη θέση $x=0$. Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω του μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F_1=22\text{N}$, με αποτέλεσμα το σώμα να μετακινείται και μετά από χρονικό διάστημα $4s$, να φτάνει στη θέση $x_1=12\text{m}$. Στη θέση αυτή, το μέτρο της δύναμης μειώνεται στην τιμή $F_2=8\text{N}$, χωρίς να αλλάζει κατεύθυνση.



Αν $g=10\text{m/s}^2$, ζητούνται:

i) Η επιτάχυνση του σώματος από $0-4s$.

ii) Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου.

iii) Η θέση στην οποία θα ηρεμήσει τελικά το σώμα.

iv) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις σε συνάρτηση με το χρόνο και μέχρι τη χρονική στιγμή $t'=10s$:

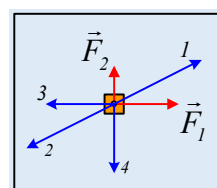
α) της ταχύτητας του σώματος.

β) της θέσης του.

γ) του μέτρου της ασκούμενης στο σώμα τριβής.

73) Η κίνηση και η τριβή.

Ένα σώμα ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση δύο **οριζοντίων** δυνάμεων F_1 και F_2 κάθετων μεταξύ τους, όπως στο διπλανό σχήμα.



i) Το σώμα θα κινηθεί στη διεύθυνση:

α) Της δύναμης F_1 .

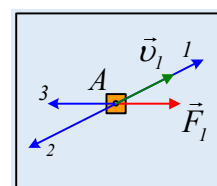
β) του διανύσματος 1.

γ) Σε άλλη διεύθυνση.

ii) Η ασκούμενη τριβή έχει την κατεύθυνση του διανύσματος:

α) 1. β) 2. γ) 3. δ) 4.

iii) Μετά από λίγο το σώμα βρίσκεται στην θέση Α, έχοντας ταχύτητα v_1 . Τη στιγμή αυτή καταργείται η δύναμη F_2 . Η ασκούμενη τριβή, αμέσως μετά, έχει την κατεύθυνση του διανύσματος:



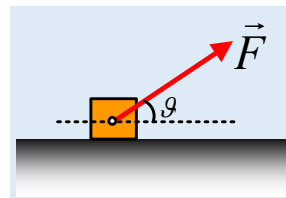
α) 1. β) 2. γ) 3. δ) άλλη διεύθυνση.

iv) Αν T_1 το μέτρο της ασκούμενης τριβής με την επίδραση και των δύο δυνάμεων F_1 , F_2 και T_2 το αντίστοιχο μέτρο της τριβής μετά την κατάργηση της δύναμης F_2 , τότε ισχύει:

α) $T_1 < T_2$, β) $T_1 = T_2$, γ) $T_1 > T_2$.

74) Το μέτρο της τριβής σε δυο περιπτώσεις.

Ένα σώμα μάζας m κινείται με σταθερή ταχύτητα σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο, με την επίδραση μιας σταθερής δύναμης F , η οποία σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ , όπως στο σχήμα.



i) Η τριβή που ασκείται στο σώμα έχει μέτρο:

α) $T = \mu \cdot mg$, β) $T = \mu \cdot F \cdot \eta\mu\theta$, γ) $T = \mu \cdot F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta$, δ) $T = F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta$.

ii) Αν η δύναμη κάποια στιγμή γίνει οριζόντια, τότε η ασκούμενη τριβή:

α) θα παραμείνει σταθερή.

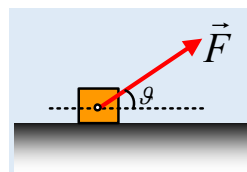
β) θα αυξηθεί

γ) θα μειωθεί.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

75) Μια πλάγια δύναμη και η τριβή.

Ένα σώμα βάρους 40N κινείται με σταθερή ταχύτητα σε οριζόντιο επίπεδο, με την επίδραση μιας σταθερής δύναμης μέτρου $F=20\text{N}$, η οποία σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ , όπου $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$, όπως στο σχήμα.



i) Να αναλυθεί η δύναμη F σε δυο συνιστώσες, μια οριζόντια και μια κατακόρυφη και να υπολογιστούν τα μέτρα τους.

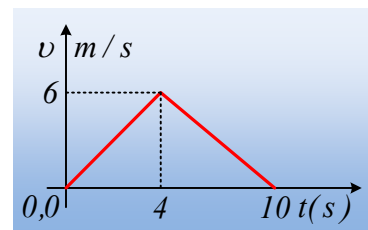
ii) Να υπολογιστεί το μέτρο της κάθετης δύναμης του επιπέδου (της δύναμης στήριξης), που ασκείται στο σώμα.

iii) Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου.

iv) Για μετατόπιση του σώματος κατά 5m , να υπολογιστούν τα έργα της δύναμης F και της τριβής.

76) Όταν ασκείται και όταν καταργείται μια δύναμη.

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Κάποια στιγμή ασκείται πάνω του μια οριζόντια δύναμη F , για χρονικό διάστημα 4s , ενώ κατόπιν παύει να ασκείται. Στο διάγραμμα δίνεται η ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.



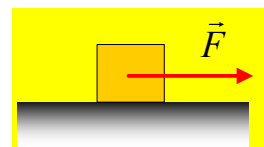
i) Το επίπεδο είναι λείο ή όχι; Να δικαιολογήστε την απάντησή σας.

ii) Η ασκούμενη δύναμη F είναι σταθερή ή όχι και γιατί;

- iii) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση και η μετατόπιση του σώματος στο χρονικό διάστημα που ασκείται η δύναμη F (από 0-4s).
- iv) Να υπολογιστεί το μέτρο της ασκούμενης τριβής.
- v) Αφού βρεθεί το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F , να υπολογιστούν τα έργα της δύναμης F και της τριβής.

77) Εύρεση του συντελεστή τριβής.

Ένα σώμα μάζας 2kg σύρεται σε οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμης $F=4,8\text{N}$. Σε μια στιγμή, την οποία θεωρούμε $t=0$, το σώμα περνά από μια θέση Α. Τη στιγμή $t_1=2\text{s}$ το σώμα περνά από μια άλλη θέση Β, όπου $(AB)=1,6\text{m}$, ενώ τη στιγμή $t_2=4\text{s}$ φτάνει σε θέση Γ, όπου $(B\Gamma)=3,2\text{m}$.



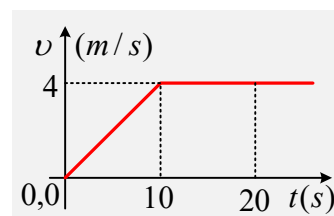
Να υπολογιστούν:

- i) Η επιτάχυνση του σώματος.
- ii) Η ταχύτητα του σώματος στη θέση Γ.
- iii) Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου.
- iv) Αν τη στιγμή $t_2=4\text{s}$, σταματά να ασκείται η δύναμη F , σε πόση απόσταση από την αρχική θέση Α το σώμα θα σταματήσει;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

78) Μια απλή εφαρμογή των νόμων του Νεύτωνα.

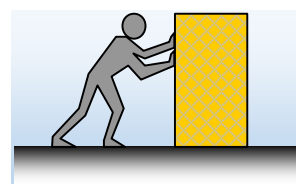
Ένα σώμα μάζας 5kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση οριζόντιας δύναμης F , με αποτέλεσμα το σώμα να κινηθεί και στο διάγραμμα δίνεται η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο.



- i) Να περιγράψετε την κίνηση του σώματος στα χρονικά διαστήματα από 0-10s και από 10s-20s.
- ii) Να βρεθεί η επιτάχυνση του σώματος μέχρι τη στιγμή $t=20\text{s}$.
- iii) Να υπολογίστε την ασκούμενη στο σώμα οριζόντια δύναμη F , στο παραπάνω χρονικό διάστημα.
- iv) Πότε παρουσιάζει μεγαλύτερη αδράνεια το σώμα, τη στιγμή $t_1=5\text{s}$ ή τη στιγμή $t_2=15\text{s}$;
- v) Να υπολογιστεί η μετατόπιση του σώματος από t_1 έως t_2 .

79) Η μέγιστη επιτάχυνση ενός κιβωτίου.

Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα κιβώτιο μάζας $M=60\text{kg}$, το οποίο παρουσιάζει με το επίπεδο τριβή, με συντελεστές $\mu_{s1}=\mu_1=0,4$. Ένα παιδί μάζας $m=60\text{kg}$, βάζοντας «όλη του τη δύναμη!», σπρώχνει το κιβώτιο με σταθερή δύναμη, με αποτέλεσμα να το μετακινήσει κατά $d=3,2\text{m}$ σε χρονικό διάστημα 4s.

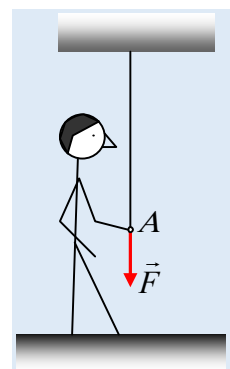
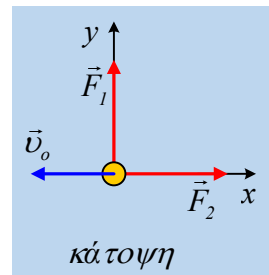


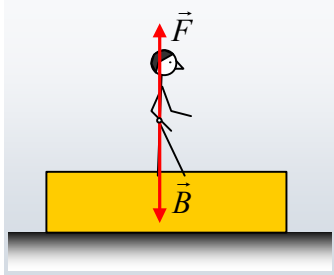
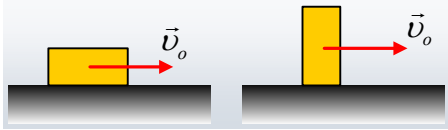
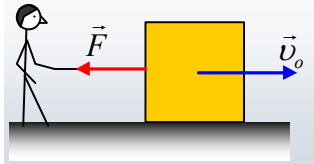
Δίνονται οι συντελεστές τριβής μεταξύ των παπουτσιών του και του επιπέδου $\mu_{s2}=\mu_2=0,6$, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

- i) Να υπολογιστεί η δύναμη που το παιδί άσκησε στο κιβώτιο και η τριβή που το επίπεδο ασκεί στο κιβώτιο και στο παιδί.
- ii) Αφήνουμε το κιβώτιο να σταματήσει και τη θέση του παιδιού παίρνει ένας αρσιβαρίστας όπου στο αρασέ σηκώνει 150 κιλά, ο οποίος έχει την ίδια μάζα με το παιδί, φορώντας και τα ίδια παπούτσια.
 - α) Ποιος ο ελάχιστος χρόνος που θα χρειαστεί ο αρσιβαρίστας, για να μετακινήσει το κιβώτιο κατά την ίδια απόσταση d;
 - β) Με πόση δύναμη σπρώχνει το κιβώτιο ο αρσιβαρίστας, όταν επιτυγχάνει τον ελάχιστο χρόνο;

80) Φυσική Α' Λυκείου. Θέμα Α. Δυναμική στο επίπεδο.

1. Ένα σώμα βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Αν ασκηθεί πάνω του μια οριζόντια δύναμη F , τότε το σώμα επιταχύνεται:
 - i) Πάντα.
 - ii) Μόνο όταν το σώμα κινείται.
 - iii) Μόνο όταν η δύναμη F είναι μεγαλύτερη από το βάρος του σώματος.
 - iv) Μόνο όταν η δύναμη F είναι μεγαλύτερη από την αδράνεια του σώματος.
2. Πάνω σε ένα μικρό σώμα ασκούνται δύο δυνάμεις με ίσα μέτρα $F_1=F_2=10\text{N}$. Ποια πρόταση είναι λανθασμένη.
 - i) Η συνισταμένη τους μπορεί να είναι ίση με 20N.
 - ii) Μπορεί η συνισταμένη των δύο δυνάμεων να είναι μηδέν.
 - iii) Αν οι δυνάμεις είναι κάθετες μεταξύ τους, τότε η συνισταμένη τους είναι μικρότερη από 20N.
 - iv) Μπορεί η συνισταμένη να έχει μέτρο μεγαλύτερο από 20N.
3. Πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο, κινείται ένα μικρό σώμα και σε μια στιγμή έχει ταχύτητα $\vec{v}_0$, ενώ δέχεται δύο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις με το ίδιο μέτρο $F_1=F_2=F$, όπως στο σχήμα. (βλέπουμε την κατάσταση από πάνω, κάτοψη).
 - i) Η επιτάχυνση του σώματος έχει την κατεύθυνση της ταχύτητας v_0 .
 - ii) Η επιτάχυνση έχει μέτρο $a_1 = F/m$, αντίθετης κατεύθυνσης από την αρχική ταχύτητα v_0 .
 - iii) Το σώμα αποκτά σταθερή επιτάχυνση με μέτρο μεγαλύτερο από a_1 , εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.
 - iv) Το σώμα αποκτά σταθερή επιτάχυνση με μέτρο μεγαλύτερο από a_1 , αλλά η κίνηση δεν είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
4. Το παιδί του σχήματος ασκεί μια κατακόρυφη δύναμη F , στο άκρο Α του νήματος. Η αντίδραση της δύναμης αυτής:
 - i) Ασκείται στο νήμα με φορά προς τα πάνω.
 - ii) Ασκείται στο παιδί με φορά προς τα πάνω.



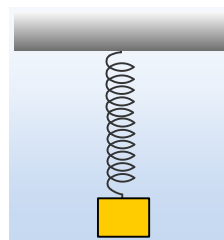
- iii) Ασκείται στο ταβάνι με φορά προς τα κάτω.
 iv) Ασκείται στο ταβάνι με φορά προς τα πάνω.
5. Για να μπορέσουμε να κινήσουμε ένα ποτήρι βάρους 4N το οποίο βρίσκεται πάνω στο τραπέζι, απαιτείται να του ασκήσουμε οριζόντια δύναμη με μέτρο τουλάχιστον 1N.
- i) Η στατική τριβή μεταξύ ποτηριού και τραπεζιού είναι πάντα 1N.
 ii) Αν του ασκήσουμε οριζόντια δύναμη 2N, το σώμα θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.
 iii) Αν του ασκήσουμε οριζόντια δύναμη μέτρου 0,4N, τότε η στατική τριβή θα έχει μέτρο 0,4N.
 iv) Η στατική τριβή είναι 3N.
6. Ένας άνθρωπος στέκεται πάνω σε ένα κιβώτιο, το οποίο ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω του, όπου $\vec{B}$ το βάρος.
- 
- i) Η δύναμη $\vec{F}$ ασκείται στον άνθρωπο από το έδαφος.
 ii) Η δύναμη $\vec{F}$ είναι η αντίδραση του βάρους $\vec{B}$, οπότε έχει και μέτρο ίσο με το βάρος.
 iii) Η αντίδραση της δύναμης $\vec{F}$ ασκείται στο κιβώτιο και έχει φορά προς τα κάτω.
 iv) Η αντίδραση της δύναμης $\vec{F}$ ασκείται στο έδαφος και έχει φορά προς τα κάτω.
7. Ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα v_0 σε επαφή με το έδαφος μιας έδρας του εμβαδού 20cm^2 , οπότε σταματά αφού διανύσει απόσταση x_1 . Αν η εκτόξευση γινόταν σε επαφή με το έδαφος μιας έδρας του εμβαδού 10cm^2 , με την ίδια αρχική ταχύτητα v_0 , το σώμα θα σταματούσε σε απόσταση:
- 
- i) Ίση με x_1 .
 ii) Μικρότερη από με x_1 .
 iii) Μεγαλύτερη από x_1 .
 iv) Δεν μπορούμε να ξέρουμε.
8. Σε ένα τραχύ οριζόντιο επίπεδο, κινείται ένα κιβώτιο. Προκειμένου να το σταματήσει, ένα παιδί του ασκεί μέσω νήματος μια οριζόντια δύναμη F , όπως στο σχήμα.
- 
- i) Στο κιβώτιο ασκείται τριβή με φορά αντίθετη της δύναμης F .
 ii) Αν σταματήσει το παιδί να ασκεί δύναμη, η τριβή θα αυξηθεί.
 iii) Αν σταματήσει το παιδί να ασκεί δύναμη, η τριβή θα παραμείνει σταθερή.
 iv) Αν σταματήσει το παιδί να ασκεί δύναμη, η τριβή θα αλλάξει κατεύθυνση διατηρώντας το ίδιο μέτρο.
9. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες.

- i) Η δράση και η αντίδραση ασκούνται στο ίδιο σώμα.
- ii) Η συνισταμένη δράσης αντίδρασης είναι μηδενική.
- iii) Η συνισταμένη δύο δυνάμεων με ίσα μέτρα 3N είναι ίση με 6N.
- iv) Πάνω σε ένα τραπέζι ηρεμεί ένα σώμα βάρους 10N. Η αντίδραση του βάρους ασκείται στο τραπέζι έχοντας μέτρο 10N.
- v) Σε ένα ακίνητο σώμα, που ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, ασκούμε οριζόντια δύναμη μέτρου 4N, χωρίς το σώμα να μετακινείται. Τότε στο σώμα ασκείται στατική τριβή μέτρου 4N.

81) Δυναμική. Θέμα Α.

1. Ένα σώμα Σ ηρεμεί δεμένο στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου.

- i) Το ελατήριο έχει συμπιεστεί.
- ii) Αν το σώμα Σ είχε μεγαλύτερο βάρος, το ελατήριο θα είχε μεγαλύτερο μήκος.
- iii) Στο ελατήριο ασκείται το βάρος του σώματος γι' αυτό παραμορφώνεται.
- iv) Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα Σ είναι προς τα πάνω.

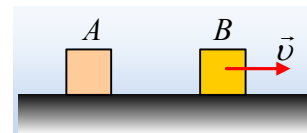


2. Ένα σώμα **δεν** ισορροπεί, όταν:

- i) κινείται.
- ii) έχει σταθερή ταχύτητα.
- iii) κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενο.
- iv) δεν ασκείται πάνω του καμία δύναμη.

3. Το σώμα Α του σχήματος είναι ακίνητο, ενώ το Β κινείται με σταθερή ταχύτητα $\vec{v}$. Για τη συνισταμένη δύναμη που δέχονται:

- i) Είναι μεγαλύτερη στο σώμα Α
- ii) Είναι μεγαλύτερη στο σώμα Β
- iii) Είναι μεγαλύτερη στο βαρύτερο σώμα.
- iv) Και στα δυο σώματα η συνισταμένη είναι μηδενική.



4. Το διαστημόπλοιο Pioneer-10 εκτοξεύτηκε το 1972 και σήμερα συνεχίζει να κινείται απομακρυνόμενο από το Ηλιακό μας σύστημα. Οπότε κατά τη διάρκεια της κίνησής του:

- i) Καταναλώνει στερεά καύσιμα.
- ii) Χρησιμοποιεί πυρηνική ενέργεια.
- iii) Χρησιμοποιεί την Ηλιακή ενέργεια.
- iv) Δεν λειτουργούν οι μηχανές του.

5. Αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα είναι μηδενική, τότε το σώμα δεν μπορεί:

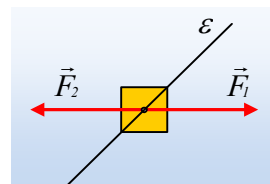
- i) Να ηρεμεί.
- ii) Να βρίσκεται σε αεροπλάνο που κινείται με σταθερή ταχύτητα.
- iii) Να βρίσκεται μέσα σε λεωφορείο που ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα σε ανηφορικό δρόμο.
- iv) Να κινείται ευθύγραμμα ομαλά μεταβαλλόμενα.

6. Ένα φορτηγό είναι ακίνητο. Σε μια στιγμή ξεκινά και επιταχύνεται για ορισμένο χρονικό διάστημα, ώσπου να αποκτήσει ταχύτητα v και μετά συνεχίζει με σταθερή ταχύτητα. Η αδράνεια του σώματος ήταν μεγαλύτερη:

- Όταν ήταν ακίνητο.
- Στην διάρκεια της επιταχύνσεώς του.
- Όταν έχει σταθερή ταχύτητα.
- Είναι πάντα σταθερή.

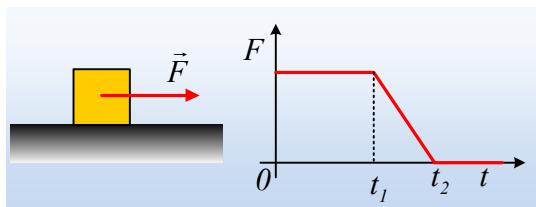
7. Ένα σώμα δέχεται δύο δυνάμεις με ίσα μέτρα όπως στο σχήμα. Τι από τα παρακάτω δεν μπορεί να συμβεί:

- Το σώμα να παραμένει ακίνητο.
- Το σώμα να κινείται προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα.
- Να επιβραδύνεται προς τα αριστερά.
- Να κινείται κατά μήκος της ευθείας ε με σταθερή ταχύτητα.



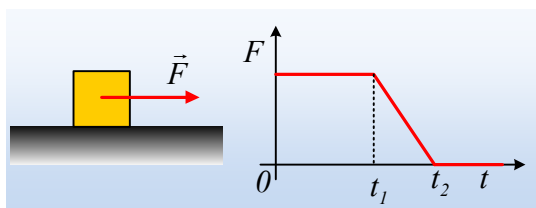
8. Ένα σώμα που αρχικά ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα.

- Από $0-t_1$ η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλή.
- Από $0-t_1$ η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
- Από t_1 έως t_2 το σώμα επιβραδύνεται.
- Μετά τη στιγμή t_2 το σώμα σταματά.



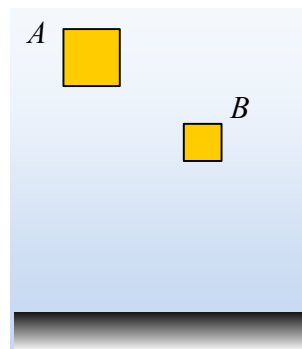
9. Ένα σώμα που αρχικά ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα.

- Από $0-t_1$ η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλή.
- Από t_1 έως t_2 το σώμα επιβραδύνεται.
- Την μεγαλύτερη ταχύτητα την έχει το σώμα τη στιγμή t_1 .
- Το σώμα έχει μεγαλύτερη ταχύτητα την στιγμή t_2 .



10. Τα σώματα A και B του σχήματος όπου το A έχει τριπλάσια μάζα από το B, αφήνονται να πέσουν ταυτόχρονα. Αντίσταση του αέρα δεν υπάρχει, ενώ $h_B > 20\text{m}$.

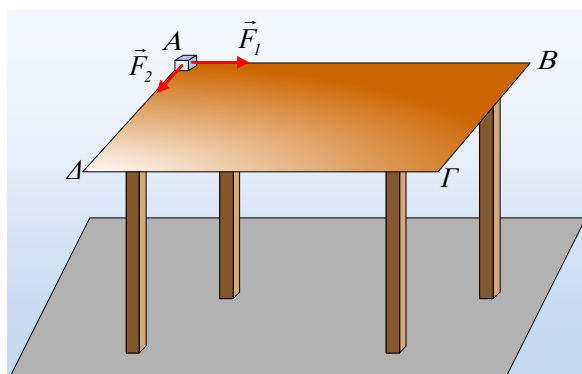
- Το A σώμα δέχεται τριπλάσια δύναμη από τη γη αποκτώντας και τριπλάσια επιτάχυνση.
- Πρώτο στο έδαφος θα φτάσει το μικρότερο σώμα.



- iii) Μεγαλύτερη απόσταση στη διάρκεια του 1^{ου} δευτερολέπτου της κίνησης διανύει το Α σώμα.
- iv) Η μεταβολή της ταχύτητας του Α σώματος στη διάρκεια του 2^{ου} δευτερολέπτου της κίνησης είναι τριπλάσια από την αντίστοιχη μεταβολή της ταχύτητας του Β.
11. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:
- Όταν σε ένα σώμα δεν ασκούνται δυνάμεις, αυτό παραμένει πάντα ακίνητο.
 - Όταν ένα σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, τότε η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται πάνω του, είναι σταθερή και έχει την κατεύθυνση της ταχύτητας.
 - Για να μπορεί να κινείται ένα σώμα, θα πρέπει να δέχεται μια δύναμη.
 - Όταν ένα σώμα πέφτει ελεύθερα ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας παραμένει σταθερός.
 - Σε ένα σώμα που αρχικά ηρεμεί ασκείται μια σταθερή (συνισταμένη) δύναμη. Τότε το σώμα θα εκτελέσει ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στην κατεύθυνση της δύναμης.
12. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:
- Κατά την ελεύθερη πτώση ενός σώματος, ο ρυθμός μεταβολής της θέσης του παραμένει σταθερός.
 - Η επιτάχυνση που αποκτά ένα σώμα με την επίδραση μιας δύναμης, είναι αντιστρόφως ανάλογη της μάζας του.
 - Ένα σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα με φορά προς τα πάνω. Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητάς του παραμένει σταθερός, αν αγνοήσουμε την αντίσταση του αέρα.
 - Αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα δεν είναι σταθερή, δεν ισχύει ο θεμελιώδης νόμος της δυναμικής.

82) Η κίνηση ενός σώματος πάνω σε ένα τραπέζι.

Στην κορυφή Α ενός ορθογώνιου τραπεζιού ηρεμεί ένα μικρό σώμα μάζας $m=0,5\text{kg}$. Σε μια στιγμή δέχεται δυο σταθερές δυνάμεις, όπου η πρώτη F_1 έχει μέτρο $F_1=0,8\text{N}$ και κατεύθυνση προς την κορυφή Β και η δεύτερη μέτρου $F_2=0,6\text{N}$ με κατεύθυνση προς την κορυφή Δ.



Το αποτέλεσμα της δράσης των παραπάνω δυνάμεων, είναι το σώμα να κινηθεί και μετά από 1,5s να φτάσει στην απέναντι κορυφή Γ του τραπεζιού. Το σώμα δεν παρουσιάζει τριβή με το τραπέζι, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

- Να βρεθεί το μέτρο και η κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το σώμα.
- Να υπολογιστεί η διαγώνιος ΑΓ του τραπεζιού.

iii) Να βρεθούν τα μήκη των πλευρών AB και ΒΓ του τραπεζιού.

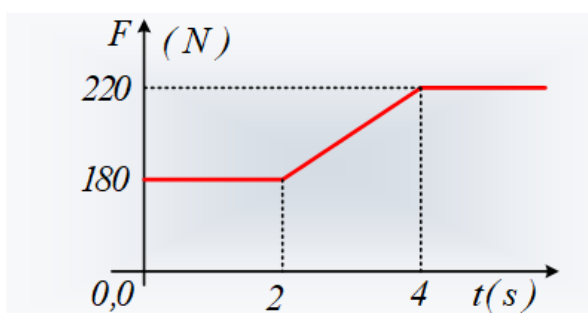
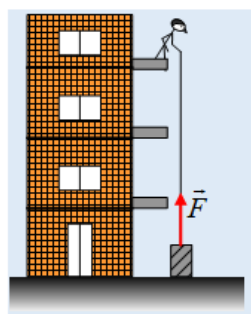
iv) Για την παραπάνω μετακίνηση του σώματος να βρεθούν:

α) Το έργο κάθε δύναμης και το έργο της συνισταμένης δύναμης.

β) Η (στιγμιαία) ισχύς κάθε δύναμης και η ισχύς της συνισταμένης, τη στιγμή που το σώμα φτάνει στην κορυφή Γ του τραπεζιού.

83) Το κρύο επιβάλλει να αγοράσουμε ξύλα....

Ο Γιάννης, συγκάτοικος στον 3^ο όροφο, αφού δεν έχει «λεφτά για πετρέλαιο», αγόρασε ξύλα για το τζάκι, τα οποία ανεβάζει τοποθετώντας τα σε κιβώτιο και τραβώντας με ένα σχοινί, ασκώντας με τον τρόπο αυτό μια κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ στο κιβώτιο, το οποίο έχει μάζα 20kg. Στο διάγραμμα δίνεται η μεταβολή του μέτρου της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο.



i) Στο χρονικό διάστημα 0-2s το κιβώτιο:

α) ηρεμεί β) ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα γ) ανεβαίνει με σταθερή επιτάχυνση.

ii) Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο τη χρονική στιγμή $t_1=1s$.

iii) Ποια χρονική στιγμή το κιβώτιο εγκαταλείπει το έδαφος και αρχίζει να ανέρχεται;

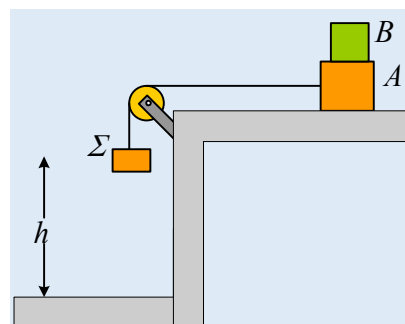
iv) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κιβωτίου τη στιγμή $t_4=4s$.

v) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της επιτάχυνσης του κιβωτίου σε συνάρτηση με το χρόνο. Τι ταχύτητα έχει αποκτήσει το κιβώτιο τη στιγμή t_4 ;

Δίνεται $g=10m/s^2$.

84) Η τριβή και η κίνηση ενός συστήματος.

Στο διπλανό σχήμα, σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Α μάζας $M=1,6kg$, πάνω στο οποίο ηρεμεί ένα δεύτερο σώμα Β μάζας $m=1,4kg$. Το σώμα Α έχει δεθεί με αβαρές νήμα, το οποίο αφού περάσει από μια τροχαλία αμελητέας μάζας, στο άλλο του άκρο είναι δεμένο ένα σώμα Σ, μάζας $m_1=0,4kg$. Το σύστημα ισορροπεί, ενώ το σώμα Σ απέχει από το έδαφος απόσταση $h=0,8m$.



i) Να υπολογίσετε την τριβή που ασκείται στο σώμα Α από το οριζόντιο επίπεδο.

ii) Κάποια στιγμή αφαιρούμε το σώμα Β και παρατηρούμε ότι το σώμα Σ κινείται προς τα κάτω και φτάνει στο έδαφος μετά από χρόνο 2s.

α) Να αποδειχθεί ότι η κίνηση του σώματος Σ είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

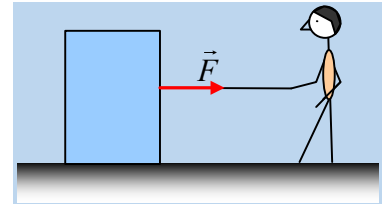
β) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος Σ.

γ) Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος Α και του επιπέδου.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

85) Μια «ζωντανή» κίνηση.

Ένα κιβώτιο μάζας 40kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή, ένα παιδί ασκεί πάνω του, μέσω νήματος, μια οριζόντια δύναμη, το μέτρο της οποίας ξεκινώντας από μηδενική τιμή, αυξάνει κατά 20N σε κάθε δευτερόλεπτο. Το κιβώτιο αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_1=10\text{s}$, οπότε αμέσως το παιδί σταθεροποιεί το μέτρο της δύναμης, στην τιμή που είχε, μόλις ξεκίνησε το σώμα.



i) Πόσο είναι η μέγιστη στατική τριβή (η οριακή τριβή) που ασκήθηκε στο κιβώτιο;

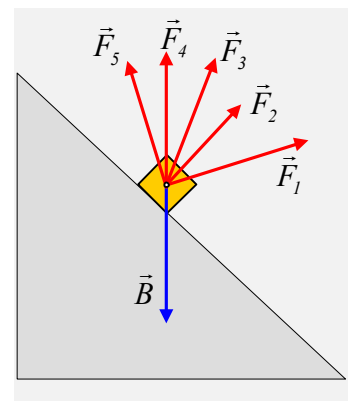
ii) Να βρεθεί η ταχύτητα του κιβωτίου τη χρονική στιγμή $t_2=20\text{s}$, αν στο μεταξύ έχει μετατοπισθεί κατά 50m;

iii) Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του επιπέδου.

iv) Τη στιγμή t_2 , το νήμα κόβεται. Για πόσο χρονικό διάστημα θα κινηθεί κατόπιν το κιβώτιο, μέχρι να σταματήσει και σε πόση απόσταση από την αρχική του θέση, θα συμβεί αυτό;

86) Η δύναμη από το επίπεδο.

Στο σχήμα δίνεται ένα σώμα πάνω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο, όπου έχει σχεδιαστεί το βάρος και πέντε πιθανές εκδοχές για την δύναμη που δέχεται το σώμα από το επίπεδο, όπου η F_2 έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο και η F_4 είναι κατακόρυφη. Να εξετάσετε ποια από τις δυνάμεις αυτές παριστά την δύναμη από το επίπεδο στις εξής περιπτώσεις:



i) Το σώμα παραμένει ακίνητο.

ii) Αντικαθιστούμε το παραπάνω σώμα με άλλο, το οποίο δεν εμφανίζει τριβές με το επίπεδο

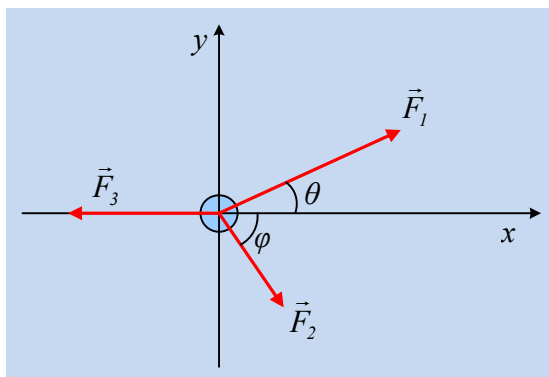
iii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα το σώμα κινείται προς τα κάτω εμφανίζοντας τριβή ολίσθησης με το επίπεδο.

Να δικαιολογήσετε τις επιλογές σας.

87) Ανάλυση και σύνθεση δυνάμεων.

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ασκούνται πάνω του οι οριζόντιες

δυνάμεις που εμφανίζονται στο σχήμα. (Το σχήμα είναι κάτοψη, πράγμα που σημαίνει ότι εμείς το βλέπουμε από πάνω). Δίνονται $F_1=8\sqrt{3}\text{ N}$, $F_2=14\text{ N}$, $F_3=6\text{ N}$, $\theta=30^\circ$ και $\varphi=60^\circ$.

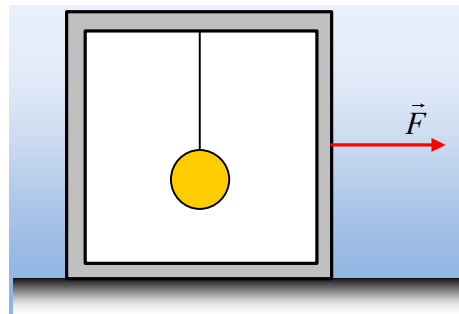


- Να αναλυθούν οι δυνάμεις στους άξονες x και y και να υπολογίστε τα μέτρα των συνιστωσών των τριών δυνάμεων.
- Να βρεθεί η συνισταμένη των συνιστωσών στον άξονα x και στον άξονα y .
- Να βρεθεί η συνισταμένη όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.
- Σε ποια κατεύθυνση θα κινηθεί το σώμα και πόσο θα είναι το μέτρο της επιτάχυνσης που θα αποκτήσει;

$$\Deltaίνονται \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ και } \eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$$

88) Τριβή και αρχική επιτάχυνση κιβωτίου.

Ένα κιβώτιο μάζας M ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ . Στο εσωτερικό του κρέμεται μια σφαίρα μάζας m με νήμα, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή t_0 στο κιβώτιο ασκείται οριζόντια δύναμη F , με αποτέλεσμα το σύστημα να κινηθεί προς τα δεξιά. Για τη στιγμή t_0 , αμέσως μόλις ασκηθεί η δύναμη F .



- Η τριβή που θα ασκηθεί στο κιβώτιο έχει μέτρο:

$$\alpha) \mu mg, \quad \beta) \mu Mg, \quad \gamma) \mu(M+m)g.$$

- Η αρχική επιτάχυνση του κιβωτίου έχει μέτρο:

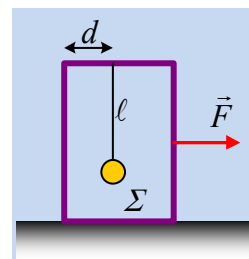
$$\begin{aligned} \alpha) a &= \frac{F - \mu Mg}{M}, & \beta) a &= \frac{F - \mu Mg}{M + m}, \\ \gamma) a &= \frac{F - \mu(M + m)g}{M}, & \delta) a &= \frac{F - \mu(M + m)g}{M + m}. \end{aligned}$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

89) Το νήμα, το κιβώτιο και η επιτάχυνση.

Ένα κιβώτιο μάζας $M=4,8\text{kg}$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,4$. Στο εσωτερικό του κιβωτίου κρέμεται με νήμα μήκους $\ell=0,8\text{m}$ μια μικρή σφαίρα Σ μάζας $m=0,2\text{kg}$, αμελητέων διαστάσεων. Η απόσταση της σφαίρας από την αριστερή πλευρά του κιβωτίου είναι $d=0,2\text{m}$.

- i) Θέτουμε το κιβώτιο σε κίνηση με σταθερή ταχύτητα $v_1=1\text{m/s}$ με την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης F , καθώς και να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα Σ , υπολογίζοντας τα μέτρα τους.



- ii) Αλλάζοντας το μέτρο της ασκούμενης δύναμης, **πετυχαίνουμε** τόσο το κιβώτιο, όσο και η σφαίρα να κινούνται με την ίδια σταθερή επιτάχυνση $a=2\text{m/s}^2$. Πόσο απέχει η σφαίρα Σ από την αριστερή πλευρά του κιβωτίου στην περίπτωση αυτή;

- iii) Αυξάνουμε πολύ αργά το μέτρο της δύναμης στην τιμή $F=40\text{N}$, οπότε παρατηρούμε το σώμα να κινείται αργά προς στην πίσω πλευρά του κιβωτίου, στην οποία τελικά μένει σταθερά προσκολλημένο. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το κιβώτιο στη σφαίρα.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ δεν αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής μεταξύ κιβωτίου και σφαίρας.

90) Το κιβώτιο συμπαρασύρεται....

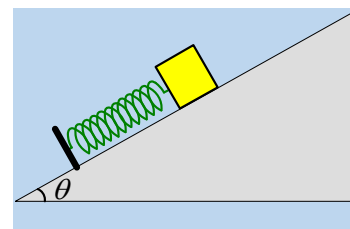


Ένα αυτοκίνητο επιταχύνεται κινούμενο προς τα δεξιά, ενώ ένα κιβώτιο παρασύρεται, προσκολλημένο στο μπροστινό μέρος του, όπως στο σχήμα. Αν ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ αμαξώματος και κιβωτίου είναι $\mu_s=0,8$, να υπολογιστεί η ελάχιστη επιτάχυνση του αυτοκινήτου, ώστε να μην πέφτει το κιβώτιο.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

91) Το ελατήριο, το κεκλιμένο επίπεδο και η τριβή.

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί, όπως στο σχήμα, δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k=200\text{N/m}$ και φυσικού μήκους $\ell_0=0,4\text{m}$, πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο, κλίσεως θ , όπου $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\upsilon\theta=0,8$. Στη θέση αυτή το ελατήριο έχει μήκος $\ell_1=34\text{cm}$. Δίνονται οι συντελεστές τριβής, μεταξύ σώματος και κεκλιμένου επιπέδου $\mu=\mu_s=0,5$ και $g=10\text{m/s}^2$.



- i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να υπολογίσετε τα μέτρα της δύναμης του ελατηρίου και της τριβής.
- ii) Να υπολογίσετε επίσης την τριβή που ασκείται στο σώμα και στις περιπτώσεις που μετακινήσουμε το σώμα, με αποτέλεσμα το μήκος του ελατηρίου να γίνει

α) $\ell_1=30\text{cm}$,

β) $\ell_2=40\text{cm}$,

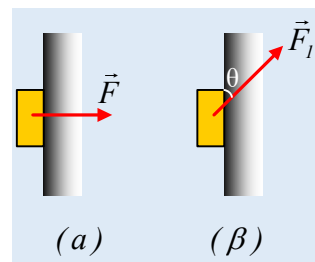
γ) $\ell_3=50\text{cm}$.

και το αφήσουμε ελεύθερο. Αν το σώμα κινηθεί, να υπολογιστεί η αρχική επιτάχυνση που θα αποκτήσει, σε κάθε περίπτωση.

- iii) Μεταξύ ποιων τιμών μπορεί να κυμανθεί το μήκος του ελατηρίου, έτσι ώστε αν αφήσουμε το σώμα ελεύθερο, να ισορροπήσει;

92) Η τριβή και το τρίψιμο του τοίχου.

Θέλουμε να τρίψουμε έναν τοίχο με τη βοήθεια ενός γυαλόχαρτου, το οποίο έχουμε τυλίξει γύρω από ένα ξύλινο ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο. Η μάζα του «κατασκευάσματός μας», ας το πούμε σώμα Σ, είναι 300g και οι συντελεστές τριβής που εμφανίζει με τον τοίχο είναι $\mu=\mu_s=1$.

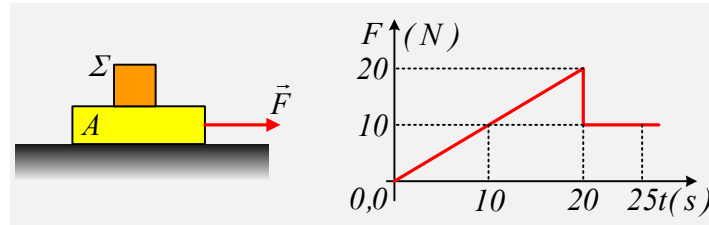


- i) Να βρεθεί η ελάχιστη οριζόντια δύναμη $\mathbf{F}$ που πρέπει να του ασκήσουμε για να ισορροπεί σε επαφή με τον κατακόρυφο τοίχο, όπως το α' σχήμα.
- ii) Ασκούμε στο σώμα Σ μια πλάγια δύναμη μέτρου $F_1=3\text{N}$, η οποία σχηματίζει γωνία με τον τοίχο θ , όπου $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$, όπως στο διπλανό σχήμα.

Να υπολογίστε την τριβή που δέχεται από τον τοίχο.

- iii) Πόση θα ήταν η τριβή, αν η δύναμη είχε μέτρο 6N;
- iv) Αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή $F_3=20\text{N}$. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος Σ. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

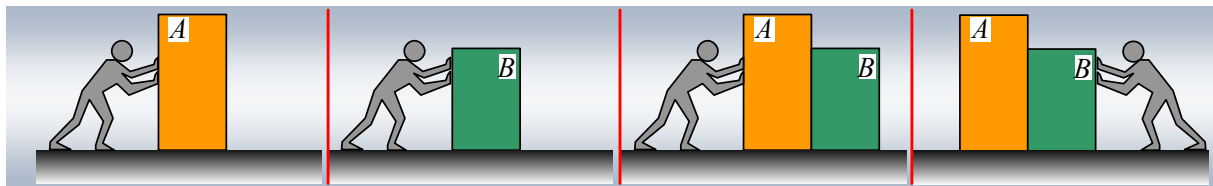
93) Η επιτάχυνση και οι τριβές.



Στο σχήμα δίνονται δυο σώματα Α και Σ που ηρεμούν, το ένα πάνω στο άλλο, σε οριζόντιο επίπεδο. Τη στιγμή $t_0=0$ ασκείται στο κάτω σώμα Α μια οριζόντια δύναμη F , το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διπλανό διάγραμμα. Δίνονται οι μάζες των δύο σωμάτων Α και Σ, $M=4\text{kg}$ και $m=1\text{kg}$ αντίστοιχα, ενώ οι συντελεστές τριβής τόσο μεταξύ των δύο σωμάτων, όσο και μεταξύ του Α και του εδάφους είναι $\mu=\mu_s=0,2$, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

- i) Για τη χρονική στιγμή $t_1=5\text{s}$, αφού σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα, να χαρακτηρίστε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις:
 - A) Το σώμα Α δέχεται δύναμη τριβής με φορά προς τα αριστερά μέτρου 5N.
 - B) Το σώμα Σ δέχεται δύναμη τριβής προς τα αριστερά.
- ii) Για τη χρονική στιγμή $t_2=15\text{s}$ (όπου $F=15\text{N}$), να σχεδιάστε ξανά τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα και να υπολογίστε τα μέτρα τους.
- iii) Να βρείτε ξανά τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα τη χρονική $t_3=25\text{s}$.

94) Η δράση, η αντίδραση αλλά και η κίνηση.



Όταν ένα παιδί σπρώξει μια ντουλάπα Α, μάζας $M=40\text{kg}$, σε οριζόντιο επίπεδο, απαιτείται να ασκήσει οριζόντια δύναμη μέτρου τουλάχιστον 200N, για να μπορέσει να την μετακινήσει. Αντίθετα όταν σπρώξει μια μικρότερη ντουλάπα Β, μάζας $m=20\text{kg}$, με ελάχιστη δύναμη, την μετακινεί.

Βάζοντας την μια ντουλάπα δίπλα στην άλλη, όπως στο 3^ο σχήμα, σπρώχνει ασκώντας οριζόντια δύναμη $F=100\text{N}$.

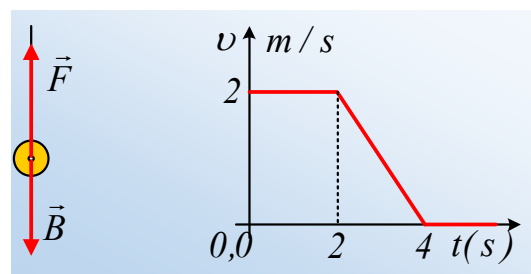
- i) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε ντουλάπα, υπολογίζοντας και τα μέτρα τους.

- ii) Αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή $F_1=260\text{N}$. Να υπολογιστούν ξανά τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στις δυο ντουλάπες.
- iii) Να υπολογιστούν ξανά οι αντίστοιχες δυνάμεις, αν σπρώξει με οριζόντια δύναμη $F_2=150\text{N}$, όπως στο 4^ο σχήμα.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$ και ότι οι συντελεστές τριβής ολίσθησης και στατικής τριβής, είναι ίσοι.

95) Δυνάμεις και δράση-αντίδραση.

Ένα σώμα μάζας 2kg κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με την επίδραση κατακόρυφης δύναμης F , η οποία του ασκείται μέσω νήματος. Στο διάγραμμα δίνεται η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο.

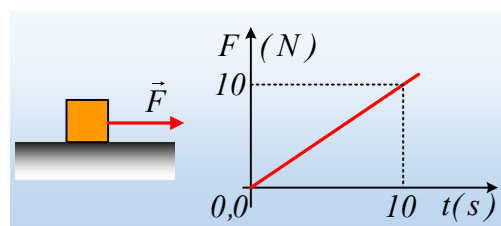


- A) Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος, για το χρονικό διάστημα 0-2s:
- Το σώμα παραμένει ακίνητο.
 - Το σώμα ισορροπεί.
 - Η δύναμη F είναι μεγαλύτερη του βάρους.
 - Το σώμα ασκεί δύναμη στο νήμα ίση με το βάρος του.
 - Το σώμα ασκεί στο νήμα την αντίδραση του βάρους του.
- B) Για το χρονικό διάστημα 2s-4s ισχύουν:
- Το σώμα έχει επιτάχυνση προς τα πάνω.
 - Η επιτάχυνση έχει μέτρο 1m/s^2 .
 - Η δύναμη F είναι σταθερή.
 - Το σώμα ασκεί στο νήμα την αντίδραση του βάρους του.
 - Το σώμα ασκεί στο νήμα δύναμη κατά μέτρο μικρότερη του βάρους του.
- Γ) Το μέτρο της δύναμης F από 0-2s είναιN.
- Δ) Το μέτρο της δύναμης F από 2s-4s είναιN.
- Ε) Η μετατόπιση του σώματος από 0-4s είναιm.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

96) Η τριβή και η κίνηση.

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0,2$. Σε μια στιγμή $t_0=0$ στο σώμα ασκείται μεταβλητή οριζόντια δύναμη, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διπλανό διάγραμμα.

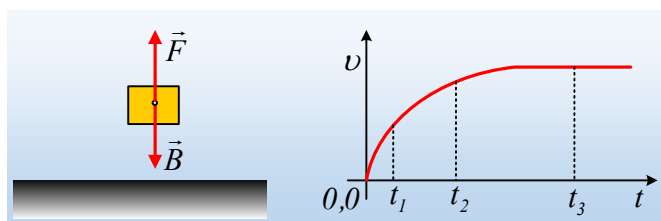


- i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα τη χρονική στιγμή $t_1=3\text{s}$ και να υπολογίστε τα μέτρα τους.

- ii) Ποια χρονική στιγμή t_2 θα αρχίσει το σώμα να κινείται και ποια η επιτάχυνση του σώματος τη στιγμή $t_3=10\text{s}$.
- iii) Να γίνει η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο από 0-10s και να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή $t_3=10\text{s}$.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

97) Πληροφορίες από το διάγραμμα ταχύτητας και η δύναμη.



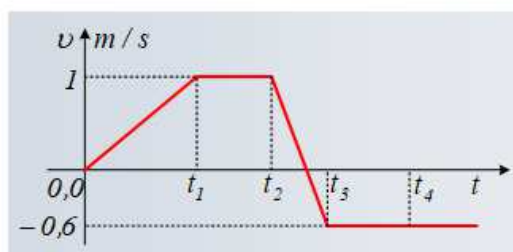
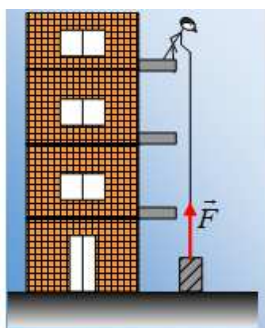
Ένα σώμα βάρους 100N, αρχίζει να ανυψώνεται από το έδαφος, με την επίδραση μιας κατακόρυφης δύναμης F , όπως στο πρώτο σχήμα, ενώ δίπλα δίνεται το διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο.

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις, ως σωστές ή λανθασμένες, δίνοντας και σύντομες επεξηγήσεις.

- Τη στιγμή t_1 το σώμα επιβραδύνεται.
- Τη στιγμή t_2 η δύναμη έχει μέτρο $F_2 > B$, όπου B το μέτρο του βάρους.
- Τη στιγμή t_2 η δύναμη έχει μέτρο $F_2 < F_1$, όπου F_1 το μέτρο της δύναμης τη στιγμή t_1 .
- Για το μέτρο της δύναμης τις στιγμές t_2 και t_3 ισχύει $F_2 < F_3$.

98) Ανεβάζοντας ένα κιβώτιο ξύλα.

Ο Μήτσος, συγκάτοικος στον 3^ο όροφο, αφού δεν έχει «λεφτά για πετρέλαιο», αγόρασε ξύλα για το τζάκι, τα οποία ανεβάζει τοποθετώντας τα σε κιβώτιο και τραβώντας με ένα σχοινί, ασκώντας με τον τρόπο αυτό μια κατακόρυφη δύναμη F στο κιβώτιο, το οποίο έχει βάρος 150N. Βρήκα την ευκαιρία και χρησιμοποιώντας έναν αισθητήρα, προσπάθησα να μετρήσω την ταχύτητα με την οποία ανεβάζει το κιβώτιο. Κατά την άνοδο όμως, σε μια στιγμή t_2 , του γλίστρησε το σχοινί, με αποτέλεσμα η ταχύτητα του κιβωτίου να μεταβάλλεται όπως στο σχήμα, σε συνάρτηση με το χρόνο.



- Στο χρονικό διάστημα 0- t_1 η ασκούμενη δύναμη F στο κιβώτιο, μέσω του νήματος:
 - Αυξάνεται
 - μειώνεται
 - παραμένει σταθερή.

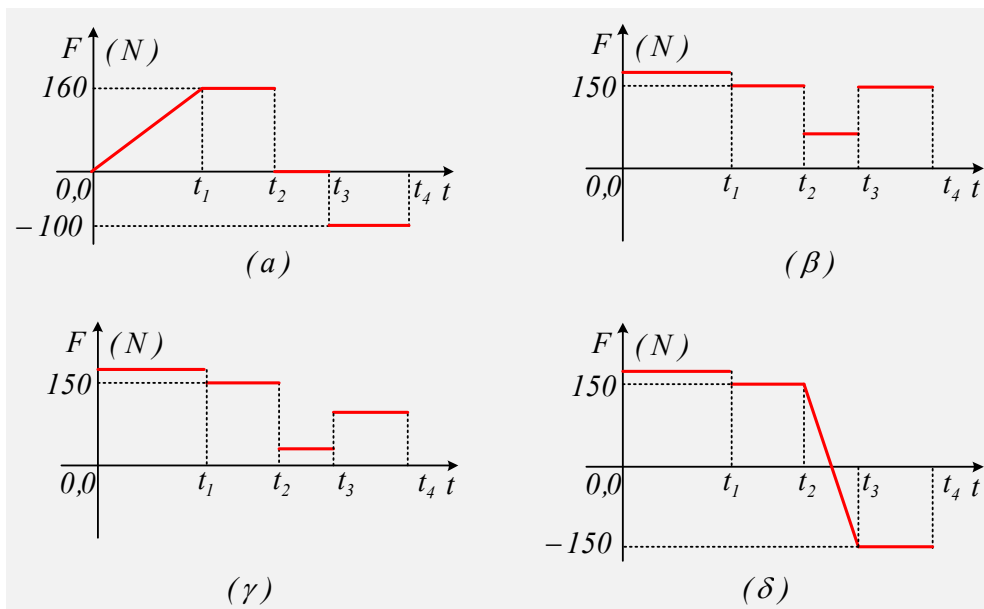
ii) Το μέτρο της παραπάνω δύναμης είναι:

α) μικρότερο από 150N, β) ίσο με 150N, γ) μεγαλύτερο από 150N

iii) Αν F_1 το μέτρο της δύναμης από t_1 - t_2 και F_2 το μέτρο της από t_3 - t_4 , τότε:

α) $F_1 < F_2$, β) $F_1 = F_2$ γ) $F_1 > F_2$.

iv) Να εξετάσετε αν το χρονικό διάστημα $\Delta t = t_3 - t_2$ μπορεί να έχει την τιμή $\Delta t = 0,1\text{s}$.



v) Ποιο από τα παραπάνω διαγράμματα μπορεί να παριστά την αλγεβρική τιμή της δύναμης F , σε συνάρτηση με το χρόνο;

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

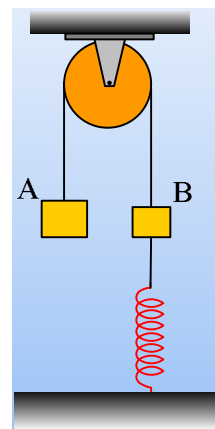
99) Μια ισορροπία και μια επιτάχυνση συστήματος.

Τα σώματα Α και Β ηρεμούν δεμένα στα άκρα αβαρούς νήματος, το οποίο διέρχεται από μια αβαρή τροχαλία, ενώ το Β έχει δεθεί μέσω 2^{ου} νήματος με ελατήριο, το οποίο έχει μήκος 30cm, όπως στο σχήμα. Το Α σώμα έχει μάζα $m_1 = 6\text{kg}$, το ελατήριο έχει φυσικό μήκος 20cm και τα δυο σώματα, βρίσκονται το ένα δίπλα στο άλλο. Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα που συνδέει το Β σώμα με το ελατήριο, οπότε μετά από 1 δευτερόλεπτο τα σώματα απέχουν μεταξύ τους κατακόρυφη απόσταση $d = 2\text{m}$.

i) Να υπολογιστεί η μάζα του σώματος Β.

ii) Να βρεθεί η σταθερά K του ελατηρίου.

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.



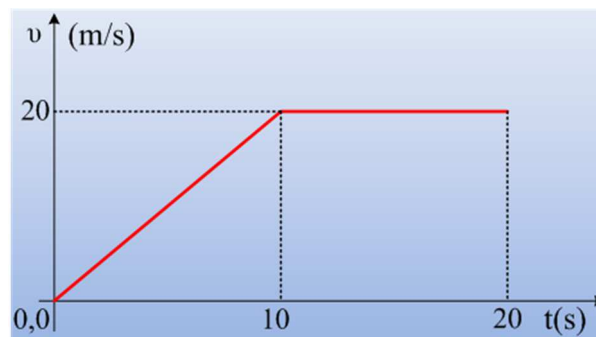
100) Μην φωνάζετε στην οδηγό!!!



Στο πίσω μέρος ενός αυτοκινήτου, δένεται ένα μεγάλο κιβώτιο μάζας 200kg , μέσω ενός όχι και πολύ γερού σχοινιού, με μικρό μήκος. Το κιβώτιο παρουσιάζει με το έδαφος συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,2$. Κατόπιν η Μαρία κάθεται στη θέση του οδηγού και δίπλα της ο Κώστας και τη στιγμή $t=0$ ξεκινάνε. Μόλις το αυτοκίνητο «έπιασε τα 50» ο Κώστας έβγαλε τις φωνές:

-Σιγά μην τρέχεις έτσι, θα κοπεί το σχοινί!!!

Αποτέλεσμα, η Μαρία αφήνει λίγο το γκάζι, οπότε η ταχύτητα του αυτοκινήτου μεταβάλλεται, σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα, στα πρώτα 20 δευτερόλεπτα της κίνησης.



- i) Εξετάστε αν ο Κώστας είχε δίκιο για τις φωνές που έβαλε.
- ii) Να βρεθεί η τάση του νήματος τη χρονική στιγμή $t_1=8\text{s}$.
- iii) Να υπολογιστεί η ενέργεια που μεταφέρεται από το αυτοκίνητο στο κιβώτιο στα πρώτα 20 δευτερόλεπτα της κίνησης.
- iv) Κάποια στιγμή και ενώ το αυτοκίνητο τρέχει με ταχύτητα 20m/s , η Μαρία βλέπει στο φανάρι που πλησιάζει, να ανάβει το πορτοκαλί. Γνωρίζει ότι η αυτό διαρκεί 4s , ενώ βλέπει ακόμη δίπλα στο φανάρι και τον τροχονόμο!!! Αμέσως φρενάρει και καταφέρνει να ακινητοποιήσει το αυτοκίνητο, πριν ανάψει το κόκκινο, ακριβώς δίπλα στον τροχονόμο.

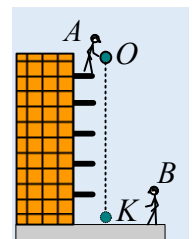
Γιατί όμως φωνάζει ακόμη πιο δυνατά τώρα ο Κώστας;

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

101) Δοο πίνακες για μια ελεύθερη πτώση.

Ένα παιδί, ο Αντώνης, βρίσκεται στο μπαλκόνι μιας πολυκατοικίας, κρατώντας στο χέρι του μια μικρή πέτρα. Σκύβει λίγο και την αφήνει να πέσει ελεύθερα από το σημείο O , το οποίο απέχει 17m από το έδαφος. Μετά από λίγο η πέτρα «προσγειώνεται» στο σημείο K του εδάφους, μπροστά από τον Βασίλη.

- i) Για τη μελέτη της πτώσης αυτής, ο Αντώνης παίρνει έναν κατακόρυφο άξονα με αρχή



το Ο και θετική κατεύθυνση προς τα κάτω. Αν $g=10\text{m/s}^2$ ενώ δεν υπάρχει αντίσταση του αέρα, μπορείτε να τον βοηθήσετε να συμπληρώσει τον παρακάτω πίνακα, αν η πέτρα αφήνεται ελεύθερη τη στιγμή $t_0=0$, ενώ Δy η μετατόπιση και y η θέση της πέτρας;

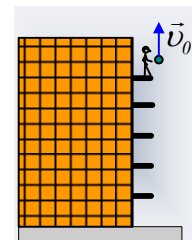
t (s)	a (m/s ²)	v (m/s)	Δy (m)	y (m)
0				
1				
2				

ii) Ο Βασίλης αντίθετα παίρνει ένα κατακόρυφο άξονα με αρχή το σημείο Κ και θετική κατεύθυνση προς τα πάνω. Με βάση αυτό το σύστημα αναφοράς, να συμπληρωθεί ο αντίστοιχος πίνακας:

t (s)	a (m/s ²)	v (m/s)	Δy (m)	y (m)
0				
1				
2				

102) Θετικά και αρνητικά στην κατακόρυφη βολή.

Από το μπαλκόνι του 5^{ου} ορόφου, σε ύψος 15m από το έδαφος εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω μια μικρή πέτρα, με αρχική ταχύτητα μέτρου 10m/s. Η πέτρα φτάνει σε κάποιο ύψος και μετά από λίγο πέφτει στο έδαφος. Θέλουμε να υπολογίσουμε το χρόνο κίνησης, καθώς και την ταχύτητα με την οποία η πέτρα φτάνει στο έδαφος.



Υπάρχουν δύο θεωρήσεις.

- Ο Αντώνης παίρνει ως θετική φορά την προς τα πάνω, αφού η πέτρα ξεκινά να κινείται προς τα πάνω.
- Αντίθετα ο Βασίλης θεωρεί θετική την προς τα κάτω κατεύθυνση, αφού εκεί θα πέσει η πέτρα.

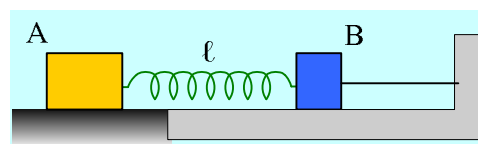
Ποιος έχει δίκιο;

Ας παρακολουθήσουμε τις λύσεις τους.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$, ενώ δεν υπάρχει αντίσταση από τον αέρα.

103) Δοσώματα σε λείο και μη επίπεδο.

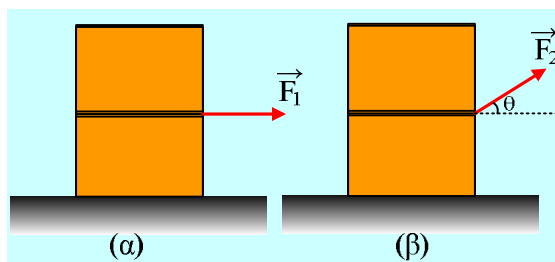
Τα σώματα Α και Β με μάζες $m_1=3\text{kg}$ και $m_2=2\text{kg}$ αντίστοιχα η-ρεμούν όπως στο σχήμα, το Α σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστές τριβές $\mu=\mu_s=0,6$, το δε Β σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στη θέση αυτή το ελατήριο, σταθεράς $k=40\text{N/m}$, έχει επιμήκυνση $\Delta\ell=0,4\text{m}$.



- i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα και να υπολογίστε τα μέτρα τους.
 ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα. Ποια η αρχική επιτάχυνση κάθε σώματος;
 iii) Να βρεθεί η τριβή που ασκείται στο Α σώμα, τη στιγμή που το Β σώμα έχει μετακινηθεί κατά 50cm προς τα αριστερά (χωρίς να έχει περάσει στο τραχύ επίπεδο).
 Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

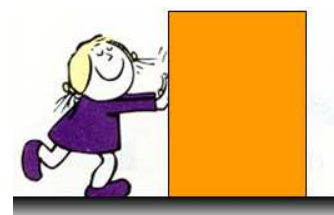
104) Ποιος είναι ο καλύτερος τρόπος;

Δυο παιδιά ο Αντώνης (Α) και ο Βασίλης (Β) θέλουν να μετακινήσουν ένα πολύ βαρύ κιβώτιο σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0,4$. Δένουν γύρω του ένα σχοινί και ο (Α) προτείνει να το τραβήξουν οριζόντια, ενώ ο (Β) να το τραβήξουν πλάγια υπό γωνία θ , όπου $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\eta\theta=0,8$. Ποια είναι η καλύτερη λύση;



105) Μια ερώτηση τριβής, καθημερινής εφαρμογής.

Το κοριτσάκι του σχήματος βάρους 400N μετακινεί με σταθερή ταχύτητα ένα κιβώτιο βάρους 500N σε οριζόντιο επίπεδο, σπρώχνοντάς το με δύναμη F. Δίνεται ότι οι συντελεστές τριβής ολίσθησης ταυτίζονται με τους αντίστοιχους της οριακής στατικής τριβής:



- i) Να σχεδιάσετε στην κόλλα σας, σε χωριστά σχήματα, τις δυνάμεις που ασκούνται:

α) στο κιβώτιο και β) στο κοριτσάκι.

- ii) Μεγαλύτερη τριβή από το έδαφος ασκείται:

α) στο κιβώτιο β) στο κοριτσάκι γ) ασκούνται τριβές ίσου μέτρου.

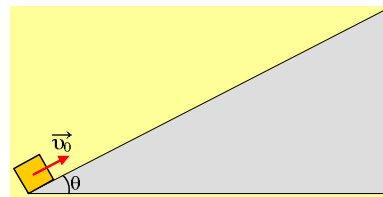
- iii) Μεγαλύτερο συντελεστή τριβής ολίσθησης με το έδαφος παρουσιάζει:

α) το κιβώτιο β) το κοριτσάκι γ) παρουσιάζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

106) Κίνηση σε κεκλιμένο επίπεδο με τριβές.

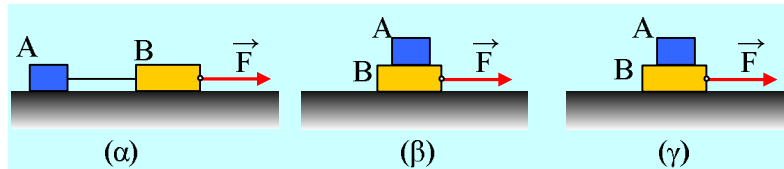
Ένα σώμα μάζας 2kg εκτοξεύεται από την βάση ενός κεκλιμένου επιπέδου κλίσεως θ , με αρχική ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$, με φορά προς τα πάνω. Το σώμα σταματά την άνοδό του, αφού διανύσει απόσταση $x=5\text{m}$. Αν $\eta\mu\theta=0,6$ και $g=10\text{m/s}^2$, να βρεθούν:



- i) Το μέτρο της τριβής που ασκήθηκε στο σώμα κατά την άνοδό του.
- ii) Η επιτάχυνση του σώματος κατά την άνοδο.
- iii) Να εξετασθεί αν το σώμα θα ξανακατέβει στη βάση του επιπέδου, θεωρώντας την οριακή τριβή ίση με την τριβή ολίσθησης.

107) Κίνηση ενός συστήματος σωμάτων.

Τα σώματα Α και Β κινούνται μαζί σε τρία πειράματα, με την επίδραση της ίδιας οριζόντιας δύναμης F , όπως στα παρακάτω σχήματα.



Στο (α) πείραμα το σύστημα κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και τα δυο σώματα είναι δεμένα με νήμα.

Στο (β) τα σώματα κινούνται επίσης σε λείο οριζόντιο επίπεδο.

Στο (γ) το σύστημα σύρεται σε μη λείο επίπεδο.

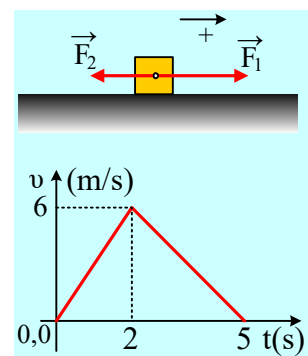
- i) Ποια δύναμη επιταχύνει το Α σώμα σε κάθε πείραμα; Να σχεδιάσετε την δύναμη αυτή πάνω στο σχήμα.
- ii) Αν F_1 , F_2 και F_3 οι παραπάνω δυνάμεις στα τρία πειράματα αντίστοιχα, τότε για τα μέτρα τους ισχύει:
 - α) $F_1 = F_2 = F_3$,
 - β) $F_1 = F_2 < F_3$,
 - γ) $F_1 = F_2 > F_3$,
 - δ) $F_1 > F_2 = F_3$,

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

108) Δυναμική σε μια διάσταση με δύο δυνάμεις.

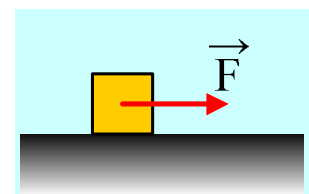
Σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο κινείται ένα σώμα με την επίδραση δύο οριζοντίων δυνάμεων F_1 και F_2 , όπως στο σχήμα. Αν η F_2 έχει σταθερό μέτρο $F_2 = 40\text{N}$, ενώ από 0-2s το μέτρο της F_1 είναι 70N και στο διάγραμμα δίνεται η ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, ζητούνται:

- i) Η μάζα του σώματος.
- ii) Το μέτρο της δύναμης F_1 από 2s-5s.
- iii) Τα έργα των δυνάμεων από 0-5s.



109) Κίνηση σώματος σε λείο οριζόντιο επίπεδο.

Ένα σώμα ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ($t=0$) ασκούμε πάνω του μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=8\text{N}$, μετατοπίζοντας το σώμα κατά 4m, μέχρι τη στιγμή $t_1=2\text{s}$, όπου και μηδενίζουμε την ασκούμενη δύναμη.

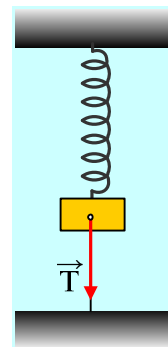


Ζητούνται:

- i) Η μάζα του σώματος.
- ii) Η μετατόπιση του σώματος μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2=6\text{s}$.
- iii) Να γίνει η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

110) Ισορροπία και κίνηση σώματος στο άκρο ελατηρίου.

Ένα σώμα μάζας $M=4\text{kg}$ ηρεμεί δεμένο στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, αλλά και δεμένο επίσης και με το έδαφος μέσω νήματος. Το ελατήριο έχει σταθερά $k=200\text{N/m}$, ενώ η τάση του νήματος είναι $T=60\text{N}$.

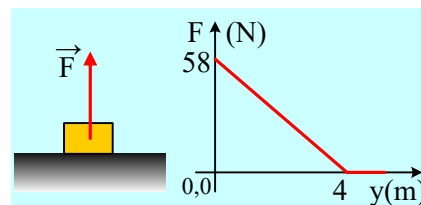


- i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα υπολογίζοντας και τα μέτρα τους.
- ii) Να βρεθεί η επιμήκυνση του ελατηρίου.
- iii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα, οπότε το σώμα κινείται προς τα πάνω.
 - α) Ποια η αρχική του επιτάχυνση;
 - β) Πόσο πρέπει να ανέβει το σώμα, μέχρι να φτάσει σε μια θέση που να μηδενιστεί η επιτάχυνσή του;
 - γ) Τελικά το σώμα σταματά την προς τα πάνω κίνησή του, αφού ανέβει συνολικά κατά $h=0,6\text{m}$. Για την κίνηση μέχρι τη θέση αυτή, να βρεθούν τα έργα όλων των δυνάμεων που ασκήθηκαν στο σώμα.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

111) Κίνηση με μεταβλητή κατακόρυφη δύναμη.

Ένα σώμα μάζας 2kg βρίσκεται ακίνητο στο έδαφος. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση μιας μεταβλητής κατακόρυφης δύναμης F , το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διπλανό διάγραμμα.

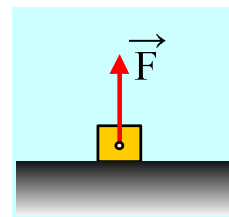


- i) Ποια η αρχική επιτάχυνση που αποκτά το σώμα;
- ii) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος, τη στιγμή που το σώμα έχει ανέλθει κατά 2m .
- iii) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος στη θέση που μηδενίζεται η δύναμη.
- iv) Να βρεθεί το μέγιστο ύψος από το έδαφος στο οποίο θα φτάσει το σώμα.
- v) Με ποια κινητική ενέργεια το σώμα επιστρέφει στο έδαφος;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

112) Άνοδος με δύναμη ανάλογη του χρόνου.

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί στο έδαφος. Σε μια στιγμή $t=0$ ασκείται πάνω του, μια κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα πάνω, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο, σύμφωνα με τη σχέση $F=4t$ (μονάδες στο S.I.).

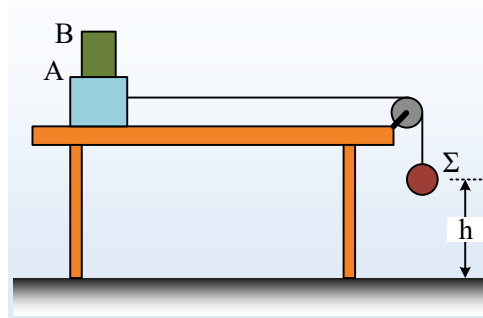


- i) Ποια χρονική στιγμή t_1 το σώμα θα εγκαταλείψει το έδαφος.

- ii) Να βρείτε την επιτάχυνση του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να κάνετε τη γραφική της παράσταση μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2=10\text{s}$.
- iii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή t_2 .
- iv) Να βρεθεί η ισχύς της δύναμης F τη στιγμή t_2 .

113) Ένα σύστημα σωμάτων και η τριβή.

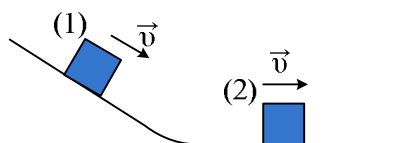
Δίνεται το σύστημα των σωμάτων A, B και Σ, όπου το σώμα A, μάζας $M=1,5\text{kg}$, συνδέεται με αβαρές νήμα, μέσω αβαρούς τροχαλίας με το σώμα Σ, μάζας $m=0,5\text{kg}$. Τα σώματα ηρεμούν.



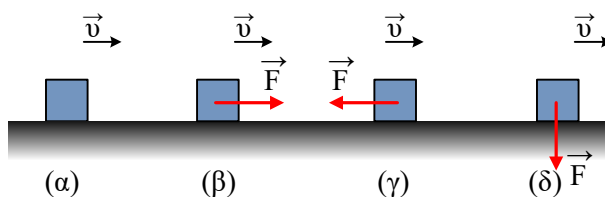
- i) Να αποδείξετε ότι το σώμα A δεν δέχεται δύναμη τριβής από το σώμα B.
 - ii) Να βρεθεί το μέτρο της τριβής που ασκείται στο A σώμα από το τραπέζι.
 - iii) Σε μια στιγμή αφαιρούμε το σώμα B, οπότε το σώμα Σ πέφτει και φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα $v_1=0,8\text{m/s}$, όπου και σταματά. Αν αρχικά το Σ βρισκόταν σε ύψος $h=0,32\text{m}$ από το έδαφος, να βρεθούν:
 - α) Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος A και του τραπεζιού.
 - β) Η συνολική απόσταση που διανύει το A σώμα πάνω στο τραπέζι μέχρι να σταματήσει.
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

114) Ερωτήσεις στις τριβές.

1. Ένα σώμα κατέρχεται κατά μήκος ενός κεκλιμένου επιπέδου και στη συνέχεια συνεχίζει στο οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα. Το σώμα παρουσιάζει τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης με τα δύο επίπεδα.



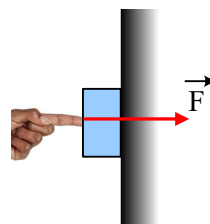
- i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στις θέσεις που δίνονται στο σχήμα.
 - ii) Η τριβή έχει μεγαλύτερο μέτρο:
 - α) στη θέση (1), β) στη θέση (2), γ) οι δυο τριβές έχουν το ίδιο μέτρο.
2. Ένα σώμα κινείται προς τα δεξιά και στο παρακάτω σχήμα, δίνονται τέσσερις εκδοχές για την κίνησή του.



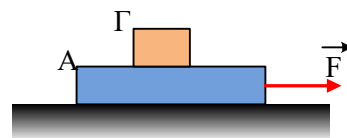
- i) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες.
- α) Στο (α) σχήμα δεν ασκείται δύναμη τριβής, αφού το σώμα δεν δέχεται δύναμη.
- β) Στο (γ) σχήμα η τριβή έχει φορά προς τα δεξιά, είναι δηλαδή αντίθετης κατεύθυνσης από την δύναμη F που ασκείται στο σώμα.
- γ) Μεγαλύτερη τριβή ασκείται στο σώμα του (δ) σχήματος, αφού στην περίπτωση αυτή η κάθετη αντίδραση του επιπέδου είναι μεγαλύτερη.
- δ) Δεν μπορεί να υπάρξει η κατάσταση που φαίνεται στο γ) σχήμα, να έχει δηλαδή η ασκούμενη δύναμη κατεύθυνση προς τα αριστερά και το σώμα να κινείται προς τα δεξιά.
- ii) Να σχεδιάστε την τριβή που ασκείται στο σώμα σε κάθε περίπτωση.

3. Πιέζοντας ένα κουτί με το δάκτυλό μας το κρατάμε σε επαφή με έναν κατακόρυφο τοίχο, ασκώντας του οριζόντια δύναμη F , όπως στο σχήμα.

- i) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κουτί.
- ii) Αν πιέσουμε λιγότερο το κουτί, μειώνοντας την δύναμη F που ασκούμε, το κουτί πέφτει. Μπορείτε να το ερμηνεύσετε;

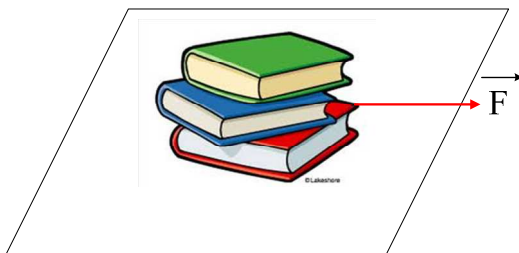


4. Τα σώματα Α και Γ κινούνται επιταχυνόμενα μαζί σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση της οριζόντιας δύναμης F , η οποία ασκείται στο σώμα Α.



Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;

- i) Η επιφάνεια μεταξύ των δύο σωμάτων δεν είναι λεία.
- ii) Το σώμα Γ δέχεται κατακόρυφη δύναμη από το σώμα Α.
- iii) Στο σώμα Γ ασκείται δύναμη τριβής με φορά προς τα δεξιά.
5. Σε ένα οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν τρία βιβλία, όπως στο σχήμα:



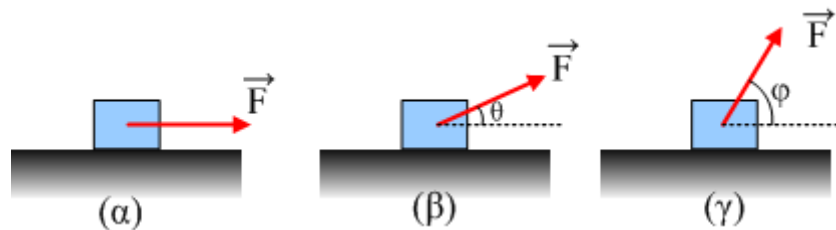
Ασκούμε μια οριζόντια δύναμη F στο κάτω βιβλίο, με αποτέλεσμα να σύρουμε και τα τρία βιβλία πάνω στο επίπεδο.

- i) Η ασκούμενη από εμάς δύναμη F , ασκείται, όχι μόνο στο κάτω βιβλίο, αλλά και στα άλλα δύο.
- ii) Το πράσινο βιβλίο δέχεται δύναμη τριβής από το μπλε βιβλίο, με κατεύθυνση προς τα δεξιά.
- iii) Το μπλε βιβλίο δέχεται δύο δυνάμεις τριβής. Μια από το κόκκινο και μια από το πράσινο βιβλίο. Και οι δύο αυτές δυνάμεις έχουν κατεύθυνση προς τα αριστερά.

115) Θα ανασηκωθεί το σώμα;

Η προσπάθώντας να διδάξουμε σύμφωνα με τις οδηγίες...

Ένα σώμα μάζας 1kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω του μια δύναμη μέτρου 14N, η διεύθυνση της οποίας μπορεί να είναι όπως φαίνεται στα παρακάτω σχήματα.

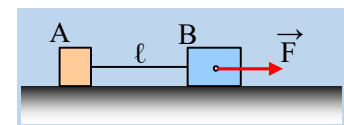


- i) Στην περίπτωση του (α) σχήματος, πόση επιτάχυνση θα αποκτήσει το σώμα;
- ii) Το σώμα στο (β) σχήμα, όπου $\theta=30^\circ$:
 - α) θα κινηθεί οριζόντια,
 - β) θα κινηθεί στη διεύθυνση της δύναμης F,
 - γ) θα κινηθεί σε άλλη διεύθυνση.
- iii) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος στην περίπτωση του (β) σχήματος.
- iv) Αν η δύναμη στο (γ) σχήμα σχηματίζει γωνία $\phi=60^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση, τότε το σώμα:
 - α) θα κινηθεί οριζόντια,
 - β) θα κινηθεί στη διεύθυνση της δύναμης F,
 - γ) θα κινηθεί σε άλλη διεύθυνση.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

116) Η απόσταση των σωμάτων μετά το κόψιμο του νήματος.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δυο σώματα Α και Β με μάζες $m_1=1\text{kg}$ και $m_2=3\text{kg}$ αντίστοιχα, δεμένα στα άκρα ενός οριζοντίου νήματος μήκους $\ell=1\text{m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



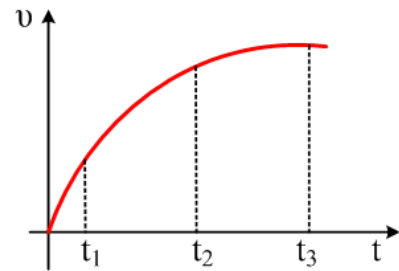
Κάποια στιγμή ασκούμε στο σώμα Β μια οριζόντια δύναμη μέτρου $F=12\text{N}$ και τα σώματα κινούνται προς τα δεξιά.

- i) Να βρεθεί η τάση του νήματος.
- ii) Σε μια στιγμή το νήμα που συνδέει τα δυο σώματα κόβεται. Ποια η απόσταση των δύο σωμάτων 2s μετά τη στιγμή που κόπηκε το νήμα;

117) Αντίσταση του αέρα και πτώση σώματος.

Αφήνουμε ένα σώμα ελεύθερο να πέσει από ορισμένο ύψος και στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο.

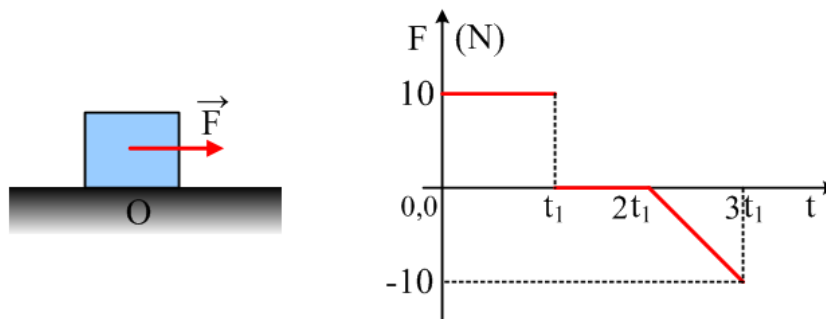
- i) Η κίνηση του σώματος είναι ελεύθερη πτώση.
- ii) Στο σώμα ασκείται η αντίσταση του αέρα, μια σταθερή δύναμη αντίθετη της ταχύτητας.
- iii) Τη χρονική στιγμή t_3 η αντίσταση του αέρα έχει το ίδιο μέτρο με το βάρος.



Να χαρακτηρίσετε τις παραπάνω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δικαιολογώντας την άποψή σας.

118) Κίνηση σώματος με δύναμη που μεταβάλλεται.

Ένα σώμα ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στο σημείο O. Σε μια στιγμή $t_0=0$ δέχεται την επίδραση οριζόντιας δύναμης, η τιμή της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα



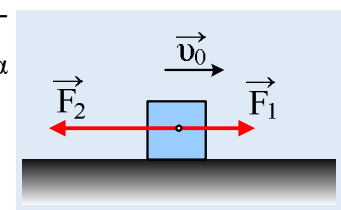
Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:

- i) Από $0-t_1$ το σώμα κινείται και η κίνησή του είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
- ii) Στο χρονικό διάστημα t_1-2t_1 το σώμα ηρεμεί.
- iii) Στο χρονικό διάστημα $2t_1-3t_1$ το σώμα κινείται επιταχυνόμενο προς τα αριστερά.
- iv) Τη στιγμή $3t_1$ το σώμα απέχει μεγαλύτερη απόσταση από την αρχική θέση O, από ότι τη στιγμή $2t_1$.
- v) Τη στιγμή $3t_1$ το σώμα έχει ταχύτητα προς τα δεξιά.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

119) Κίνηση σε λείο επίπεδο με την επίδραση δύο δυνάμεων.

Ένα σώμα μάζας 2kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, με την επίδραση 2 οριζοντίων δυνάμεων $F_1=4\text{N}$ προς τα δεξιά και $F_2=10\text{N}$ προς τ' αριστερά. Σε μια στιγμή $t_0=0$ έχει ταχύτητα $v_0=12\text{m/s}$ προς τα δεξιά.



- i) Ποια πρόταση είναι σωστή:
 - α) Η επιτάχυνση του σώματος είναι προς τα δεξιά.
 - β) Το σώμα θα κινηθεί αμέσως προς τ' αριστερά.
 - γ) Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας έχει μέτρο 3m/s/s .
 - δ) Η αδράνεια του σώματος θα μικρύνει αν καταργηθεί η δύναμη F_2 .

ii) Η ταχύτητά του τη στιγμή $t_1=2\text{s}$ είναι:

- α. 2 m/s . β. 6 m/s . γ. 8 m/s . δ. 12 m/s .

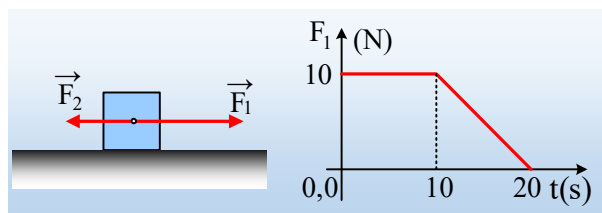
iii) Αν τη στιγμή $t_1=2\text{s}$ σταματά να ασκείται η δύναμη F_1 , τότε:

- α) Θα αυξηθεί η αδράνεια του σώματος.
 β) Το σώμα θα κινηθεί για λίγο ακόμη και μετά θα σταματήσει.
 γ) Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας θα αλλάξει.

iv) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή $t_2=6\text{s}$.

120) Μια σταθερή και μια μεταβλητή δύναμη.

Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ αρχίζει να κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ξεκινώντας από την ηρεμία, με την επίδραση δύο οριζοντίων δυνάμεων F_1 και F_2 . Η δύναμη F_2 είναι σταθερή μέτρου 6N , ενώ η F_1 μεταβλητή, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο σχήμα.



- i) Να γίνει το διάγραμμα της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.
 ii) Ποια είναι η ταχύτητα του σώματος και ποια η μετατόπισή του τη χρονική στιγμή $t_1=10\text{s}$;
 iii) Ποια χρονική στιγμή το σώμα αρχίζει να επιβραδύνεται;
 iv) Να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα του σώματος.
 v) Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2=20\text{s}$.

121) Τριβές και μεταβλητή δύναμη.

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστές τριβής $\mu_s=0,5$ και $\mu=0,4$. Σε μια στιγμή που θεωρούμε $t_0=0$, ασκούμε πάνω του μια μεταβλητή οριζόντια δύναμη, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $F=4+2t$ (S.I.).

i) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να υπολογίστε τα μέτρα τους τις χρονικές στιγμές:

- α) $t_1=1\text{s}$, και β) $t_2=2\text{s}$

ii) Ποια χρονική στιγμή το σώμα θα αρχίσει να ολισθαίνει;

iii) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος τις χρονικές στιγμές:

- α) $t_2=2\text{s}$ β) $t_3=4\text{s}$ και γ) $t_4=5\text{s}$

iv) Να βρεθεί η εξίσωση που δίνει την επιτάχυνση του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.

v) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_4=5\text{s}$.

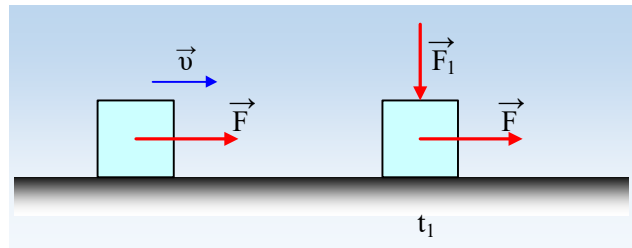
vi) Με ποιο ρυθμό προσφέρεται ενέργεια στο σώμα μέσω του έργου της δύναμης F τις χρονικές στιγμές:

- α) $t_1=1\text{s}$ και β) $t_4=5\text{s}$.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

122) Τι κίνηση θα κάνει το σώμα;

Το σώμα Σ κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα, υπό την επίδραση της σταθερής οριζόντιας δύναμης F . Τη στιγμή t_1 ασκούμε στο σώμα και μια άλλη κατακόρυφη δύναμη F_1 (πιέζουμε κατακόρυφα το σώμα). Η κίνηση που θα εκτελέσει το σώμα στο εξής, θα είναι:

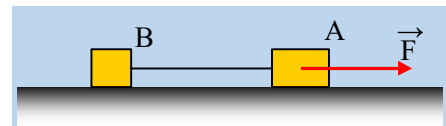


- i) Ευθύγραμμη ομαλή
- ii) Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιταχυνόμενη)
- iii) Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιβραδυνόμενη).
- iv) Θα σταματήσει αμέσως την κίνησή του.

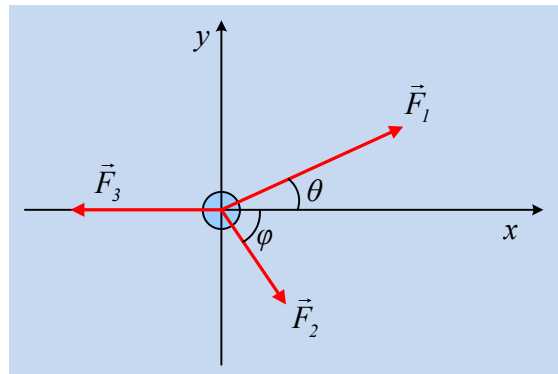
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

123) Η τάση του νήματος, πού και γιατί;

Έστω ότι σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δύο σώματα Α και Β με μάζες $M=3\text{kg}$ και $m=2\text{kg}$ αντίστοιχα, τα οποία συνδέονται με ένα νήμα. Σε μια στιγμή ασκούμε στο Α σώμα οριζόντια δύναμη μέτρου $F=10\text{N}$, όπως στο σχήμα. Αν το νήμα θεωρείται αβαρές, να βρεθούν οι δυνάμεις που ασκούνται από το νήμα στα δύο σώματα.

**124) Ανάλυση και σύνθεση δυνάμεων.**

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ασκούνται πάνω του οι οριζόντιες δυνάμεις που εμφανίζονται στο σχήμα. (Το σχήμα είναι κάτοψη, πράγμα που σημαίνει ότι εμείς το βλέπουμε από πάνω). Δίνονται $F_1=8\sqrt{3}\text{ N}$, $F_2=14\text{N}$, $F_3=6\text{N}$, $\theta=30^\circ$ και $\varphi=60^\circ$.

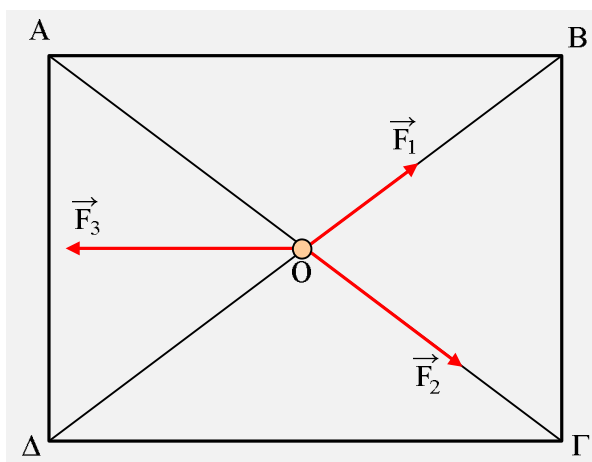


- i) Να αναλυθούν οι δυνάμεις στους άξονες x και y και να υπολογίσετε τα μέτρα των συνιστωσών των τριών δυνάμεων.
- ii) Να βρεθεί η συνισταμένη των συνιστωσών στον άξονα x και στον άξονα y .
- iii) Να βρεθεί η συνισταμένη όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.
- iv) Σε ποια κατεύθυνση θα κινηθεί το σώμα και πόσο θα είναι το μέτρο της επιτάχυνσης που θα αποκτήσει;

$$\text{Δίνονται } \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ και } \eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$$

125) Δυνάμεις και Κίνηση.

Ένα σώμα μάζας $m=0,4\text{kg}$ είναι ακίνητο στο κέντρο O , ενός γιγαντιαίου με πλευρές $(AB)=80\text{m}$ και $(BG)=60\text{m}$. Για $t=0$ δέχεται την επίδραση τριών σταθερών δυνάμεων με μέτρα $F_1=10\text{N}$, $F_2=20\text{N}$ και $F_3=24\text{N}$, όπως στο σχήμα, όπου η F_3 έχει διεύθυνση παράλληλη στην πλευρά AB .



Σε πόσο χρόνο και με ποια ταχύτητα θα βγει από το γήπεδο;

126) Τρίτος νόμος του Νεύτωνα, αντίδραση επιπέδου.

1. Ένα σώμα βάρους 20N ηρεμεί πάνω σε ένα τραπέζι, όπως στο σχήμα.

i) Σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του.

ii) Να υπολογιστούν τα μέτρα των δυνάμεων.

.....

iii) Δυνάμεις από επαφή είναι ενώ από απόσταση

iv) Ασκήν δύναμη το σώμα Σ στο τραπέζι; Αν ναι γιατί;

.....

v) Σχεδιάστε στο διπλανό σχήμα τη δύναμη που ασκεί το σώμα Σ στο τραπέζι. Πόσο είναι το μέτρο της;

.....

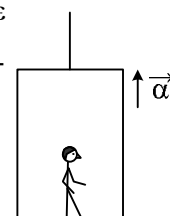
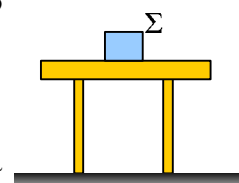
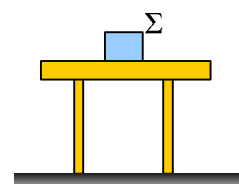
vi) Η δύναμη που ασκεί το τραπέζι στο σώμα λέγεται **αντίδραση του επιπέδου** και αφού έχει διεύθυνση κάθετη στην επιφάνεια επαφής ονομάζεται **κάθετη αντίδραση του επιπέδου**, και συνήθως την συμβολίζουμε με το γράμμα N (Normal).

2. Μέσα σε έναν ανελκυστήρα (ασανσέρ επί το ελληνικότερον!!!) ο οποίος ανέρχεται με σταθερή επιτάχυνση $a=2\text{m/s}^2$, βρίσκεται ένα παιδί μάζας 50kg . Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10\text{m/s}^2$.

i) Υπολογίστε το βάρος του παιδιού.

.....

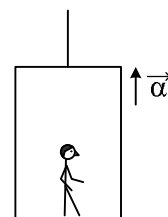
ii) Σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο παιδί και υπολογίστε το μέτρο της κάθετης αντίδρασης του επιπέδου.



.....

iii) Η δύναμη που ασκεί το παιδί στο δάπεδο:

- a) Έχει κατεύθυνση προς τα κάτω.
- b) Έχει μέτρο ίσο με το βάρος.
- c) Είναι η αντίδραση του βάρους.
- d) Έχει μέτρο μεγαλύτερο από το μέτρο του βάρους.

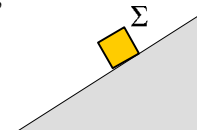


Χαρακτηρίστε τις παραπάνω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες.

iv) Σχεδιάστε στο διπλανό σχήμα τη δύναμη που ασκεί το παιδί, στο δάπεδο του ανελκυστήρα. Το μέτρο της είναι

3. Ένα σώμα Σ βάρους 30N ηρεμεί σε ένα κεκλιμένο επίπεδο (κατηφορικός δρόμος), όπως στο σχήμα.

- i) Σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του.
- ii) Η δύναμη που ασκεί το κεκλιμένο επίπεδο στο σώμα Σ είναι:
 - a) Κάθετη στο επίπεδο,
 - b) κατακόρυφη.
- iii) Υπολογίστε το μέτρο της αντίδρασης του επιπέδου.



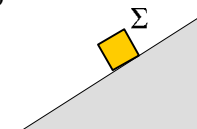
.....

iv) Το σώμα Σ ασκεί στο επίπεδο μια δύναμη με διεύθυνση Φορά προς τα Και μέτρο

v) Η αντίδραση του βάρους, έχει διεύθυνση φορά προς τα Μέτρο Και ασκείται

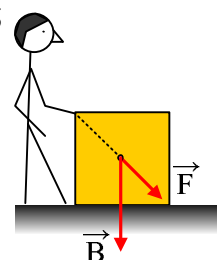
4. Ένα σώμα Σ βάρους 40N κατέρχεται κατά μήκος ενός κεκλιμένου επιπέδου, όπως στο σχήμα, με σταθερή ταχύτητα

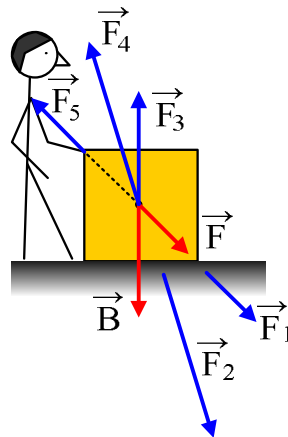
- i) Σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του.
- ii) Η δύναμη που ασκεί το σώμα στο κεκλιμένο επίπεδο:
 - a) Κάθετη στο επίπεδο,
 - b) κατακόρυφη.



5. Ένας μαθητής σπρώχνει όπως στο σχήμα την έδρα, ασκώντας της τη δύναμη F, χωρίς να «καταφέρνει» να την μετακινήσει.

- i) Ποια από τις δυνάμεις που εμφανίζονται στο παρακάτω σχήμα:
 - a) Είναι η αντίδραση της F:
 - b) Είναι η αντίδραση του βάρους:
 - c) Είναι η αντίδραση του επιπέδου:
 - d) Είναι η δύναμη που ασκεί η έδρα στο επίπεδο.....





127) Ελεύθερη πτώση-Κατακόρυφη βολή.

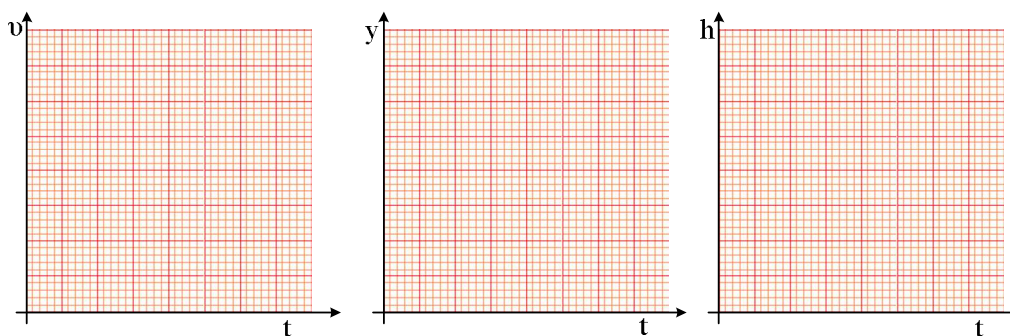
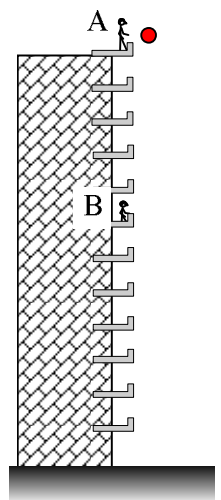
Φύλλο εργασίας.

1. Από το μπαλκόνι μιας ψηλής πολυκατοικίας σε ύψος από το έδαφος $H=45\text{m}$, ο Αντώνης αφήνει να πέσει μια μικρή πέτρα. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

- Πάρτε ένα κατακόρυφο άξονα yy' και θέσετε $y=0$ στην αρχική θέση της πέτρας. Θετική κατεύθυνση βολεύει να πάρετε αυτήν προς τα (κάτω, πάνω)
- Η κίνηση της πέτρας είναι με επιτάχυνση $a=.....$
- Με βάση τις προηγούμενες συμβάσεις για την ταχύτητα και τη θέση της πέτρας, ισχύουν οι εξισώσεις:

$$v = \text{ Και } y =$$

- Ελάχιστα πριν κτυπήσει η πέτρα στο έδαφος βρίσκεται στη θέση $y=.....$ Υπολογίστε πόσο χρονικό διάστημα διαρκεί η πτώση.
- Με ποια ταχύτητα φτάνει η πέτρα στο έδαφος;



- Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας και της θέσης της πέτρας σε συνάρτηση με το χρόνο.
- Ποια εξίσωση μας δίνει κάθε στιγμή το ύψος από το έδαφος που βρίσκεται η πέτρα; Να κάνετε στο τρίτο διάγραμμα την αντίστοιχη γραφική παράσταση $h-t$.

2. Ο Βασίλης βρίσκεται σε κάποιο μπαλκόνι της ίδιας πολυκατοικίας και κάποια στιγμή βλέπει την πέτρα να περνά από μπροστά του με ταχύτητα $v_0=20\text{m/s}$. Χρονομετρά και βρίσκει ότι η πέτρα φτάνει στο έδαφος μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t=1\text{s}$.

i) Γράψτε για την κίνηση, όπως την παρατηρεί ο Βασίλης, τις εξισώσεις :

$$v = \dots\dots\dots \text{ και } \Delta y = \dots\dots\dots$$

ii) Σε πόσο ύψος από το έδαφος βρίσκεται ο Βασίλης και με ποια ταχύτητα φτάνει στο έδαφος η πέτρα;

3. Ο Γιώργος βρίσκεται στο έδαφος. Κάποια στιγμή εκτοξεύει κατακόρυφα προς τα πάνω μια άλλη πέτρα με αρχική ταχύτητα μέτρου 20m/s . Πάρτε ένα κατακόρυφο άξονα yy' και θέσετε $y=0$ στο έδαφος. Θετική κατεύθυνση βολεύει να πάρετε αυτήν προς τα $\dots\dots\dots$ (κάτω, πάνω)

i) Η κίνηση της πέτρας είναι $\dots\dots\dots$ με επιτάχυνση $a = \dots\dots\dots$

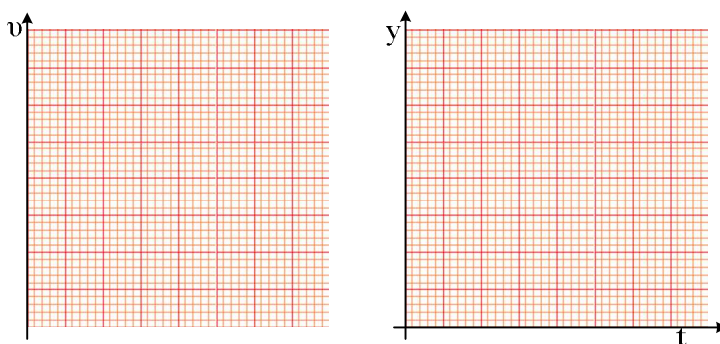
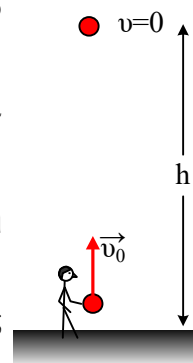
ii) Με βάση τις προηγούμενες συμβάσεις, για την ταχύτητα και τη θέση της πέτρας ισχύουν οι εξισώσεις:

$$v = \dots\dots\dots \text{ Και } y = \dots\dots\dots$$

iii) Ποια χρονική στιγμή σταματά να κινείται προς τα πάνω η πέτρα και σε πόσο ύψος από το έδαφος βρίσκεται τη στιγμή αυτή;

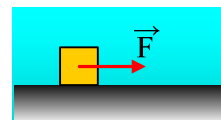
iv) Πόσο χρόνο διαρκεί συνολικά η κίνηση της πέτρας; Υπολογίστε την ταχύτητα με την οποία επιστρέφει στο έδαφος.

v) Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας και της θέσης της πέτρας σε συνάρτηση με το χρόνο.



128) Ποια η συνολική μετατόπιση, όταν αλλάζει η δύναμη.

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής $\mu=0,4$, στην θέση Α. Σε μια στιγμή ($t=0$) δέχεται την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης μέτρου $F_1=12\text{N}$, μέχρι να φτάσει στη θέση Β, όπου $(AB)=16\text{m}$. Στη θέση αυτή η δύναμη μειώνεται ώστε να έχει πλέον σταθερό μέτρο $F_2=6\text{N}$, μέχρι να φτάσει στη θέση Γ, όπου και σταματά. Να βρεθούν:



- i) Η επιτάχυνση του σώματος μεταξύ των θέσεων Α και Β.
- ii) Η ταχύτητα του σώματος στη θέση Β.
- iii) Το χρονικό διάστημα κατά το οποίο κινήθηκε το σώμα.
- iv) Η απόσταση (ΑΓ).

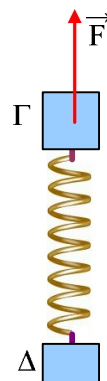
Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

129) 2ος Νόμος του Νεύτωνα.

Τα δυο σώματα Γ και Δ του σχήματος με μάζες $m_1=1\text{kg}$ και $m_2=0,5\text{kg}$ αντίστοιχα, κινούνται κατακόρυφα προς τα πάνω με κοινή σταθερή επιτάχυνση $a=2\text{m/s}^2$, με την επίδραση της δύναμης F , δεμένα στα άκρα ελατηρίου σταθεράς $k=30\text{N/m}$.

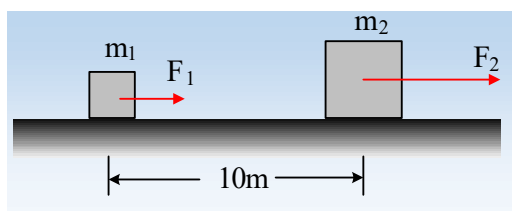
- Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο Δ σώμα και να υπολογίσετε τα μέτρα τους.
- Να βρείτε την επιμήκυνση του ελατηρίου.
- Πόσο είναι το μέτρο της δύναμης F που ασκείται στο σώμα Γ;
- Αν κάποια στιγμή καταργηθεί η δύναμη F , να βρεθεί η επιτάχυνση κάθε σώματος αμέσως μετά.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



130) Άσκηση 11 κεφ 1.2. Δύο λύσεις.

Δύο σώματα με μάζες $m_1=1\text{kg}$ και $m_2=3\text{kg}$ ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η μεταξύ τους απόσταση είναι 10m . Στα σώματα επενεργούν ταυτόχρονα ομόρροπες δυνάμεις $F_1=4\text{N}$ και $F_2=15\text{N}$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στην εικόνα.



- Να υπολογίσετε την επιτάχυνση κάθε σώματος.
- Μετά από πόσο χρόνο το σώμα μάζας m_2 θα προηγείται του άλλου κατά 18m ;

131) Ποια η κατεύθυνση της τριβής.

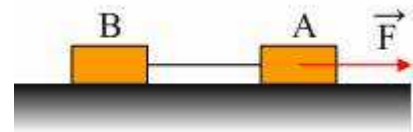
Το σώμα Σ βρίσκεται πάνω σε μια σανίδα, η οποία κινείται οριζόντια με επιτάχυνση $a=3\text{m/s}^2$, με την επίδραση κατάλληλης δύναμης F , όπως στο σχήμα. Το σώμα κινείται μαζί με την σανίδα.



- Σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ.
- Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής στατικής οριακής τριβής μεταξύ σώματος και σανίδας, για να μπορεί το σώμα Σ να κινείται μαζί με την σανίδα;

132) Απόσταση των σωμάτων μόλις κοπεί το νήμα.

Τα σώματα Α και Β του σχήματος έχουν ίσες μάζες $m_1=m_2=2\text{kg}$ και ηρεμούν σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζουν συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,2$, δεμένα στα άκρα τεντωμένου νήματος μήκους $L=1\text{m}$. Για $t=0$ ασκούμε στο Α σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=12\text{N}$. Τη χρονική στιγμή $t_1=3\text{s}$ το νήμα που συνδέει τα δύο σώματα κόβεται ενώ η δύναμη F συνεχίζει να ασκείται στο σώμα Α.

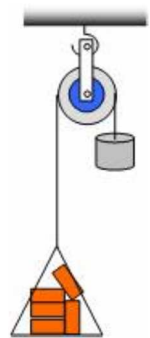


- Ποια η ταχύτητα των δύο σωμάτων τη στιγμή t_1 ;
- Πόσο απέχουν τα δύο σώματα τη χρονική στιγμή $t_2=8\text{s}$;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

133) Επιτάχυνση ενός συστήματος σωμάτων.

Θέλουμε να ανεβάσουμε ένα φορτίο από τούβλα μάζας 8kg . Για το σκοπό αυτό το δένουμε στο ένα άκρο νήματος, το οποίο αφού το περάσουμε από τροχαλία, δένουμε στο άλλο του άκρο ένα αντίβαρο μάζας 12kg . Αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί. Με δεδομένο ότι η μάζα της τροχαλίας θεωρείται αμελητέα, σε σχέση με τις μάζες των άλλων σωμάτων, να υπολογιστούν:

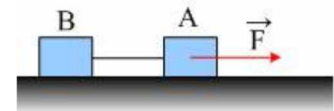


- Η επιτάχυνση της κίνησης.
- Η τάση του νήματος που συνδέει τα 2 σώματα.

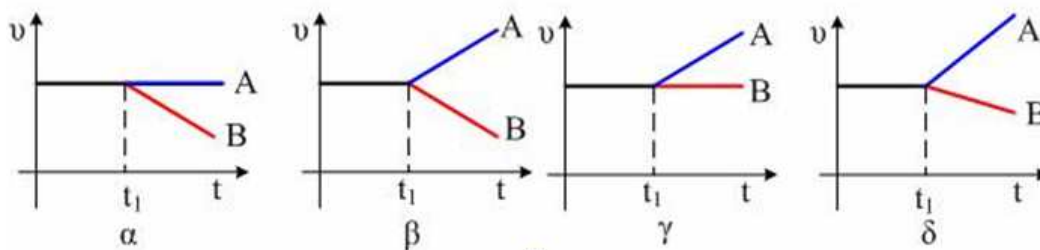
Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$.

134) Θεμελιώδης Νόμος της Μηχανικής και σύστημα σωμάτων.

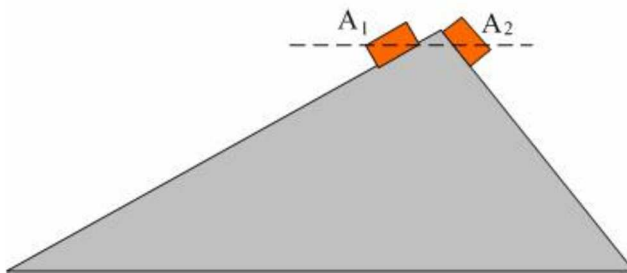
Τα σώματα Α και Β με ίσες μάζες σύρονται με την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης F σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο παρουσιάζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης, δεμένα με νήμα, όπως στο σχήμα.



Αν τη χρονική στιγμή t_1 κόβεται το νήμα που συνδέει τα δύο σώματα, ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα, για τις ταχύτητες των σωμάτων, είναι σωστό;

**135) Πιο σύντομα, πιο γρήγορα.**

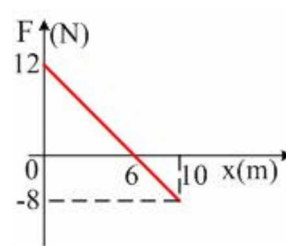
Δυο αντικείμενα ίσων μαζών, το A_1 και το A_2 αφήνονται ταυτόχρονα από το ίδιο ύψος να ολισθήσουν σε δυο διαφορετικά κεκλιμένα επίπεδα με γωνίες κλίσης 30° και 45° αντίστοιχα. Αν η τριβή θεωρηθεί αμελητέα, ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;



- i) Η κινητική ενέργεια που έχει το σώμα A_1 όταν φτάνει στο έδαφος είναι ίση με την κινητική ενέργεια που έχει το σώμα A_2 όταν φτάνει στο έδαφος.
- ii) Το A_2 φτάνει στο έδαφος πριν από το A_1 .
- iii) Την ίδια χρονική στιγμή τα δυο αντικείμενα έχουν πάντα την ίδια δυναμική ενέργεια ως προς το έδαφος.
- iv) Η ταχύτητα με την οποία το A_1 φτάνει στο έδαφος είναι ίση κατά μέτρο με την ταχύτητα με την οποία το A_2 φτάνει στο έδαφος.

136) Μέγιστη ταχύτητα σώματος

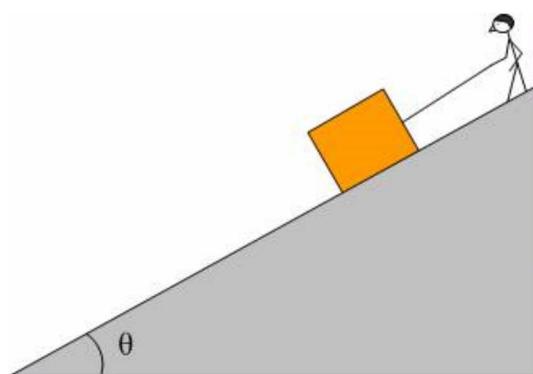
Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση οριζόντιας μεταβλητής δύναμης, η τιμή της οποίας μεταβάλλεται όπως στο σχήμα.



- i) Ποια η αρχική επιτάχυνση του σώματος;
- ii) Σε ποια θέση το σώμα θα έχει μέγιστη ταχύτητα;
- iii) Να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα του σώματος.
- iv) Πόση η κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση $x=10\text{m}$.

137) Τριβή σε κεκλιμένο επίπεδο.

Ένας άνθρωπος συγκρατεί ένα κιβώτιο μάζας $m=20\text{kg}$ σε κεκλιμένο επίπεδο, ασκώντας του μέσω νήματος δύναμη μέτρου $F=180\text{N}$, παράλληλης με το επίπεδο. Για την κλίση του επιπέδου θ δίνεται $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\eta\theta=0,8$, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.



- i) Να βρεθεί η στατική τριβή που ασκείται στο σώμα.
- ii) Σε μια στιγμή ο άνθρωπος αφήνει το νήμα και το σώμα φτάνει στη βάση του επιπέδου με ταχύτητα $v=6\text{m/s}$, αφού διανύσει απόσταση $x=9\text{m}$. Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου.

138) Μεταβλητή δύναμη και τριβή

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σ' οριζόντιο επίπεδο. Ασκούμε πάνω του μια μεταβλητή οριζόντια δύναμη της μορφής:

$$F=0,5t + 6 \quad (\text{S.I.})$$

και παρατηρούμε ότι το σώμα αρχίζει να ολισθαίνει την χρονική στιγμή $t_1=8\text{s}$. Σταθεροποιούμε από κει και πέρα το μέτρο της δύναμης F (στην τιμή που είχε για $t=8\text{s}$) και παρατηρούμε ότι την χρονική στιγμή $t_2=12\text{s}$ το σώμα έχει μετατοπιστεί κατά 8m . Να βρεθούν οι συντελεστές στατικής τριβής και τριβής ολίσθησης.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

139) Αντίδραση του επιπέδου ή πώς σχεδιάζουμε δυνάμεις.

Πώς σχεδιάζουμε δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα; Μπορούμε να ξέρουμε πόσες πρέπει να σχεδιάσουμε; Πολλές φορές οι μαθητές σχεδιάζουν πραγματικές δυνάμεις, αλλά μη ξέροντας πού να σταματήσουν σχεδιάζουν και κάποιες μη υπαρκτές, με σκοπό να πετύχουν αυτό που θεωρούν απαραίτητο.

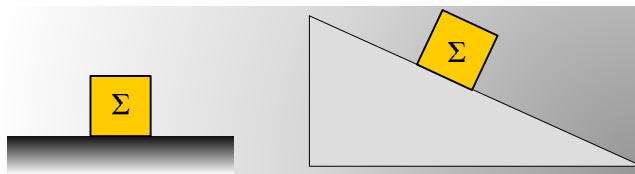
Παλιότερα σχεδιάζαμε την αντίδραση του επιπέδου, την οποία αναλύαμε στην κάθετη συνιστώσα, την οποία λέγαμε κάθετη αντίδραση (F_k ή N) και την οριζόντια συνιστώσα που ονομάζαμε τριβή. Θεωρήθηκε ότι αυτό μπορεί να μπερδεύει τους μαθητές και ο τρόπος αυτός εγκαταλείφθηκε καλώντας τους μαθητές να γράφουν μόνο την κάθετη αντίδραση N και την τριβή.

Μήπως ο τρόπος αυτός έρχεται σε αντίθεση με την προσπάθεια να μάθουν να σχεδιάζουν σωστά τις δυνάμεις;

Να μάθουν δηλαδή ότι όταν το σώμα A , πάνω στο οποίο σχεδιάζουμε δυνάμεις, έρχεται σε επαφή με άλλο σώμα B , θα δέχεται **μια μόνο δύναμη** από το B .

Παράδειγμα 1°:

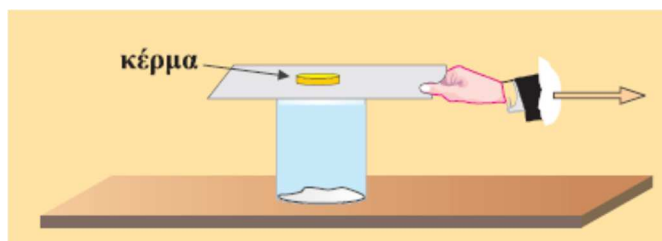
Ένα σώμα βάρους 100N ηρεμεί, όπως στα παρακάτω σχήματα.



- i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να υπολογίσετε τα μέτρα τους, σε κάθε περίπτωση.
- ii) Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες.
 - α) Το σώμα στο α' σχήμα δέχεται δύο δυνάμεις το βάρος από τη Γη και την αντίδρασή του από το έδαφος.
 - β) Στο α σχήμα το σώμα ασκεί στο έδαφος το βάρος του.
 - γ) Μεγαλύτερη δύναμη δέχεται το σώμα από το έδαφος στο πλάγιο επίπεδο, δεύτερο σχήμα.
- iii) Σε ποια περίπτωση το σώμα ασκεί μεγαλύτερη δύναμη στο έδαφος;
- iv) Το ίδιο σώμα κατεβαίνει τώρα με σταθερή ταχύτητα όπως στο β. σχήμα. Βρείτε ξανά τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του.

140) Τελικά είναι θέμα Αδράνειας ή τριβής;

Σαν ένα πείραμα που αποδεικνύει την αρχή της αδράνειας των σωμάτων χρησιμοποιείται πολύ συχνά το παρακάτω.



Πάνω σε ένα ποτήρι βάζουμε ένα βιβλίο και πάνω του ένα κέρμα. Τραβώντας το βιβλίο, το κέρμα πέφτει στο ποτήρι, αφού θέλει να διατηρήσει την κινητική του κατάσταση, δηλαδή παραμένει ακίνητο και δεν συμμετέχει στην κίνηση του βιβλίου.

Είναι έτσι τα πράγματα; Και τι ακριβώς σημαίνει απότομα; Πόσο απότομα;

Ας δούμε ένα παράδειγμα.

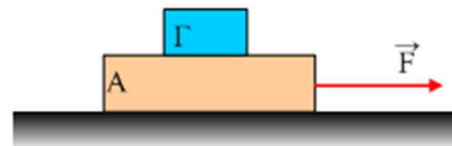
Ένα κέρμα ηρεμεί πάνω σε ένα βιβλίο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστές τριβής $\mu_s = \mu = 0,5$, όπως στο σχήμα. Τι θα συμβεί αν τραβήξουμε το βιβλίο προκαλώντας του επιτάχυνση:

$$\alpha) \ a = 7\text{m/s}^2 \quad \beta) \ a' = 4\text{m/s}^2.$$

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

141) Ποιος ο ρόλος της στατικής τριβής...

Σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Α μάζας $m_1 = 3\text{kg}$, πάνω στο οποίο ηρεμεί ένα δεύτερο σώμα Γ, μάζας $m_2 = 2\text{kg}$, όπως στο σχήμα.



Για $t=0$ ασκείται στο κάτω σώμα Α μια οριζόντια σταθερή δύναμη μέτρου $F = 15\text{N}$. Δίνονται οι συντελεστές τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων $\mu_s = \mu = 0,4$ και $g = 10\text{m/s}^2$.

- 1) α) Να κάνετε δύο διαφορετικά σχήματα για να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα ξεχωριστά.
- β) Ποια ζευγάρια δράσης αντίδρασης έχουμε;
- 2) Να εφαρμόσετε τον 2^ο Νόμο του Νεύτωνα για κάθε ένα από τα σώματα.
Υποθέστε ότι τα δύο σώματα κινούνται μαζί.
- i) Ποια είναι η κοινή τους επιτάχυνση;
- ii) Υπολογίστε την τριβή που ασκείται στο σώμα Α.
- iii) Η τριβή αυτή είναι:

α) στατική

β) τριβή ολίσθησης.

- 4) Αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης F . Ποια είναι η μέγιστη τιμή του μέτρου της F , για την οποία δεν

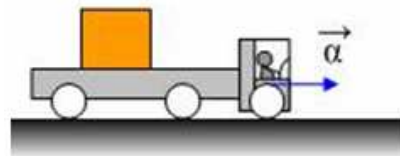
παρατηρείται ολίσθηση μεταξύ των δύο σωμάτων;

5) Αν $F = 23\text{N}$ να βρείτε την επιτάχυνση κάθε σώματος.

142) Στατική και οριακή τριβή.

Στην καρότσα ενός φορτηγού βρίσκεται ένα κιβώτιο, το οποίο παρουσιάζει με την καρότσα συντελεστή οριακής στατικής τριβής $\mu_s = 0,4$.

Ποια είναι η μέγιστη επιτάχυνση που μπορεί να αποκτήσει το φορτηγό, χωρίς να γλιστρήσει το κιβώτιο;



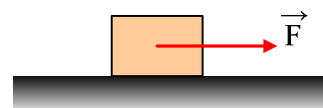
143) Στατική Τριβή και Τριβή ολίσθησης.

Ένα σώμα μάζας 5kg ηρεμεί σ' οριζόντιο επίπεδο.

A) Όταν του ασκήσουμε οριζόντια δύναμη $F_1 = 10\text{N}$, το σώμα δεν κινείται.

B) Όταν αυξήσουμε την δύναμη, παρατηρούμε ότι το σώμα ξεκινά μόλις το μέτρο της δύναμης γίνει $F_2 = 20\text{N}$.

Γ) Με σταθερή την δύναμη $F_2 = 20\text{N}$, παρατηρούμε ότι το σώμα θα μετατοπιστεί κατά 8m σε χρονικό διάστημα 4sec .



α. Ποια πρόταση είναι λάθος:

- i) Όταν ασκήσουμε την F_1 , το σώμα δεν κινείται επειδή η δύναμη αυτή είναι μικρότερη από την τριβή που ασκείται το σώμα και η οποία είναι 20N .
- ii) Η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής είναι 20N .
- iii) Μόλις ξεκινήσει το σώμα η τριβή μειώνεται.
- iv) Αν η δύναμη σχημάτιζε γωνία με το οριζόντιο επίπεδο, προς τα πάνω, η τριβή θα ήταν μικρότερη.

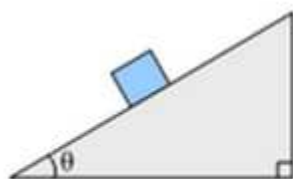
β. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος κατά την κίνησή του.

γ. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα σε κάθε περίπτωση και να υπολογίσετε τα μέτρα τους.

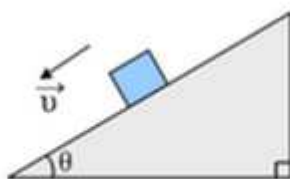
Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

144) Να σχεδιαστεί η τριβή.

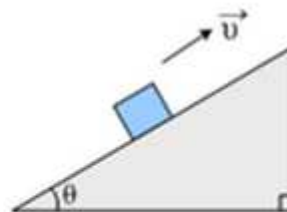
Να σχεδιάσετε την τριβή στα παρακάτω σχήματα:



Το σώμα
ηρεμεί



Το σώμα κινείται
προς τα κάτω

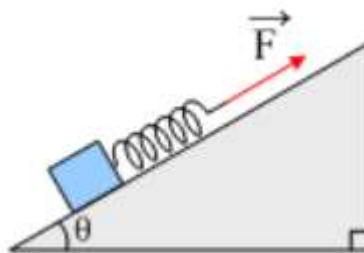


Το σώμα κινείται
προς τα πάνω

Κατά την άνοδο ή κατά την κάθοδο το σώμα έχει μεγαλύτερη κατά μέτρο επιτάχυνση; Να δικαιολογήστε αναλυτικά την απάντησή σας.

145) Υπολογισμός της ασκούμενης τριβής.

Ένα σώμα μάζας 10kg αφήνεται σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ ($\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$), με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή στατικής τριβής $\mu_s=0,8$ και συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,5$.



- Υπολογίστε τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του.
- Δένουμε στο παραπάνω σώμα ένα ελατήριο με φυσικό μήκος 40cm και σταθεράς $K=400\text{N/m}$ και αρχίζουμε να ασκούμε δύναμη F στο άκρο του.

Όταν το μήκος του ελατηρίου γίνει 45cm η τριβή που ασκείται πάνω του είναι:

- α. 64N . β. 40N . γ. 16N . δ. 24N . ε. 44N .

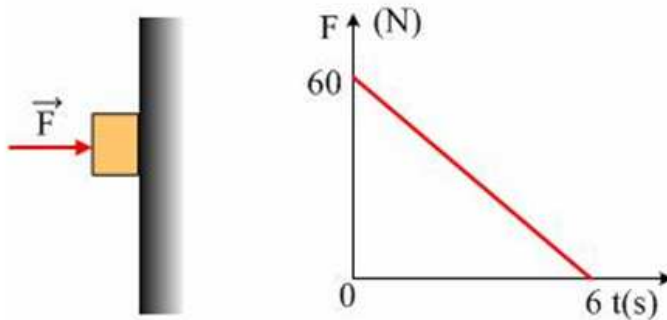
- Μόλις το ελατήριο θα αποκτήσει μήκος 60cm τότε η τριβή έχει μέτρο:

- α. 80N . β. 40N . γ. 64N . δ. 20N . ε. άλλη τιμή.

- Πόσο πρέπει να γίνει το μήκος του ελατηρίου, ώστε το σώμα να αρχίσει να κινείται προς τα πάνω; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

146) Τριβή σε κατακόρυφο τοίχο.

Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ ισορροπεί στηριζόμενο σε κατακόρυφο τοίχο, με τον οποίο παρουσιάζει συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0,5$, όταν δέχεται οριζόντια δύναμη $F=60\text{N}$.



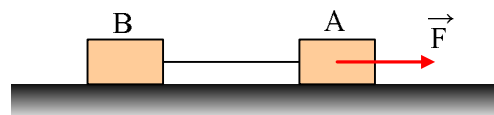
- Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να υπολογίστε τα μέτρα τους.
- Αν σε μια στιγμή που θεωρούμε $t=0$, αρχίζουμε να μεταβάλλουμε το μέτρο της δύναμης F , όπως στο σχήμα, ποια χρονική στιγμή το σώμα θα αρχίσει να ολισθαίνει και ποια η επιτάχυνσή του τη χρονική στιγμή $t_2=3\text{s}$;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

147) Πόση θα γίνει η απόσταση των σωμάτων.

Τα σώματα Α και Β του σχήματος έχουν ίσες μάζες $m_1=m_2=2\text{kg}$ και ηρεμούν σε λείο οριζόντιο, δεμένα στα άκρα νήματος μήκους $L=2\text{m}$. Για $t=0$ ασκούμε στο Α σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=12\text{N}$.

Τη χρονική στιγμή $t_1=3\text{s}$ το νήμα που συνδέει τα δύο σώματα κόβεται ενώ η δύναμη F συνεχίζει να ασκείται στο σώμα Α.

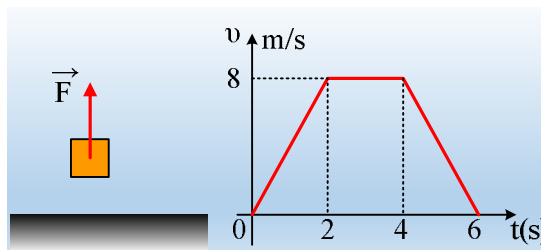


- i) Ποια η ταχύτητα των δύο σωμάτων τη στιγμή t_1 ;
- ii) Πόσο απέχουν τα δύο σώματα τη χρονική στιγμή $t_2=5\text{s}$;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

148) Αδράνεια σώματος και θεμελιώδης νόμος.

Ένα σώμα ηρεμεί στο έδαφος. Δένουμε το σώμα με ένα νήμα ασκώντας πάνω του μια κατακόρυφη δύναμη F , με αποτέλεσμα το σώμα να αρχίζει προς τα πάνω και στο διάγραμμα δίνεται πως μεταβάλλεται η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο.



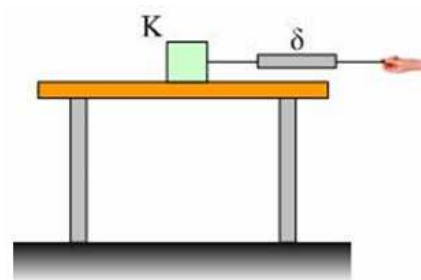
Αν το μέτρο της δύναμης από 0-2s είναι $F=42\text{N}$, ζητούνται:

- i) Η μάζα του σώματος.
- ii) Πότε έχει μεγαλύτερη αδράνεια το σώμα τη στιγμή $t_1=1\text{s}$ ή τη στιγμή $t_2=3\text{s}$;
- iii) Να κάνετε το διάγραμμα του μέτρου της ασκούμενης δύναμης F σε συνάρτηση με το χρόνο.
- iv) Πόσο απέχει το σώμα από το έδαφος τη στιγμή $t_3=6\text{s}$;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

149) Τριβή και 3ος Νόμος του Νεύτωνα.

Πάνω σε ένα τραπέζι ηρεμεί ένα κιβώτιο μάζας $0,5\text{kg}$. Ασκούμε πάνω του, μέσω ενός δυναμομέτρου δύναμη μέτρου 1N και το κιβώτιο δεν μετακινείται.



- 1) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο και να υπολογίσετε τα μέτρα τους.
- 2) Το κιβώτιο ασκεί στο τραπέζι:
 - i. Το βάρος του.
 - ii. Δύναμη κατακόρυφη ίση κατά μέτρο με το βάρος του.
 - iii. Πλάγια δύναμη μέτρου μεγαλύτερη του βάρους του.

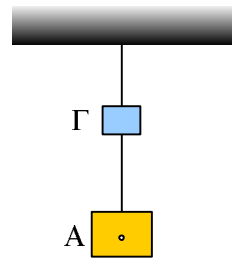
Να δικαιολογήστε την απάντησή σας.

- 3) Τραβώντας με μεγαλύτερη δύναμη $F_1=2\text{N}$, μετακινούμε το κιβώτιο κατά 50cm σε 1s . Να υπολογιστεί το μέτρο της τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και τραπεζιού.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

150) Ισορροπία δύο σωμάτων.

Δύο σώματα Α και Γ με μάζες 3kg και 1kg αντίστοιχα, κρέμονται με αβαρή νήματα όπως στο σχήμα. Αν $g=10\text{m/s}^2$:



Α. Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:

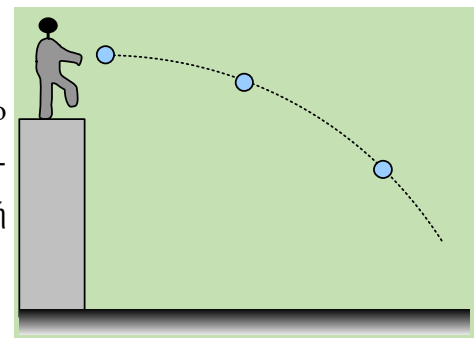
1. Το σώμα Α δέχεται δύο δυνάμεις. Την έλξη της Γης, που είναι 30N και την αντίδρασή της προς τα πάνω επίσης μέτρου 30N.
2. Το σώμα Γ δέχεται τρεις δυνάμεις. Το βάρος του, το βάρος του σώματος Α και την τάση του πάνω νήματος.
3. Η τάση του νήματος που συνδέει τα δύο σώματα έχει μέτρο 30N.
4. Η τάση του πάνω νήματος είναι ίση με 10N.

Β. Σε μια στιγμή κόβουμε το πάνω νήμα και το σύστημα πέφτει ελεύθερα. Αν αγνοήσουμε την αντίσταση του αέρα, τότε η τάση του νήματος που συνδέει τα δύο σώματα στην διάρκεια της πτώσης είναι:

1. μηδέν.
2. ίση με το βάρος της σφαίρας Α.
3. ίση με την διαφορά των δύο βαρών.
4. ίση με το άθροισμα των βαρών των δύο σωμάτων.

151) Δύναμη και επιτάχυνση

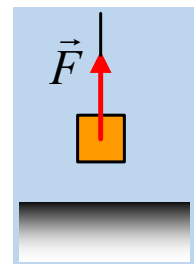
Ένα παιδί εκτοξεύει από κάποιο ύψος, μια μπάλα οριζόντια και στο σχήμα δίνονται τρεις θέσεις της μπάλας, κατά την κίνησή της. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στην μπάλα και την επιτάχυνσή της για τις θέσεις αυτές.



Αντίσταση του αέρα δεν υπάρχει.

152) Μια κατακόρυφη κίνηση πριν και μετά το κόψιμο του νήματος.

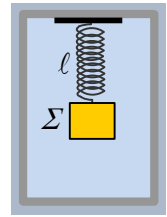
Ένα σώμα μάζας 0,5kg ηρεμεί στο έδαφος. Τη στιγμή $t=0$, δέχεται μέσω νήματος μια κατακόρυφη σταθερή δύναμη μέτρου $F=9\text{N}$, μέχρι τη στιγμή $t_1=2\text{s}$, όπου το νήμα σπάει και το σώμα κινείται πια «ελεύθερα». Αντίσταση του αέρα δεν υπάρχει ενώ $g=10\text{m/s}^2$.



- i) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος για το χρονικό διάστημα που στο σώμα ασκείται η δύναμη F .
- ii) Πόσο απέχει το σώμα από το έδαφος τη στιγμή που σπάει το νήμα;
- iii) Ποια χρονική στιγμή το σώμα σταματά την ανοδική του κίνηση; Σε ποιο ύψος βρίσκεται τη στιγμή αυτή;
- iv) Να βρεθεί η χρονική στιγμή που το σώμα επιστρέφει στο έδαφος. Ποια η ταχύτητά του τη στιγμή αυτή;
- v) Να γίνουν τα διαγράμματα σε συνάρτηση με το χρόνο:
 - α) της ταχύτητας του σώματος, β) της απόστασής του από το έδαφος.

153) Η κίνηση ενός σώματος μέσα σε ασανσέρ.

Ένα σώμα Σ βάρους 20N, ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, το οποίο κρέμεται από την οροφή ενός ακίνητου θαλαμίσκου ενός ασανσέρ, όπως στο σχήμα. Το μήκος του ελατηρίου στην θέση αυτή είναι 60cm.



i) Πόσο είναι το μήκος του ελατηρίου στις εξής περιπτώσεις:

α) Το ασανσέρ κινείται προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα $v_1=2\text{m/s}$. Τότε το μήκος του ελατηρίου θα είναι:

a) 50cm, b) 60cm, c) 70cm.

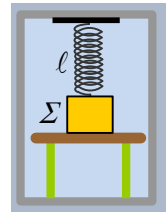
β) Το ασανσέρ κινείται προς τα κάτω με σταθερή ταχύτητα $v_1=0,6\text{m/s}$. Τότε το μήκος του ελατηρίου θα είναι:

a) 50cm, b) 60cm, c) 70cm.

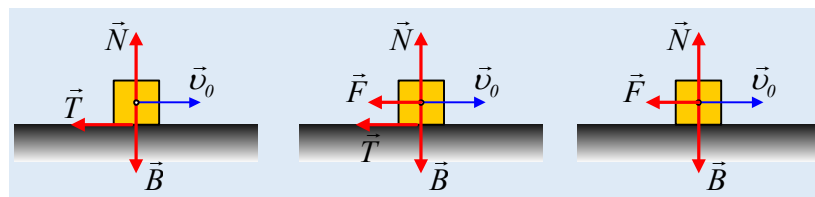
ii) Αν για να επιμηκύνουμε το παραπάνω ελατήριο κατά 10cm, απαιτείται να τραβήξουμε το άκρο του ασκώντας δύναμη 10N, να βρεθεί το αρχικό (το φυσικό μήκος) του ελατηρίου. Φυσικό μήκος του ελατηρίου είναι το μήκος του όταν δεν παραμορφώνεται.

iii) Αν το ασανσέρ κινείται προς τα κάτω με σταθερή επιτάχυνση $a_1=2\text{m/s}^2$, να βρεθεί το μήκος του ελατηρίου, αν την ίδια επιτάχυνση έχει και το σώμα Σ .

iv) Κάτω από το Σ τοποθετούμε ένα μικρό τραπέζι, πάνω στο οποίο βλέπουμε να στηρίζεται το σώμα Σ , καθώς το ασανσέρ ανεβαίνει με επιτάχυνση $a_2=3\text{m/s}^2$. Πόση δύναμη δέχεται το σώμα από το τραπέζι, αν το μήκος του ελατηρίου είναι $l'=50\text{cm}$;



Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

154) Οι χρόνοι κίνησης κατά την επιβράδυνση.

Ένα σώμα εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα v_0 σε οριζόντιο επίπεδο και λόγω τριβής, σταματά σε χρόνο 4s.

Το ίδιο σώμα εκτοξεύεται με τον ίδιο τρόπο, αλλά τώρα ασκείται πάνω του και μια σταθερή δύναμη F , αντίθετης κατεύθυνσης από την ταχύτητα, οπότε τώρα το σώμα σταματά σε χρονικό διάστημα 2,4s.

Αν εκτοξεύαμε ξανά το σώμα με αρχική ταχύτητα v_0 σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ ασκούσαμε ξανά την ίδια δύναμη F , η ταχύτητα του σώματος θα μηδενιζόταν σε χρονικό διάστημα:

i) $t_3=1,6\text{s}$, ii) $t_3=6\text{s}$, iii) $t_3=6,4\text{s}$.

Να δικαιολογείστε την απάντησή σας.

155) Ένα σώμα της τράπεζας αποκτά παρέα!

Το θέμα 3.763 της τράπεζας θεμάτων, λίγο αλλαγμένο και με μια προέκταση...

Μικρό σώμα (Σ_1) μάζας $m = 2 \text{ kg}$ βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,5$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$, στο σώμα αρχίζει να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου 30 N μέχρι τη χρονική στιγμή $t = 3 \text{ s}$, οπότε παύει να ασκείται η δύναμη $\vec{F}$.

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \text{ m/s}^2$. Η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα.

i) Για την παραπάνω κίνηση να υπολογίσετε:

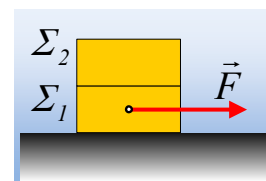
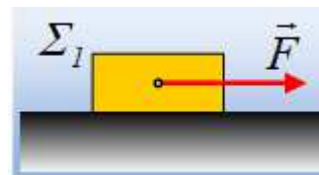
Δ_1) το μέτρο της τριβής ολίσθησης,

Δ_2) Η μετατόπιση του σώματος στη χρονική διάρκεια που ασκείται στο σώμα η δύναμη $\vec{F}$,

Δ_3) τη χρονική στιγμή που το σώμα θα σταματήσει να κινείται,

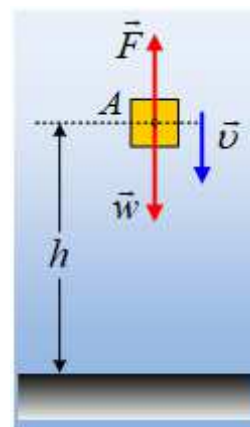
Δ_4) τη μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ μέχρι να σταματήσει την κίνηση του.

ii) Επαναλαμβάνουμε το ίδιο πείραμα, αλλά τώρα πάνω στο σώμα Σ_1 , τοποθετούμε ένα όμοιο δεύτερο σώμα Σ_2 , το οποίο παρουσιάζει με το Σ_1 , τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης, $\mu=0,5$. Ασκούμε την ίδια όπως παραπάνω δύναμη $\vec{F}$ στο Σ_1 . Να εξετάσετε αν τα δυο σώματα θα κινηθούν ή όχι μαζί.



156) Το σώμα φτάνει «ομαλά» στο έδαφος.

Ένα σώμα κατέρχεται κατακόρυφα, με σταθερή ταχύτητα $v=2\text{m/s}$, δεμένο στο άκρο νήματος, μέσω του οποίου ασκείται πάνω του μια δύναμη $F=20\text{N}$. Σε μια στιγμή (έστω $t=0$) το σώμα περνά από σημείο A, σε ύψος $h=24\text{m}$ από το έδαφος. Προκειμένου να μην κτυπήσει «βίαια» στο έδαφος, τη στιγμή t_1 αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης F στην τιμή F_1 , με αποτέλεσμα το σώμα να φτάσει στο έδαφος με μηδενική ταχύτητα τη στιγμή $t_2=14\text{s}$.



i) Να βρεθεί η μάζα του σώματος.

ii) Να κάνετε ένα ποιοτικό διάγραμμα της ταχύτητας του σώματος από τη στιγμή $t=0$, μέχρι τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος και με τη βοήθειά του να βρεθεί η χρονική στιγμή t_1 που αυξήθηκε το μέτρο της δύναμης στην τιμή F_1 .

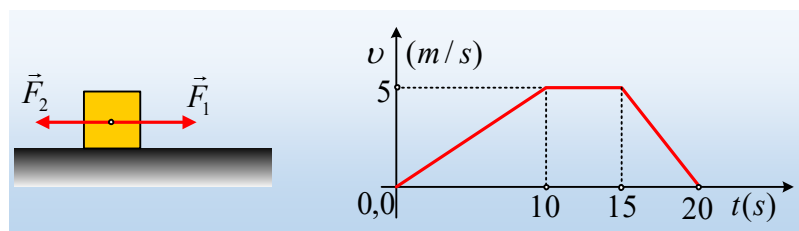
iii) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης F_1 .

iv) Αν το όριο θραύσεως του νήματος είναι 40N (το νήμα αντέχει οριακά σε τάσεις μέχρι τα 40N, αφού αν τεντωθεί με μεγαλύτερη δύναμη σπάει), να υπολογιστεί ο ελάχιστος χρόνος που απαιτείται για να μεταβεί το σώμα από τη θέση A στο έδαφος, με μηδενική ταχύτητα.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

157) Βρείτε τη μια δύναμη, από ένα διάγραμμα.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα. Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω του δυο οριζόντιες δυνάμεις με μέτρα $F_1=6\text{N}$ και F_2 , όπως στο σχήμα, με αποτέλεσμα η ταχύτητα του σώματος να μεταβάλλεται, όπως στο διπλανό διάγραμμα.



- i) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος στα διάφορα χρονικά διαστήματα που φαίνονται στο διάγραμμα.

Αν δίνεται ότι τη στιγμή $t_1=4\text{s}$ η δύναμη F_2 έχει μέτρο $F_2=4\text{N}$.

- ii) Τη στιγμή $t_2=8\text{s}$, η δύναμη αυτή έχει μέτρο:

α) $F_2=2\text{N}$, β) $F_2=4\text{N}$, γ) $F_2=8\text{N}$.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

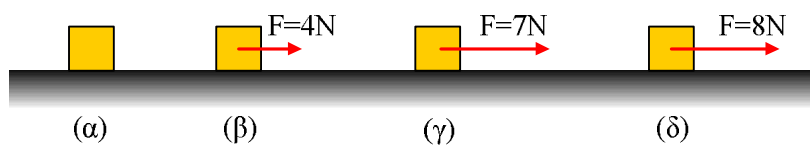
- iii) Να υπολογιστεί η μάζα του σώματος καθώς και το μέτρο της δύναμης F_2 στα χρονικά διαστήματα:

α) από 10s-15s και β) από 15s-20s.

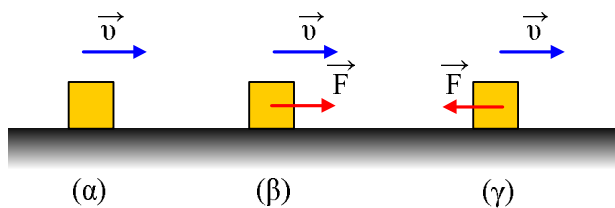
- iv) Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του σώματος στο χρονικό διάστημα, από $t_2=15\text{s}$ έως τη στιγμή $t_3=16,2\text{s}$.

158) Τριβές. Φύλλο εργασίας.

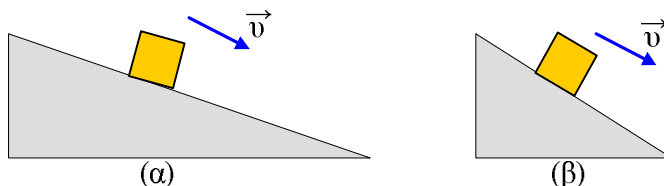
1. Στα παρακάτω σχήματα δίνεται ένα σώμα βάρους 10N σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο. Στα δυο πρώτα σχήματα το σώμα παραμένει ακίνητο, στο (γ) είναι έτοιμο να κινηθεί, ενώ στο (δ) το σώμα κινείται προς τα δεξιά.



- Σχεδιάστε στο σχήμα τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα σε κάθε περίπτωση.
 - Η τριβή είναι στατική στις περιπτώσεις οριακή στ και τριβή ολίσθησης στ
 - Το μέτρο της τριβής για τις καταστάσεις (α), (β) και (γ) είναι $T_a=.....$ $T_b=.....$ και $T_\Gamma=.....$
 - Το μέτρο της τριβής στο σχήμα (δ) είναι:
 - μικρότερο από 7N ,
 - ίσο με 7N ,
 - μεγαλύτερο από 7N .
 - Στην περίπτωση (δ) το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση.
2. Ένα σώμα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και στο σχήμα βλέπετε τρεις ενδεχόμενες κινήσεις του. Να σχεδιάσετε την τριβή που ασκείται στο σώμα σε κάθε περίπτωση.



3. Ένα σώμα κατέρχεται κατά μήκος δύο κεκλιμένων επιπέδων, με τα οποία εμφανίζει τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης. Σε ποια περίπτωση δέχεται μεγαλύτερη τριβή; Να δικαιολογήστε την απάντησή σας.

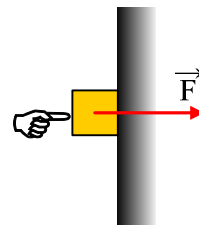


4. Το σώμα του διπλανού σχήματος, μάζας 1kg συγκρατείται σε τοίχο, με την επίδραση οριζόντιας δύναμης $F=20\text{N}$, όπως στο σχήμα. Αν $g=10\text{m/s}^2$.

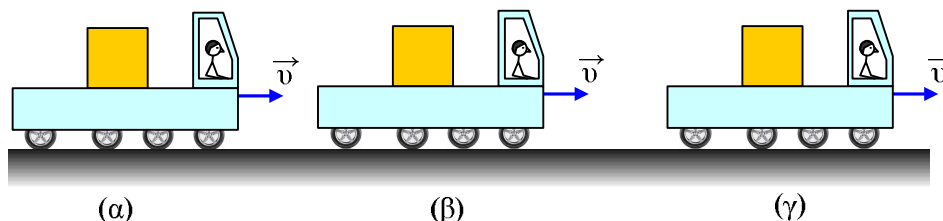
i) Σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και υπολογίστε τα μέτρα τους.

ii) Ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ σώματος και τοίχου μπορεί να είναι:

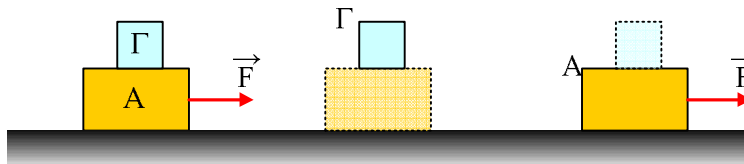
- α) $\mu_s=0,2$ β) $\mu_s=0,3$ γ) $\mu_s=0,4$ δ) $\mu_s=0,6$.



5. Στην καρότσα ενός φορτηγού βρίσκεται ένα μεγάλο κιβώτιο. Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο. Στο (α) σχήμα το φορτηγό κινείται με σταθερή ταχύτητα, στο (β) επιταχύνεται και στο (γ) φρενάρει. Και στις τρεις περιπτώσεις το κιβώτιο δεν γλιστράει.

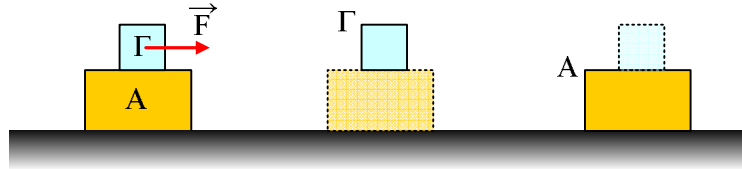


6. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Α μάζας 3kg, ενώ πάνω του βρίσκεται ένα δεύτερο σώμα Γ μάζας 1kg. Σε μια στιγμή ασκούμε στο κάτω σώμα Α μια οριζόντια δύναμη $F=8\text{N}$. Το αποτέλεσμα είναι τα δυο σώματα να κινούνται μαζί.



- Να σχεδιάστε στα διπλανά σχήματα, τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα Α και Γ (πρώτα μόνο στο Γ και στο επόμενο σχήμα μόνο για το Α).
- Να γράψετε το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για κάθε σώμα χωριστά.
- Να υπολογίσετε την κοινή επιτάχυνση των σωμάτων.

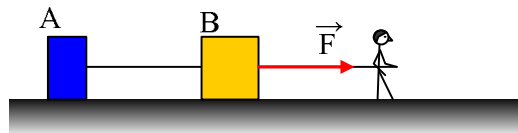
- iv) Πόσο είναι το μέτρο της δύναμης τριβής που ασκείται στο πάνω σώμα;
 v) Πόση δύναμη ασκεί το σώμα Α στο έδαφος;
 7. Έστω τώρα ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των δύο παραπάνω σωμάτων είναι $\mu=0,2$ και ασκούμε στο πάνω σώμα οριζόντια δύναμη μέτρου $F=6\text{N}$. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



- Να σχεδιάσετε στα διπλανά σχήματα, τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα Α και Γ.
- Να γράψετε το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για κάθε σώμα χωριστά.
- Ας υποθέσουμε ότι τα δύο σώματα θα κινηθούν μαζί. Ποια επιτάχυνση θα αποκτούσαν στην περίπτωση αυτή;
- Υπολογίστε την τριβή που ασκείται στο σώμα Γ. Είναι δυνατή η τιμή που υπολογίσατε;
- Υπολογίστε τελικά την επιτάχυνση κάθε σώματος.

159) Νόμοι του Νεύτωνα. Φύλλο εργασίας.

Σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δυο σώματα Α και Β με μάζες $m=1\text{kg}$ και $M=3\text{kg}$ αντίστοιχα, τα οποία είναι δεμένα με νήμα, μήκους $\ell=1\text{m}$. Ένα παιδί, κάποια στιγμή που θεωρούμε $t=0$, τραβάει μέσω ενός άλλου νήματος το σώμα Β, ασκώντας του οριζόντια δύναμη $F=6\text{N}$, όπως στο σχήμα.



- Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα από το νήμα που τα συνδέει. Να λάβετε υπόψη σας ότι με ένα νήμα μπορείτε μόνο, να τραβήξετε ένα σώμα. Η δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα από ένα νήμα, ονομάζεται **τάση του νήματος**.
- Να εφαρμόσετε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για κάθε σώμα χωριστά.
 Σώμα Α:
 Σώμα Β:
- Μπορείτε να υπολογίστε την κοινή επιτάχυνση με την οποία κινούνται τα δυο σώματα;
- Υπολογίστε το μέτρο της τάσης του νήματος.
- Πόση ταχύτητα έχουν αποκτήσει τα σώματα τη χρονική στιγμή $t_1=4\text{s}$;
- Τη χρονική στιγμή t_1 , το νήμα που συνδέει τα δύο σώματα κόβεται. Περιγράψτε τι κίνηση πρόκειται να κάνει κάθε σώμα μετά.
- Πότε παρουσιάζει μεγαλύτερη αδράνεια, τη στιγμή $t_2=2\text{s}$ ή τη στιγμή $t_3=6\text{s}$:

i) Το σώμα A:

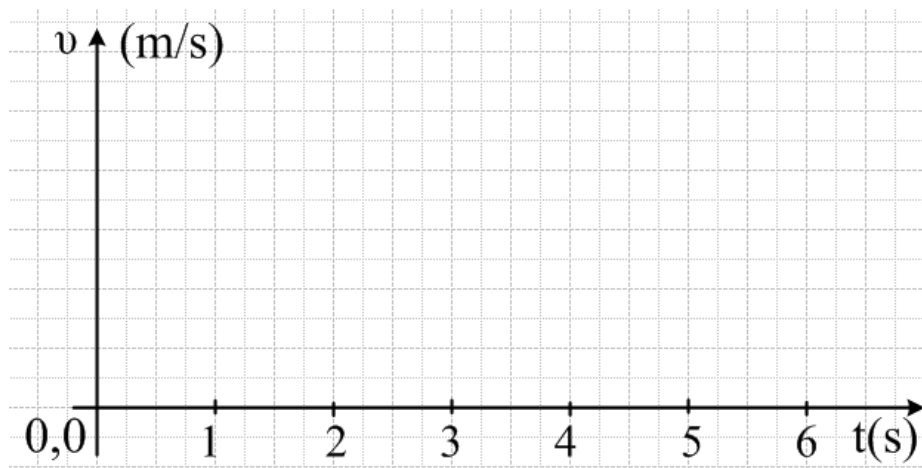
ii) Το σώμα B:

8. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας τη στιγμή t_3 :

i) Του σώματος A:

ii) Του σώματος B:

9. Να κάνετε στο ίδιο διάγραμμα τις γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας κάθε σώματος, μέχρι τη χρονική στιγμή $t_3=6s$.



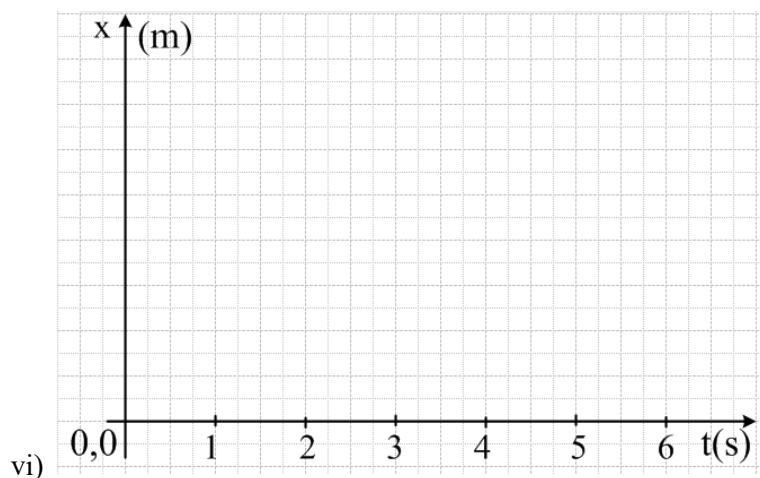
10. Να υπολογιστεί η μετατόπιση κάθε σώματος μέχρι τη στιγμή $t_3 = 6s$.

11. Πόση είναι η απόσταση των δύο σωμάτων τη στιγμή t_3 ;

12. Θεωρώντας την αρχική θέση του σώματος A ως αρχή ενός άξονα x ($x_{A0}=0$), τότε η αρχική θέση του σώματος B είναι

Τη στιγμή $t_1=4s$ τα δύο σώματα βρίσκονται στις θέσεις $x_1 = \dots\dots\dots$ και $x_2 = \dots\dots\dots$, ενώ τη χρονική στιγμή $t_2=6s$ οι θέσεις των σωμάτων είναι $x_1' = \dots\dots\dots$ και $x_2' = \dots\dots\dots$

13. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της θέσης κάθε σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο στο παρακάτω διάγραμμα.

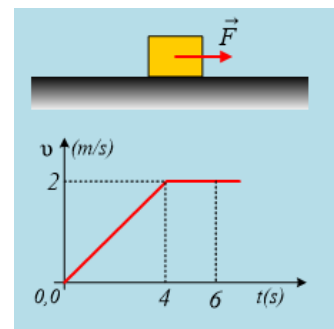


Έργο Ενέργεια

2017-2020

1) Μια κίνηση σε οριζόντιο επίπεδο

Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα μάζας $m=10\text{kg}$. Σε μια στιγμή ($t_0=0$) ασκείται πάνω του μια σταθερή οριζόντια δύναμη F , μέτρου 60N , μέχρι τη στιγμή $t'=4\text{s}$, όπου μεταβάλλεται το μέτρο της δύναμης. Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

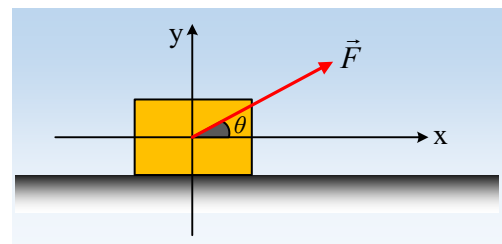


- i) Με τη βοήθεια του διαγράμματος, να βρεθεί η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα, μόλις ασκηθεί πάνω του η δύναμη F , καθώς και η μετατόπισή του μέχρι τη στιγμή 6s .
- ii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ταχύτητας του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_1=1,95\text{s}$ έως τη στιγμή $t_2=2,75\text{s}$.
- iii) Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του επιπέδου.
- iv) Πόσο είναι το έργο της δύναμης F από $0-6\text{s}$ και πόσο το αντίστοιχο έργο της τριβής;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

2) Μια πλάγια δύναμη μετακινεί ένα σώμα

Ένα σώμα μάζας $m=8\text{kg}$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ασκείται πάνω του μια πλάγια σταθερή δύναμη $F=50\text{N}$, η οποία σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ , όπου $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$. Τη στιγμή που το σώμα έχει μετατοπισθεί κατά $x_1=20\text{m}$, έχει ταχύτητα $v_1=10\text{m/s}$.



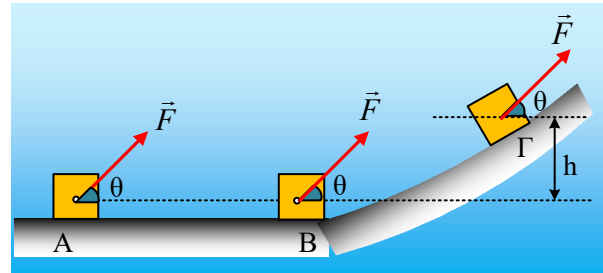
- i) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης F , για την παραπάνω μετατόπιση.
- ii) Να αποδείξετε ότι στο σώμα ασκείται δύναμη τριβής, της οποίας να υπολογίσετε το έργο της.

- iii) Να αναλύσετε την δύναμη σε δύο συνιστώσες, μια οριζόντια και μια κατακόρυφη και να υπολογιστεί την κάθετη αντίδραση του επιπέδου, η οποία ασκείται στο σώμα.
- iv) Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

3) Το έργο μιας πλάγιας δύναμης

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί στη θέση Α ενός λείου οριζοντίου επιπέδου. Σε μια στιγμή ασκείται πάνω του μια πλάγια σταθερή δύναμη μέτρου $F=4\text{N}$, η οποία σχηματίζει γωνία $\theta=60^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση, με αποτέλεσμα μετά από λίγο να φτάνει στη θέση Β, έχοντας μετατοπισθεί κατά $x=8\text{m}$.



- i) Να υπολογιστούν τα έργα των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα κατά την κίνηση από τη θέση Α μέχρι τη Β.
- ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα v_1 του σώματος στη θέση Β.

Στη θέση Β, το σώμα συναντά μια λεία ανηφόρα, μεταβλητής κλίσης, με αποτέλεσμα να αρχίσει να ανεβαίνει και να φτάνει μέχρι τη θέση Γ, σε ύψος $h=1,2\text{m}$ με μηδενική ταχύτητα, ενώ πάνω του ασκείται διαρκώς η δύναμη F.

- iii) Θεωρώντας μηδενική τη δυναμική ενέργεια του σώματος στο οριζόντιο επίπεδο, να υπολογιστεί η δυναμική του ενέργεια στη θέση Γ, καθώς και το έργο του βάρους κατά την κίνησή του από το Β στο Γ.
- iv) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης F από το Β στο Γ.

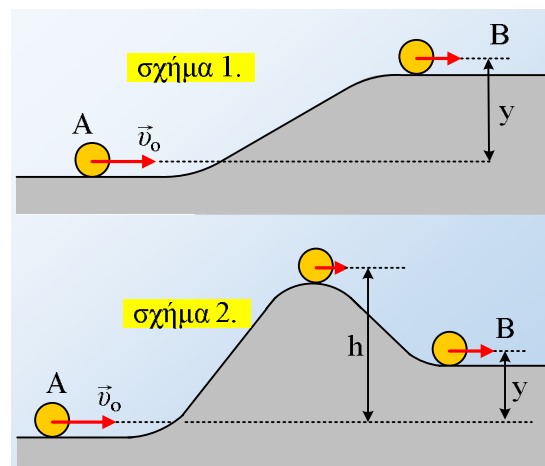
Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$ και $\eta\mu 60^\circ = \sqrt{3}/2$, $\sigma\upsilon\nu 60^\circ = 1/2$

4) Δοο αλλαγές επιπέδου

- 1) Κατά μήκος ενός λείου οριζοντίου επιπέδου Α, κινείται (χωρίς να περιστρέφεται) μια μικρή σφαίρα με ταχύτητα v_0 (σχήμα 1.). Στην πορεία της η σφαίρα, συναντά ένα λείο κεκλιμένο επίπεδο, που θα την οδηγήσει στο οριζόντιο επίπεδο Β. Η κατακόρυφη απόσταση των δύο οριζοντίων επιπέδων είναι y .

- i) Η ελάχιστη αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας, για να μπορέσει να μεταβεί από το Α στο Β επίπεδο, είναι:

α) $K=2mgy$, β) $K=mgy$, γ) $K=1/2 mgy$



ii) Αν η σφαίρα στο Α επίπεδο έχει κινητική ενέργεια $K_0 = 3mgy$, πόση κινητική ενέργεια θα έχει φτάνοντας στο επίπεδο Β;

2) Αν η διαδρομή της σφαίρας, από το επίπεδο Α στο επίπεδο Β, είναι αυτή του σχήματος 2, τότε:

i) Η ελάχιστη αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας για να μπορέσει να μεταβεί από το Α στο Β επίπεδο, είναι:

$$\alpha) K_{A,\min} = mgh, \quad \beta) K_{A,\min} = mgy, \quad \gamma) K_{A,\min} = mg(h-y)$$

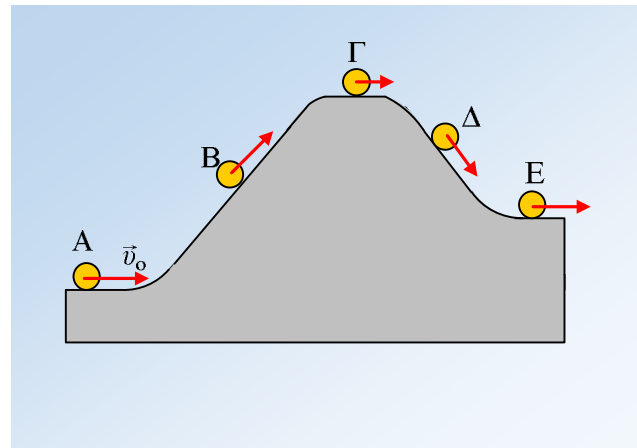
ii) Η ελάχιστη κινητική ενέργεια της σφαίρας όταν φτάσει στο Β επίπεδο είναι:

$$\alpha) K_B = mgh, \quad \beta) K_B = mgy, \quad \gamma) K_B = mg(h-y)$$

Τριβές δεν υπάρχουν.

5) Το ανέβασμα και το κατέβασμα μιας σφαίρας.

Στο σχήμα βλέπετε μια μικρή σφαίρα η οποία διαγράφει την τροχιά του σχήματος, κινούμενη χωρίς να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, χωρίς τριβές.

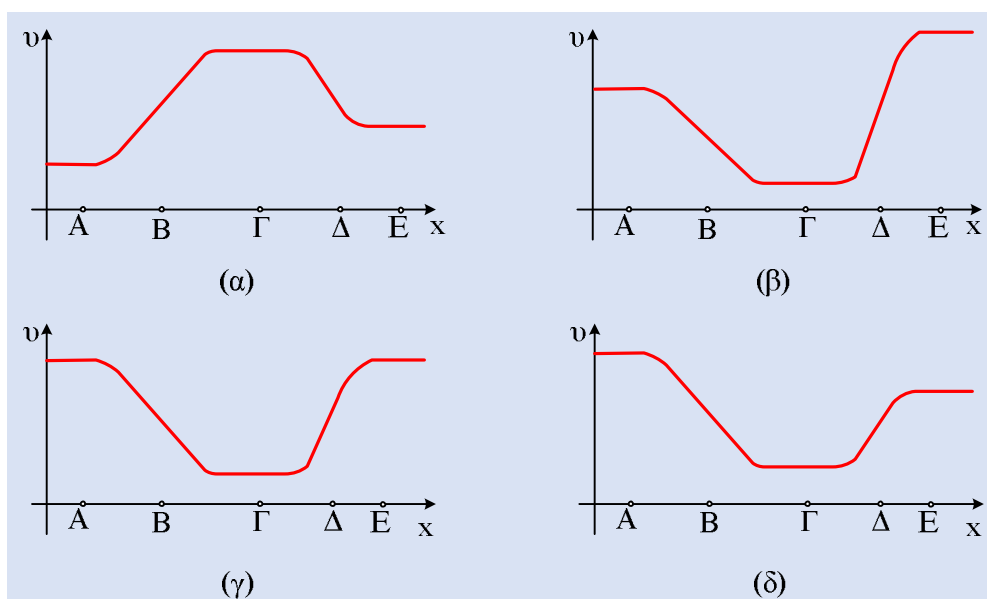


i) Σε ποιες θέσεις, από αυτές που έχουν σημειωθεί στο σχήμα, η σφαίρα έχει επιτάχυνση;

ii) Η μηχανική ενέργεια στις θέσεις Α και Γ είναι ίδια ή διαφορετική;

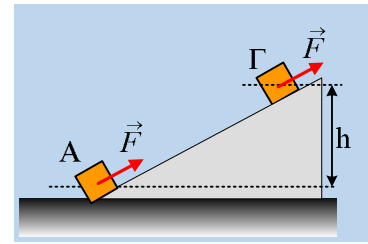
iii) Η κινητική ενέργεια της σφαίρας στις θέσεις Α και Δ είναι ίδια ή διαφορετική;

iv) Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστά το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας σε συνάρτηση με την οριζόντια μετατόπισή της x;



6) Άνοδος σε κεκλιμένο επίπεδο

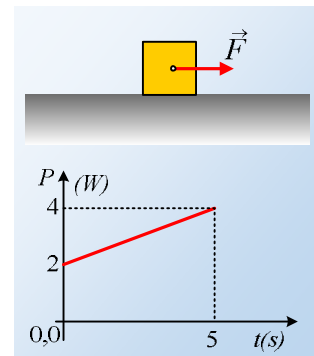
Στη βάση ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου (θέση Α) ηρεμεί ένα σώμα μάζας 4kg. Σε μια στιγμή ($t_0=0$) ασκούμε πάνω του μια **μεταβλητή** δύναμη $\vec{F}$ παράλληλη στο επίπεδο, οπότε τη στιγμή $t_1=8s$ φτάνει στη θέση Γ, σε ύψος $h=10m$ από το οριζόντιο επίπεδο, έχοντας ταχύτητα $v_1=4m/s$. Θεωρώντας μηδενική την αρχική δυναμική ενέργεια του σώματος και $g=10m/s^2$, να βρείτε:



- i) Την κινητική και την δυναμική ενέργεια του σώματος στη θέση Γ.
- ii) Το έργο του βάρους από το Α στο Γ.
- iii) Το αντίστοιχο έργο της δύναμης $\vec{F}$.
- iv) Την μέση ισχύ της δύναμης $\vec{F}$, καθώς και τους μέσους ρυθμούς μεταβολής
 - α) της δυναμικής ενέργειας,
 - β) της κινητικής ενέργειας του σώματος.
- v) Αν η γωνία κλίσεως του κεκλιμένου επιπέδου είναι $\theta=30^\circ$ (ημ $\theta=1/2$ και συν $\theta=\sqrt{3}/2$), να υπολογιστούν για τη θέση Γ του σώματος, όπου η δύναμη έχει μέτρο $F_1=25N$:
 - α) Η στιγμιαία ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ και του βάρους.
 - β) Οι στιγμιαίοι ρυθμοί μεταβολής δυναμικής και κινητικής ενέργειας.

7) Εκμετάλλευση ενός διαγράμματος ισχύος

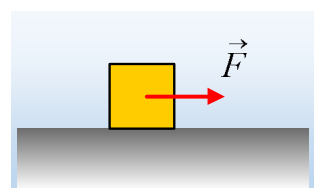
Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Σ μάζας $m=10kg$. Σε μια στιγμή ($t_0=0$) ασκούμε στο σώμα μια σταθερή οριζόντια δύναμη F μέτρου $F=2N$, μέχρι τη χρονική στιγμή $t'=5s$.



- i) Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε στο σώμα, μέσω του έργου της δύναμης F μέχρι τη στιγμή t_1 και πόση είναι η κινητική ενέργεια του σώματος τη στιγμή αυτή;
- ii) Να βρεθεί η στιγμιαία ισχύς της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.
- iii) Από το διάγραμμα που σχεδιάσατε μπορείτε να υπολογίσετε ξανά το έργο της ασκούμενης δύναμης;
- iv) Ένα άλλο σώμα Σ₁ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, έχοντας κινητική ενέργεια $K_1=10J$. Σε μια στιγμή, την οποία θεωρούμε ως $t=0$, το σώμα δέχεται οριζόντια δύναμη F_1 , η ισχύς της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα. Να βρεθεί η κινητική ενέργεια του σώματος Σ₁ τη στιγμή $t_1=5s$.

8) Το έργο και η ισχύς της δύναμης

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα μάζας $m=4kg$. Σε μια στιγμή ($t_0=0$) ασκούμε στο σώμα μια σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, μέτρου $F=2N$.



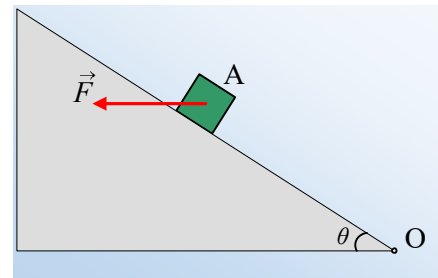
- i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σώμα, καθώς και η

ταχύτητά του τη χρονική στιγμή $t_1=4s$.

- ii) Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε στο σώμα, μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}$ μέχρι τη στιγμή t_1 και πόση είναι η κινητική ενέργεια του σώματος τη στιγμή αυτή;
- iii) Να βρεθεί η μέση ισχύς της δύναμης στο χρονικό διάστημα $0-t_1$, καθώς και η στιγμιαία ισχύς της τη στιγμή t_1 .
- iv) Με ποιο ρυθμό μεταβάλλεται η κινητική ενέργεια του σώματος τη στιγμή $t_2=3,2s$;

9) Μια οριζόντια δύναμη στο κεκλιμένο επίπεδο

Στη θέση Α ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου, κλίσεως θ και σε απόσταση $(AO)=d=5/3\text{ m}$ από τη βάση του, συγκρατείται ένα σώμα μάζας $m=5\text{ kg}$. Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω του μια σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου $F=50\text{ N}$, όπως στο σχήμα και το αφήνουμε να κινηθεί.

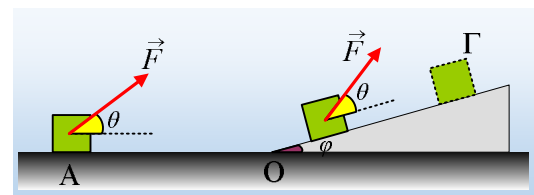


- i) Το σώμα θα κινηθεί προς τα πάνω ή προς τα κάτω και γιατί;
- ii) Αν η δύναμη $\vec{F}$ ασκείται στο σώμα, μέχρι αυτό να φτάσει στη θέση Γ, έχοντας αποκτήσει ταχύτητα μέτρου $v_1=2\text{ m/s}$ και κατόπιν παύει να ασκείται:
 - α) Να υπολογιστεί η απόσταση (ΑΓ)
 - β) Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε στο σώμα μέσω του έργου τη δύναμης $\vec{F}$;
- iii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα με την οποία το σώμα φτάνει στη βάση Ο του κεκλιμένου επιπέδου.
- iv) Πόση είναι η μέγιστη δυναμική ενέργεια του σώματος, στη διάρκεια της παραπάνω κίνησης, αν η δυναμική ενέργεια στη βάση Ο του επιπέδου θεωρείται μηδενική.

Για την γωνία θ του κεκλιμένου επιπέδου δίνονται $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\eta\theta=0,8$, ενώ $g=10\text{ m/s}^2$.

10) Μια πλάγια δύναμη μεταφέρει ένα σώμα

Στη θέση Α ενός λείου οριζοντίου επιπέδου, ηρεμεί ένα σώμα μάζας m . Σε μια στιγμή ασκείται πάνω του μια πλάγια δύναμη $\vec{F}$, μέτρου $F=4\text{ N}$, η οποία σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία $\theta=60^\circ$, η οποία αρχίζει και μετακινεί το σώμα προς τα δεξιά. Το σώμα αφού διανύσει απόσταση $x_1=2\text{ m}$, φτάνει στο σημείο Ο, στη βάση ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου με ταχύτητα $v_1=2\text{ m/s}$. Το σώμα περνά στο κεκλιμένο επίπεδο και συνεχίζει την κίνησή του, ενώ η δύναμη $\vec{F}$ συνεχίζει να δρα πάνω του, σχηματίζοντας τώρα γωνία θ με το κεκλιμένο επίπεδο και φτάνει μέχρι μια θέση Γ, όπου μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητά του, πριν να κινηθεί ξανά προς τα κάτω.



Το σώμα αφού διανύσει απόσταση $x_1=2\text{ m}$, φτάνει στο σημείο Ο, στη βάση ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου με ταχύτητα $v_1=2\text{ m/s}$. Το σώμα περνά στο κεκλιμένο επίπεδο και συνεχίζει την κίνησή του, ενώ η δύναμη $\vec{F}$ συνεχίζει να δρα πάνω του, σχηματίζοντας τώρα γωνία θ με το κεκλιμένο επίπεδο και φτάνει μέχρι μια θέση Γ, όπου μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητά του, πριν να κινηθεί ξανά προς τα κάτω.

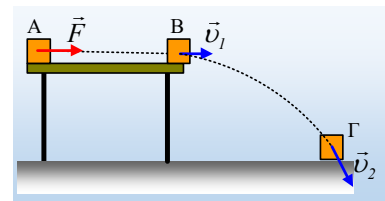
Δίνεται για την γωνία ϕ του κεκλιμένου επιπέδου $\eta\mu\phi=0,2$, $\eta\mu 60^\circ=\sqrt{3}/2$, $\sigma\upsilon\eta\theta=1/2$ και $g=10\text{ m/s}^2$.

- i) Να υπολογιστούν τα έργα όλων των δυνάμεων στη διάρκεια της μετακίνησης από το Α μέχρι το Ο.

- ii) Πόση είναι η μάζα m του σώματος;
- iii) Να υπολογιστεί η απόσταση (ΟΓ) που διανύει το σώμα στο κεκλιμένο επίπεδο, μέχρι μηδενισμού της ταχύτητάς του.
- iv) Αν η δυναμική ενέργεια του σώματος στο οριζόντιο επίπεδο είναι μηδέν, να βρεθεί η δυναμική του ενέργεια στη θέση Γ. Να συγκριθεί η δυναμική ενέργεια στο Γ με:
 - α) Το έργο του βάρους
 - β) Το έργο της δύναμης F .
- v) Πόση επιτάχυνση έχει το σώμα στη θέση Γ, μόλις μηδενιστεί η ταχύτητά του;

11) Μετά την επιτάχυνση ακολουθεί πτώση

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί πάνω σε τραπέζι (θέση Α). Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμης $F=7\text{N}$, με αποτέλεσμα αφού διανύσει απόσταση $(AB)=1\text{m}$ να φτάνει στην άκρη του τραπεζιού έχοντας ταχύτητα $v_1=2\text{m/s}$. Στη θέση αυτή η δύναμη καταργείται με αποτέλεσμα το σώμα να φτάνει στο έδαφος (θέση Γ) με ταχύτητα μέτρου $v_3=4\text{m/s}$. Θεωρούμε ότι η δυναμική ενέργεια του σώματος στο έδαφος είναι μηδενική.

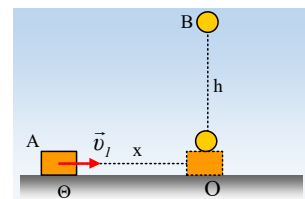


- i) Να βρεθεί η ενέργεια που μεταφέρθηκε στο σώμα, μέσω της δύναμης F , καθώς και η κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση Β, τη στιγμή που εγκαταλείπει το τραπέζι.
- ii) Μπορείτε να εξηγήσετε, χωρίς άλλους υπολογισμούς, γιατί μεταξύ σώματος και επιφάνειας τραπεζιού εμφανίζεται τριβή;
- iii) Να υπολογιστεί η τριβή και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και τραπεζιού.
- iv) Η μηχανική ενέργεια του σώματος παραμένει σταθερή στη διάρκεια της διαδρομής:
 - α) ΑΒ, β) ΒΓ, γ) ΑΓ.
- v) Να βρεθεί το ύψος του τραπεζιού.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

12) Μια συνάντηση και οι ενέργειες

Ένα σώμα Α μάζας m κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα v_1 , ενώ ένα δεύτερο σώμα Β, της ίδιας μάζας m , συγκρατείται σε ύψος h , πάνω από το οριζόντιο επίπεδο. Τη στιγμή που το Α σώμα περνά από τη θέση Θ, όπου $(\Theta O)=x=h$ αφήνουμε το σώμα Β να πέσει, με αποτέλεσμα τα σώματα να συγκρούονται στο σημείο Ο, όπως στο σχήμα.



- i) Η ταχύτητα v_1 του Α σώματος συνδέεται με το ύψος h του Β σώματος, με τη σχέση:

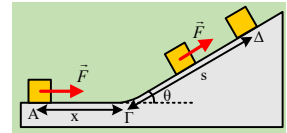
$$\alpha) v_1^2=2gh, \quad \beta) v_1^2=gh, \quad \gamma) 2v_1^2=gh.$$

- ii) Ο λόγος K_1/K_2 των κινητικών ενεργειών των δύο σωμάτων, ελάχιστα πριν την σύγκρουσή τους, είναι ίσος:

α) $K_1/K_2 = 1/4$, β) $K_1/K_2 = 1/2$, γ) $K_1/K_2 = 2$, δ) $K_1/K_2 = 4$.

13) Ένα σώμα παίρνει την ανηφόρα

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί στη θέση Α ενός λείου οριζοντίου επιπέδου, απέχοντας κατά $x=0,5\text{m}$ από τη βάση (σημείο Γ) ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου κλίσεως θ . Κάποια στιγμή ασκούμε στο σώμα μια οριζόντια σταθερή δύναμη F , με αποτέλεσμα το σώμα να φτάνει στη θέση Γ με ταχύτητα μέτρου $v_1=2\text{m/s}$. Στη συνέχεια το σώμα συνεχίζει την κίνησή του κατά μήκος του κεκλιμένου, μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του αφού διανύσει απόσταση $s=2\text{m}$ (θέση Δ), ενώ η δύναμη F , άλλαξε διεύθυνση, παίρνοντας τη διεύθυνση του επιπέδου, διατηρώντας σταθερό το μέτρο της. Να υπολογιστούν:

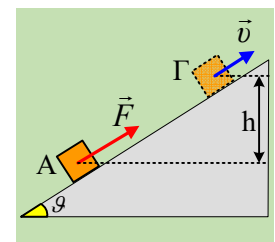


- Η ενέργεια που μεταφέρθηκε στο σώμα μέσω του έργου της δύναμης στη διαδρομή ΑΓ, καθώς και το μέτρο της δύναμης F .
- Η γωνία κλίσεως θ του επιπέδου.
- Η μέγιστη αύξηση της δυναμικής ενέργειας του σώματος στη διαδρομή ΑΔ και να συγκριθεί με το έργο της δύναμης F .
- Μόλις μηδενιστεί η ταχύτητα στη θέση Δ, η δύναμη F παύει να ασκείται στο σώμα. Να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα που αποκτά στη συνέχεια το σώμα.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

14) Τα έργα των δυνάμεων κατά την άνοδο

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως $\theta=30^\circ$, στη θέση Α, του διπλανού σχήματος.

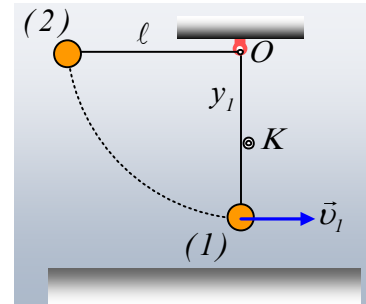


- Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να υπολογίσετε την τριβή που δέχεται από το επίπεδο.
- Κάποια στιγμή ασκούμε στο σώμα μια σταθερή δύναμη μέτρου $F=25\text{N}$, με αποτέλεσμα να κινηθεί και μετά από λίγο να φτάσει στη θέση Γ, με ταχύτητα $v=3\text{m/s}$. Η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των σημείων Α και Γ είναι $h=1,5\text{m}$.
 - Να υπολογίσετε τα έργα της δύναμης F και του βάρους για την μετακίνηση από το Α στο Γ.
 - Πόσο είναι το αντίστοιχο έργο της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο σώμα;
 - Να βρεθεί το μέτρο της τριβής ολίσθησης.
 - Θα χαρακτηρίζατε την αρχική τριβή (του ερωτήματος i)) ως οριακή τριβή; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

15) Παίζοντας με ένα βαρύδι στο άκρο νήματος. Α.

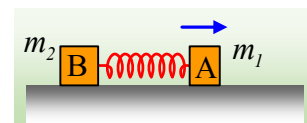
Μια μικρή σφαίρα μάζας $m=0,5\text{kg}$ ηρεμεί στο άκρο κατακόρυφου νήματος, μήκους $l=1,25\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου έχει προσδεθεί σε σταθερό σημείο O , σε ύψος $H=1,5\text{m}$ από το έδαφος. Μετακινούμε το σώμα φέρνοντάς το στη θέση (2) όπου το νήμα είναι οριζόντιο (αλλά και τεντωμένο) και το αφήνουμε να κινηθεί. Μετά από λίγο το σώμα φτάνει με ταχύτητα v_1 στην αρχική του θέση (1), με το νήμα κατακόρυφο.



- Να σχεδιάσετε στο σχήμα τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα στη διάρκεια της παραπάνω κίνησης και να υπολογίσετε τα έργα τους.
- Να υπολογίσετε την ταχύτητα v_1 της σφαίρας.
- Θεωρώντας ότι η δυναμική ενέργεια ενός σώματος είναι μηδενική στο έδαφος, να υπολογίσετε τη μηχανική ενέργεια της σφαίρας τη στιγμή που φτάνει στην θέση (1) με ταχύτητα v_1 .
- Σε κατακόρυφη απόσταση $y_1 = 0,8\text{m}$ από το O υπάρχει ένα καρφί, πάνω στο οποίο εκτρέπεται το νήμα, με αποτέλεσμα μετά από λίγο το νήμα να γίνεται οριζόντιο και η σφαίρα να φτάνει στη θέση Γ, θέση (3), έχοντας κατακόρυφη ταχύτητα v_2 . Τη στιγμή αυτή το νήμα κόβεται.
 - Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας v_2 .
 - Ποιο είναι το μέγιστο ύψος από το έδαφος, που θα φτάσει η σφαίρα;
 - Να σχεδιάσετε την επιτάχυνση της σφαίρας στη θέση (3), μόλις κοπεί το νήμα και στο μέγιστο ύψος (θέση (4)).

16) Το σύστημα και τα έργα

Δυο σώματα Α και Β με μάζες $m_1=1\text{kg}$ και $m_2=2\text{kg}$ συνδέονται με ιδανικό ελατήριο που έχει το φυσικό μήκος του και ηρεμούν σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο παρουσιάζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,3$. Σε μια στιγμή ($t=0$) το



σώμα Α δέχεται ένα στιγμιαίο κτύπημα με αποτέλεσμα να αποκτήσει αρχική ταχύτητα $v_{01}=10\text{m/s}$ στην διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με αποτέλεσμα το ελατήριο να επιμηκύνεται. Αφού το σώμα Α διανύσει απόσταση $x_1=2\text{m}$, τη στιγμή t_1 , η ταχύτητά του μηδενίζεται στιγμιαία. Την ίδια στιγμή το σώμα Β έχει μετατοπισθεί κατά $x_2=0,4\text{m}$, έχοντας αποκτήσει ταχύτητα $v_2=3,5\text{m/s}$.

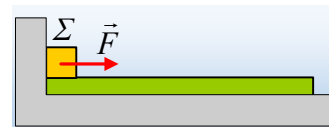
- Πόση ενέργεια δόθηκε στο σύστημα με το κτύπημα;
- Να υπολογιστούν τα έργα των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα Α από $0-t_1$. Τι μετράνε τα παραπάνω έργα;
- Να υπολογιστούν τα αντίστοιχα έργα των δυνάμεων που ασκούνται στο Β σώμα, στο ίδιο χρονικό διάστημα. Τι μετράνε τα παραπάνω έργα;

iv) Κατά το διάστημα αυτό, το ελατήριο κέρδισε ή έχασε ενέργεια; Πόση είναι η ενέργεια αυτή;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

17) Το σώμα και η σανίδα

Μια σανίδα μήκους $L=4\text{m}$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο σε επαφή με κατακόρυφο τοίχο. Πάνω της ηρεμεί ένα σώμα Σ μάζας $m=1\text{kg}$ στο αριστερό άκρο της, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή τραβάμε το σώμα Σ ασκώντας του μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=6,5\text{N}$, αλλά για να μην παρασυρθεί η σανίδα και να παραμείνει σε επαφή με τον τοίχο, της ασκούμε οριζόντια δύναμη F_1 . Το αποτέλεσμα είναι το σώμα Σ να εγκαταλείψει τη σανίδα με ταχύτητα $v_1=2\text{m/s}$.

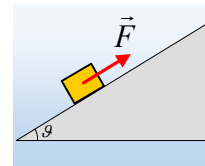


- Να κάνετε δυο σχήματα, όπου στο πρώτο να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ και στο δεύτερο στη σανίδα. Να αναφέρετε τα ζευγάρια δράσης-αντίδρασης που εμφανίζονται.
- Να υπολογιστεί το μέτρο της τριβής που ασκήθηκε στο σώμα Σ κατά την κίνησή του.
- Να υπολογίσετε το ελάχιστο μέτρο της δύναμης F_1 που απαιτείται για να μην κινηθεί η σανίδα.
- Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, ασκώντας στο σώμα Σ την ίδια δύναμη F , αλλά χωρίς να ασκούμε τη δύναμη F_1 για ακινητοποίηση της σανίδας. Το αποτέλεσμα είναι να κινηθεί και η σανίδα. Τη στιγμή που το σώμα Σ εγκαταλείπει τη σανίδα, από το δεξιό της άκρο, έχει ταχύτητα $v_2=3\text{m/s}$. Για το παραπάνω χρονικό διάστημα, ζητούνται:
 - Η μετατόπιση του σώματος Σ .
 - Η αντίστοιχη μετατόπιση της σανίδας.
 - Η ενέργεια η οποία μεταφέρεται στο σώμα Σ μέσω του έργου της δύναμης F και η ενέργεια που αφαιρέθηκε μέσω του έργου της τριβής από το Σ ;
 - Η ενέργεια η οποία μεταφέρεται από το σώμα Σ στη σανίδα και η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική στις τριβόμενες επιφάνειες των δύο σωμάτων.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

18) Υπολογίστε τα έργα

Ένα σώμα μάζας 2kg τοποθετείται τη χρονική στιγμή $t_0=0$, σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ , όπου $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$, ενώ ασκούμε πάνω του μέσω νήματος δύναμη F , παράλληλη με το επίπεδο, όπως στο σχήμα. Το σώμα παρουσιάζει με το επίπεδο τριβή, όπου $\mu_s=\mu=0,5$, ενώ $g=10\text{m/s}^2$. Να υπολογιστούν τα έργα της δύναμης F και της τριβής, από τη στιγμή t_0 , έως τη στιγμή $t_1=6\text{s}$, όταν το μέτρο της δύναμης είναι:

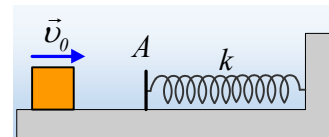


- i) $F=F_1=2\text{N}$, ii) $F=F_2=9\text{N}$, iii) $F=F_3=18\text{N}$ και iv) $F=F_4=24\text{N}$.

2014-2016

19) Το σώμα πέφτει σε ιδανικό ελατήριο.

Ένα σώμα μάζας 2kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα v_0 κατά μήκος του άξονα ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=200\text{N/m}$, όπως στο σχήμα. Θεωρούμε ότι στο άκρο A του ελατηρίου $x=0$.

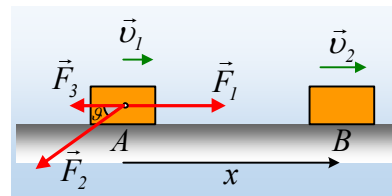


- Το σώμα πέφτει στο ελατήριο, το οποίο αρχίζει να συσπειρώνεται, ενώ το ίδιο επιβραδύνεται. Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί επιβραδύνεται το σώμα; Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος τη στιγμή που το σώμα περνά από τη θέση $x_1=0,1\text{m}$.
- Κάποιος σας λέει ότι η κίνηση του σώματος για όσο χρόνο κινείται προς τα δεξιά, είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη. Συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;
- Κάποια στιγμή, η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται, στη θέση B με $x_2=0,2\text{m}$. Να βρείτε το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από το ελατήριο, σε συνάρτηση με τη θέση x και να κάνετε τη γραφική της παράσταση. Πόση επιτάχυνση έχει το σώμα στη θέση B;
- Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης που ασκήθηκε στο σώμα από το ελατήριο, από το A στο B.
- Να υπολογιστεί η αρχική ταχύτητα v_0 του σώματος.
- Να αποδείξετε ότι τελικά το σώμα θα κινηθεί προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου v_0 .

Υπενθυμίζεται ότι σύμφωνα με το νόμο του Hooke, όταν μια δύναμη F ασκείται σε ένα ελατήριο, του προκαλεί παραμόρφωση (επιμήκυνση ή συσπίρωση) για την οποία ισχύει $F=k \cdot \Delta \ell$.

20) Έργα δυνάμεων και κινητικές ενέργειες.

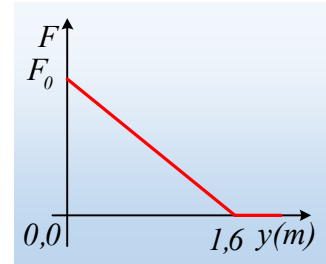
Ένα σώμα μάζας 0,4kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση τριών σταθερών δυνάμεων, όπως στο σχήμα. Οι δυνάμεις έχουν μέτρα $F_1=8\text{N}$, $F_2=5\text{N}$ και $F_3=2\text{N}$, ενώ η γωνία μεταξύ των δυνάμεων F_2 και F_3 είναι θ , όπου $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$. Σε μια στιγμή περνά από ο σημείο A με ταχύτητα $v_1=1\text{m/s}$, ενώ μετά από λίγο περνά από το σημείο B με ταχύτητα v_2 . Αν η απόσταση $(AB)=x=0,8\text{m}$ και $g=1\text{m/s}^2$, ζητούνται:



- Η κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση A.
- Τα έργα των τριών δυνάμεων κατά τη διάρκεια της μετατόπισης από το A στο B.
- Το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από το επίπεδο, καθώς και το έργο της.
- Η ταχύτητα v_2 του σώματος στη θέση B.

21) Μια μεταβλητή δύναμη και η μηχανική ενέργεια.

Ένα σώμα μάζας 1kg ηρεμεί στο έδαφος, στο σημείο Α. Σε μια στιγμή ασκείται πάνω του μια κατακόρυφη μεταβλητή δύναμη με φορά προς τα πάνω, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται με το ύψος y από το έδαφος, όπως στο διπλανό διάγραμμα. Φτάνοντας το σώμα στη θέση Γ, σε ύψος 1,6m η δύναμη καταργείται και το σώμα συνεχίζοντας την κίνησή του φτάνει μέχρι και το σημείο Δ σε ύψος 2,4m, πριν κινηθεί προς τα κάτω και επιστρέψει στην αρχική του θέση Α. Ζητούνται:

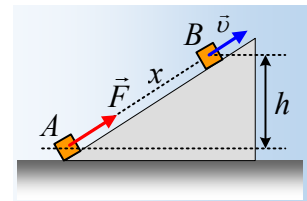


- i) Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του σώματος, θεωρώντας ότι η δυναμική ενέργεια είναι μηδενική στη θέση Α.
- ii) Η μέγιστη κινητική ενέργεια που αποκτά το σώμα, στη διάρκεια της κίνησής του.
- iii) Η ταχύτητα του σώματος στη θέση Γ, μόλις μηδενίζεται η ασκούμενη δύναμη F.
- iv) Η αρχική επιτάχυνση που απέκτησε το σώμα μόλις δέχτηκε τη δράση της δύναμης F.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

22) Μια μεταβλητή δύναμη ανεβάζει το σώμα.

Ένα σώμα μάζας m ηρεμεί στη βάση ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου, σημείο Α. Σε μια στιγμή $t=0$, ασκείται πάνω του μια μεταβλητή δύναμη $F=10t$, με αποτέλεσμα μετά από λίγο, αφού μετατοπισθεί κατά x , να περνά από το σημείο Β, το οποίο απέχει κατακόρυφα κατά h από την αρχική του θέση Α, έχοντας ταχύτητα $v = \sqrt{2gh}$.



- i) Το έργο του βάρους από το Α στο Β είναι ίσο με:

α) $W=mgx$, β) $W=-mgx$, γ) $W=-mgh$, δ) $W=mgh$

- ii) Η μηχανική ενέργεια του σώματος αυξάνεται κατά την μετακίνηση από το Α στο Β κατά:

α) $\Delta E=mgx$, β) $\Delta E=2mgx$, γ) $\Delta E=2mgh$, δ) $\Delta E=mgh$

- iii) Αφού η δύναμη F είναι μεταβλητή, το έργο της μπορεί να υπολογιστεί, κατασκευάζοντας το διάγραμμά της σε συνάρτηση με το χρόνο. Συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

- iv) Το έργο της δύναμης F είναι ίσο με:

α) $W_F=mgx$, β) $W_F=Fx$, γ) $W_F=mgh$, δ) $W_F=2mgh$

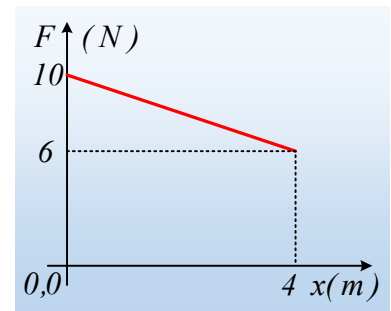
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

23) Κίνηση με την επίδραση μεταβλητής δύναμης.

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,4$. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας μεταβλητής δύναμης, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται, σε συνάρτηση με την μετατόπιση x από την αρχική θέση ισορροπίας του, όπως στο διπλανό σχήμα.

- i) Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση την οποία θα αποκτήσει το σώμα.

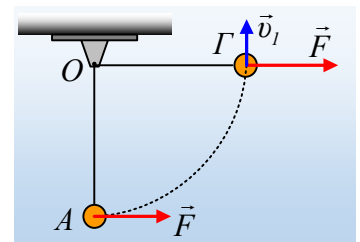
- ii) Να υπολογιστεί το έργο της ασκούμενης δύναμης μέχρι το σώμα να μετατοπιστεί κατά 4m.
- iii) Ποια η ταχύτητα του σώματος στη θέση $x=4\text{m}$;
- iv) Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα στη θέση $x=4\text{m}$.
- v) Σε ποια θέση το σώμα έχει μηδενική επιτάχυνση; Μπορείτε να περιγράψετε την κίνηση του σώματος μέχρι να μετατοπιστεί κατά $x=4\text{m}$;
- vi) Να υπολογιστεί η μέγιστη κινητική ενέργεια που αποκτά το σώμα.



Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

24) Πάμε να ανεβάσουμε το σώμα;

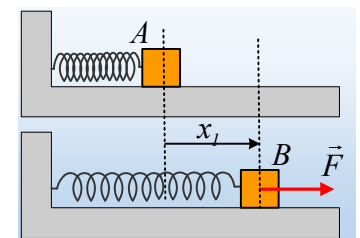
Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί στη θέση Α, στο κάτω άκρο κατακόρυφου αβαρούς νήματος, μήκους $\ell=2\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο Ο.



- i) Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.
- Σε μια στιγμή ($t=0$) το σώμα δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης F , μεταβλητού μέτρου, με αρχική τιμή $F_0=8\text{N}$, με αποτέλεσμα το σώμα να κινηθεί και μετά από λίγο το νήμα να γίνεται οριζόντιο, ενώ το σώμα έχει κατακόρυφη ταχύτητα $v_1=2\text{m/s}$, στη θέση Γ.
- ii) Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση του σώματος.
 - iii) Να υπολογιστεί το έργο του βάρους κατά την μετακίνηση από το Α στο Γ.
 - iv) Αφού υπολογίσετε το αντίστοιχο έργο της τάσης του νήματος, να βρείτε το έργο της δύναμης F , από το Α στο Γ.
 - v) Το σώμα στη θέση Γ, έχει ή όχι επιτάχυνση στη διεύθυνση της ταχύτητας v_1 ;

25) Υπάρχει και άλλη Δυναμική Ενέργεια.

Ένα σώμα μάζας m ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=200\text{N/m}$, στη θέση Α.



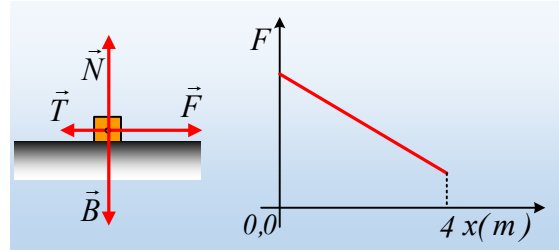
- i) Να σχεδιάσετε και να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στην θέση αυτή.
- Σε μια στιγμή ασκούμε στο σώμα μια σταθερή οριζόντια δύναμη, μέτρου $F=40\text{N}$, με αποτέλεσμα μετά από λίγο να φτάνει στη θέση Β, έχοντας μετατοπισθεί κατά $x_1=0,4\text{m}$.
- ii) Να υπολογιστεί η ενέργεια που μεταφέρεται στο σώμα μέσω του έργου της δύναμης F .
 - iii) Λαμβάνοντας υπόψη το νόμο του Hooke, ότι για να επιμηκυνθεί το ελατήριο κατά $\Delta\ell$, απαιτείται να του ασκηθεί δύναμη $F'=k\cdot\Delta\ell$, να σχεδιάσετε τη δύναμη που ασκείται στο σώμα από το ελατήριο. Είναι σταθερή ή όχι η δύναμη αυτή ($F_{ελ}$) στη διάρκεια της μετακίνησης από το Α στο Β;

- iv) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης του ελατηρίου από το Α στο Β. Τι μετράει το έργο αυτό;
 v) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος στη θέση Β.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

26) Πότε παράγεται περισσότερο έργο;

Ένα σώμα ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση μιας μεταβλητής οριζόντιας δύναμης F , το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα. Το σώμα δέχεται επίσης και δύναμη τριβής ολίσθησης στη διάρκεια της κίνησής του.



- i) Αν W_{T1} και W_{T3} το έργο της τριβής κατά την μετακίνηση του σώματος στη διάρκεια του πρώτου και τρίτου μέτρου της τροχιάς του, ισχύει:

α) $W_{T1} < W_{T3}$, β) $W_{T1}=W_{T3}$, γ) $W_{T1} > W_{T3}$.

- ii) Αν W_{F1} και W_{F3} το έργο της δύναμης F κατά την μετακίνηση του σώματος στη διάρκεια του πρώτου και τρίτου μέτρου της τροχιάς του, ισχύει:

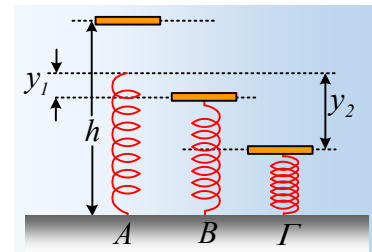
α) $W_{F1} < W_{F3}$, β) $W_{F1}=W_{F3}$, γ) $W_{F1} > W_{F3}$.

- iii) Αν ΔK_1 και ΔK_3 οι μεταβολές της κινητικής ενέργειας του σώματος στη διάρκεια του πρώτου και τρίτου μέτρου της τροχιάς του, ισχύει:

α) $\Delta K_1 < \Delta K_3$, β) $\Delta K_1 = \Delta K_3$, γ) $\Delta K_1 > \Delta K_3$.

27) Η μηχανική ενέργεια και με ελατήριο. Φ.Ε.

Μια πλάκα μάζας 2kg βρίσκεται σε ύψος $h=1,2\text{m}$ από το έδαφος πάνω ακριβώς από το ελεύθερο άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k=100\text{N/m}$. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ η δυναμική ενέργεια ενός σώματος στο έδαφος είναι μηδενική.



- i) Τι ενέργεια έχει το σώμα στην θέση αυτή (θέση Α); Υπολογίστε την.
 ii) Αφήνουμε την πλάκα να πέσει ελεύθερα. Τη στιγμή που έρχεται σε επαφή με το ελατήριο έχει μηχανική ενέργεια J. Αν στη θέση αυτή έχει ταχύτητα $v_1=2\text{m/s}$, να υπολογιστούν:
 α) Η κινητική της ενέργεια.
 β) η δυναμική ενέργεια λόγω βαρύτητας.
 γ) Το (φυσικό) μήκος του ελατηρίου.
 iii) Μόλις η πλάκα έρθει σε επαφή με το ελατήριο:
 α) Θα δεχτεί σταθερή δύναμη από το ελατήριο με φορά προς τα πάνω.
 β) Θα δεχτεί δύναμη από το ελατήριο, το μέτρο της οποίας θα αυξάνεται ανάλογα με την συσπίρωση του ελατηρίου.

- γ) Θα δεχτεί δύναμη από το ελατήριο, το μέτρο της οποίας θα αυξάνεται ανάλογα με την ταχύτητα του σώματος.
- δ) Η πλάκα αρχικά θα επιταχύνεται και η ταχύτητά της θα αυξάνεται.
- ε) Η πλάκα θα αρχίσει αμέσως να επιβραδύνεται.

Χαρακτηρίστε ως σωστές ή λανθασμένες τις παραπάνω προτάσεις.

- iv) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση της πλάκας στη θέση που αυτή απέχει 0,9m από το έδαφος.
- v) Κάποια στιγμή το ελατήριο έχει συσπίρωση $y_1=0,2\text{m}$, θέση B. Για τη στιγμή αυτή να υπολογιστούν:
- α) Η δυναμική βαρυτική ενέργεια.
 - β) Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.
 - γ) Η ταχύτητα της πλάκας.
 - δ) Η επιτάχυνση της πλάκας.
- vi) Μετά από λίγο το σώμα βρίσκεται σε ύψος 0,7m (από το έδαφος). Να υπολογιστούν η επιτάχυνση και η κινητική ενέργεια της πλάκας στη θέση αυτή.
- vii) Ποια θα είναι η μέγιστη συσπίρωση y_2 του ελατηρίου, τη στιγμή που θα μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητα της πλάκας, πριν κινηθεί ξανά προς τα πάνω, στη θέση Γ;

28) Η κίνηση σε δύο οριζόντια επίπεδα.

Ένα σώμα μάζας $m=0,4\text{kg}$, ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο A, απέχοντας 4m από ένα δεύτερο οριζόντιο επίπεδο B, με το οποίο το σώμα εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,3$. Σε μια στιγμή, έστω



$t_0=0$, το σώμα δέχεται μια σταθερή οριζόντια δύναμη F , με αποτέλεσμα να κινηθεί και να περάσει στο B επίπεδο τη στιγμή $t_1=2\text{s}$, στο οποίο συνεχίζει την κίνησή του, με την επίδραση πάντα της δύναμης F . Να υπολογιστούν:

- i) Η επιτάχυνση του σώματος στο επίπεδο A, καθώς και η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που φτάνει στο B επίπεδο.
- ii) Το έργο της δύναμης F στη διάρκεια της κίνησης στο A επίπεδο.
- iii) Το μέτρο της τριβής που ασκείται στο σώμα τις χρονικές στιγμές:

$$\alpha) t_2=3\text{s} \quad \text{και} \quad \beta) t_3=8\text{s}.$$

- iv) Η ισχύς της δύναμης F και της τριβής τη στιγμή t_2 .
- v) Το έργο της τριβής μέχρι τη στιγμή t_3 . Πώς συνδέεται το έργο αυτό με το αντίστοιχο έργο της δύναμης F ;

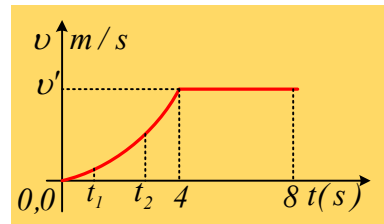
Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

29) Δύο τμήματα μιας ευθύγραμμης κίνησης.

Ένα σώμα ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει τριβή ολίσθησης $T=3\text{N}$. Σε μια στιγμή $t=0$

ασκείται στο σώμα μια οριζόντια δύναμη F , με αποτέλεσμα η ταχύτητα του σώματος να μεταβάλλεται όπως στο διπλανό σχήμα.

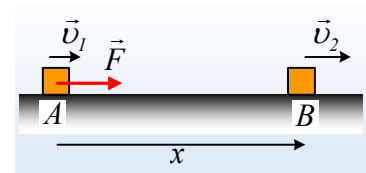
Να χαρακτηρίστε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



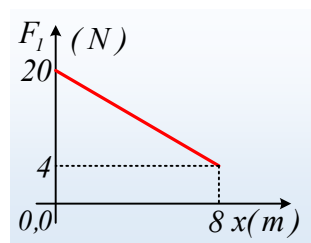
- Η κίνηση του σώματος από 0-4s είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
- Το μέτρο της δύναμης F τη στιγμή t_2 είναι μεγαλύτερο από το μέτρο της τη στιγμή t_1 .
- Τη στιγμή $t=5s$, το μέτρο της ασκούμενης δύναμης είναι $F=3N$.
- Η στιγμιαία ισχύς της δύναμης F είναι μεγαλύτερη τη στιγμή t_2 , από την αντίστοιχη ισχύ τη στιγμή t_1 .
- Η ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική, μέσω του έργου της τριβής, είναι μεγαλύτερη στο χρονικό διάστημα 4s-8s, από την αντίστοιχη στο διάστημα 0-4s.

30) Σταθερή και μεταβλητή δύναμη.

Ένα σώμα μάζας $2kg$ κινείται σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,4$, με την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας μέτρου $F=12N$. Σε μια στιγμή περνάει από μια θέση A , έχοντας ταχύτητα $v_1=2m/s$ ενώ μετά από μετατόπιση $x=8m$ η ταχύτητά του έχει γίνει v_2 στη θέση B .

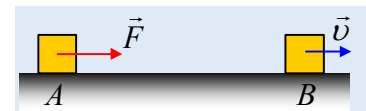


- Να υπολογιστούν τα έργα των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα στη διάρκεια της μετακίνησης από το A στο B .
- Να βρεθεί η ταχύτητα v_2 .
- Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα η δύναμη F αντικαθίσταται από άλλη δύναμη F_1 , η οποία είναι μεταβλητή, το μέτρο της οποίας δίνεται από την σχέση $F_1 = -2x + 20$ (μονάδες στο S.I.) και στο διάγραμμα δίνεται το μέτρο της σε συνάρτηση με τη μετατόπιση x από τη θέση A . Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος στη θέση B .
- Ποια είναι η μέγιστη κινητική ενέργεια του σώματος μεταξύ των θέσεων A και B ;



31) Μια εισαγωγή στο έργο και στην κινητική ενέργεια.

Ένα σώμα μάζας $2kg$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο στη θέση A . Κάποια στιγμή δέχεται την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμης $F=10N$, οπότε μετακινείται και μετά από λίγο περνά από μια θέση B , όπου $(AB)=x=6m$, με ταχύτητα $v=6m/s$.



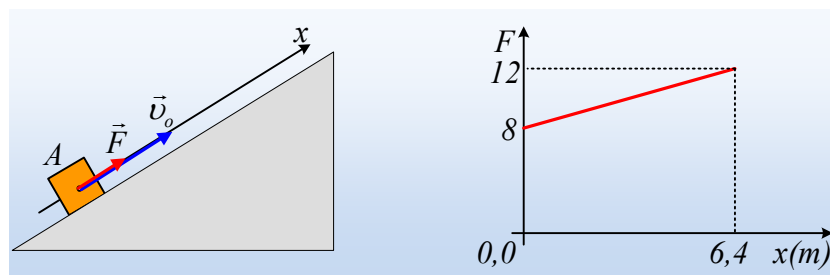
- Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης και την κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση B . Να σχολιάσετε τα δυο αποτελέσματα.

- ii) Να υπολογίστε το έργο της ασκούμενης τριβής. Τι μετράει το παραπάνω έργο;
- iii) Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου.
- iv) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα το μέτρο της δύναμης είναι $F_1=17,5\text{N}$. Με ποια ταχύτητα το σώμα φτάνει στη θέση Β;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

32) Μια διδασκαλία μας με χρήση ΑΔΜΕ.

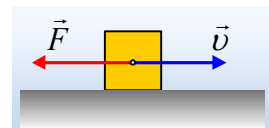
Ένα σώμα μάζας 2kg ανέρχεται κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου, κλίσεως $\theta=30^\circ$, με την επίδραση δύναμης F παράλληλης προς το επίπεδο. Σε μια στιγμή περνά από ένα σημείο Α, στο οποίο θεωρούμε ότι βρίσκεται η αρχή του άξονα x ($x=0$), έχοντας ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$. Η τριβή που δέχεται έχει μέτρο 10N , ενώ το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη θέση x , όπως στο διπλανό διάγραμμα.



Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που φτάνει σε σημείο Β το οποίο απέχει $6,4\text{m}$ από το σημείο Α.

33) Θέμα Α': Έργο- Ενέργεια.

1. Ένα σώμα κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ πάνω του ασκείται δύναμη F , όπως στο σχήμα.



- i) Η κινητική ενέργεια του σώματος αυξάνεται.
 - ii) Η κινητική ενέργεια έχει την φορά της ταχύτητας.
 - iii) Το σώμα παρέχει ενέργεια στο περιβάλλον.
 - iv) Το σώμα παίρνει ενέργεια από το περιβάλλον.
2. Ένα σώμα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση οριζόντιας δύναμης F , με σταθερή ταχύτητα.
 - i) Το επίπεδο είναι λείο.
 - ii) Το έργο του βάρους είναι μηδέν.
 - iii) Η κινητική ενέργεια του σώματος αυξάνεται.
 - iv) Στο σώμα ασκείται και τριβή, η οποία δεν παράγει έργο.
 3. Ένα σώμα ανέρχεται κατακόρυφα με σταθερή ταχύτητα, με την επίδραση κατακόρυφης δύναμης F . Τότε ισχύει:
 - i) $W_F=W_B$
 - ii) $W_F=-W_B$

iii) $W_F > W_B$

iv) $W_B > W_F$.

4. Ένας εργάτης σπρώχνει ένα κιβώτιο σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο παρουσιάζει τριβή.

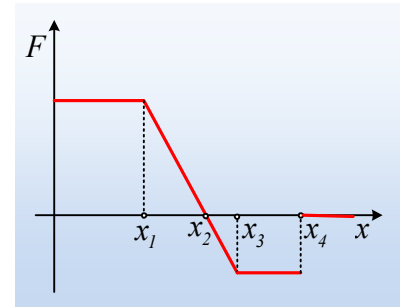
iii) Το έργο της τριβής είναι ίσο με την κινητική ενέργεια που αποκτά το κιβώτιο.

iv) Το έργο της δύναμης που ασκεί ο εργάτης είναι ίσο με την κινητική ενέργεια του κιβώτιου.

v) Η αύξηση της δυναμικής ενέργειας είναι ίση με το έργο της συνισταμένης των δυνάμεων.

vi) Η αύξηση της κινητικής ενέργειας είναι ίση με το έργο της συνισταμένης των δυνάμεων.

5. Σε ένα σώμα που ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης, η οποία μεταβάλλεται σε συνάρτηση με την μετατόπιση του σώματος όπως στο διπλανό σχήμα. Το σώμα αποκτά μέγιστη κινητική ενέργεια στη θέση:



i) $x=x_1$.

ii) $x=x_2$.

iii) $x=x_3$.

iv) $x=x_4$.

6. Ένα σώμα εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω. Αν η αντίσταση του αέρα θεωρηθεί αμελητέα, τότε για όσο χρόνο διαρκεί η άνοδος:

vii) Η κινητική ενέργεια αυξάνεται.

viii) Η δυναμική ενέργεια αυξάνεται.

ix) Η μηχανική ενέργεια αυξάνεται

x) Η μηχανική ενέργεια μειώνεται.

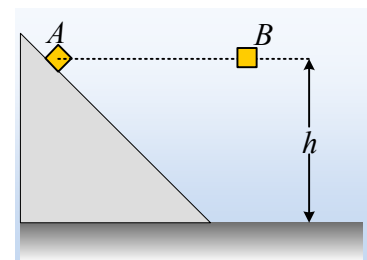
7. Τα σώματα Α και Β του σχήματος, ίδιας μάζας, αφήνονται να κινηθούν από το ίδιο ύψος από το έδαφος. Το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο.

i) Με μεγαλύτερη κινητική ενέργεια θα φτάσει στο έδαφος το Β σώμα.

ii) Με μεγαλύτερη κινητική ενέργεια θα φτάσει στο έδαφος το Α σώμα.

iii) Τα βάρη των δύο σωμάτων παράγουν ίσα έργα, μέχρι να φτάσουν στο έδαφος.

iv) Περισσότερο κατά την μετακίνηση μειώνεται η δυναμική ενέργεια του Α σώματος.



8. Ένα σώμα βάρους Mg αφήνεται να πέσει από ύψος h και φτάνει στο έδαφος μετά από χρόνο t .

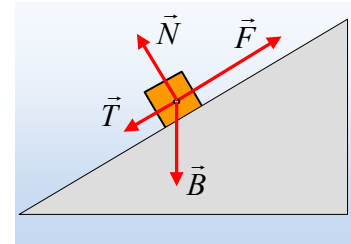
i) Η ισχύς του βάρους μέχρι να φτάσει στο έδαφος είναι ίση με $P = \frac{Mg}{t}$.

ii) Η ισχύς του βάρους παραμένει σταθερή.

iii) Η ισχύς του βάρους εκφράζει το ρυθμό αύξηση της κινητικής ενέργειας του σώματος.

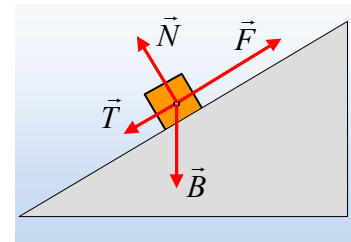
iv) Η ισχύς του βάρους έχει φορά προς τα κάτω.

9. Το σώμα του διπλανού σχήματος ανέρχεται επιταχυνόμενο κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου, με την επίδραση της σταθερής δύναμης F . Για μετακίνηση του σώματος κατά x :



- Το έργο της δύναμης F εκφράζει την αύξηση της κινητικής ενέργειας του σώματος.
- Το έργο της δύναμης F είναι ίσο με την αύξηση της μηχανικής ενέργειας του σώματος.
- Το έργο της τριβής εκφράζει τη μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε δυναμική.
- Κατά την άνοδο του σώματος η μηχανική του ενέργεια αυξάνεται.

10. Το σώμα του διπλανού σχήματος ανέρχεται επιταχυνόμενο κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου, με την επίδραση της σταθερής δύναμης F . Για μετακίνηση του σώματος κατά x :

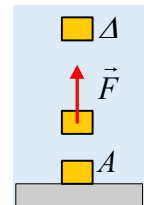


Να χαρακτηρίστε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις.

- Το έργο της δύναμης F υπολογίζεται από την εξίσωση $W=F \cdot x$.
- Το έργο της τριβής είναι ίσο με $W_T = -T \cdot x$.
- Το έργο της κάθετης αντίδρασης είναι μηδενικό.
- Το έργο του βάρους είναι ίσο με μηδέν.
- Η ισχύς της δύναμης F είναι σταθερή.

34) Ρυθμοί μεταβολής κατά την κατακόρυφη κίνηση σώματος. Φ.Ε.

Ένα σώμα μάζας 2 kg ηρεμεί στο έδαφος (θέση A), όπου δεχόμαστε μηδενική τη δυναμική του ενέργεια. Σε μια στιγμή $t_0=0$, ασκούμε πάνω του μια σταθερή κατακόρυφη δύναμη $F=24\text{ N}$, μέχρι τη στιγμή $t_1=3\text{ s}$, όπου το σώμα φτάνει στη θέση Δ και η δύναμη παύει να ασκείται. Δίνεται $g=10\text{ m/s}^2$.



1. Σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα (μόλις εγκαταλείψει το έδαφος) και βρείτε την επιτάχυνση του σώματος.

- Η κίνηση του σώματος είναι οπότε τη στιγμή t_1 το σώμα θα έχει αποκτήσει ταχύτητα ενώ θα βρίσκεται σε ύψος
.....
- Για το παραπάνω χρονικό διάστημα το έργο της δύναμης F είναι ενώ το αντίστοιχο έργο του βάρους
- Εξάλλου η κινητική ενέργεια του σώματος είναι ίση με
- Να συμπληρωθούν τα κενά στο παρακάτω κείμενο:

Από τη στιγμή που ασκήθηκε η δύναμη F στο σώμα, αυτό αρχίζει να προς τα πάνω. Μέσω του μεταφέρεται ενέργεια στο σώμα, ίση με

....., ενώ μέσω του έργου του βάρους. Έτσι τελικά το σώμα έχει Το έργο του βάρους εκφράζει την Στη θέση B το σώμα έχει μηχανική ενέργεια ίση με το της και και επίσης ίση με την ενέργεια που μεταφέρεται μέσω στο σώμα.

- v) Κατά την άνοδο του σώματος από τη θέση A μέχρι τη θέση Δ, περνάει από δυο ενδιάμεσες θέσεις που βρίσκονται σε ύψος $h_B=2\text{m}$ και $h_I=6\text{m}$. Να συμπληρώσετε τα κενά στον παρακάτω πίνακα με τις τιμές της κινητικής, της δυναμικής και της μηχανικής ενέργειας στις θέσεις που αναφέρονται και με τα έργα των δυνάμεων, από την αρχική θέση, μέχρι τις θέσεις που αναφέρονται.

θέση	W_F	W_w	U	K	$E_{\text{μηχ}}$
A					
B	$W_{A \rightarrow B} =$	$W_{A \rightarrow B} =$			
I	$W_{A \rightarrow I} =$	$W_{A \rightarrow I} =$			
Δ	$W_{A \rightarrow \Delta} =$	$W_{A \rightarrow \Delta} =$			

- vi) Η μέση ισχύς της δύναμης F, στο παραπάνω χρονικό διάστημα είναι ίση και η αντίστοιχη μέση ισχύς του βάρους Κατά την παραπάνω κίνηση ο μέσος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι, ο μέσος ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας, ενώ ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της μηχανικής ενέργειας
- vii) Τη χρονική στιγμή $t'=2\text{s}$ το σώμα έχει ταχύτητα $v' =$ Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:
- α) η ισχύς της δύναμης F:
- β) η ισχύς του βάρους:
- γ) ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας:
- δ) ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας:

Μπορείτε να βρείτε και να διατυπώσετε ένα συμπέρασμα, όσον αφορά τις σχέσεις μεταξύ των παραπάνω τιμών των διαφόρων φυσικών μεγεθών, που υπολογίσατε;

2. Μόλις πάψει να ασκείται η δύναμη F, το σώμα θα κινηθεί προς τα πάνω ή προς τα κάτω; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας αναλυτικά.

- viii) Τη στιγμή $t_2=3,6\text{s}$ το σώμα έχει φτάσει σε μια θέση E. Στη θέση αυτή έχει ταχύτητα και βρίσκεται σε ύψος $h_E =$ Στη θέση αυτή έχει κινητική ενέργεια, δυναμική ενέργεια, ενώ η μηχανική ενέργεια είναι ίση

- ix) Την παραπάνω στιγμή να βρεθούν οι (στιγμιαίοι) ρυθμοί (χρησιμοποιείται το σύμβολο $\frac{d...}{dt}$ = αντί του

γνωστού $\frac{\Delta \dots}{\Delta t}$ για να τονισθεί ότι μιλάμε για στιγμιαίο ρυθμό και όχι μέσο):

$$\frac{dK}{dt} = \dots\dots\dots, \frac{dU}{dt} = \dots\dots\dots \frac{dE_{\mu\eta\chi}}{dt} = \dots\dots\dots \frac{dW_w}{dt} = \dots\dots\dots$$

- χ) Μετά από λίγο χρόνο το σώμα περνά από μια άλλη θέση Z η οποία απέχει 5,8m από το έδαφος. Για την θέση αυτή να βρεθούν:
- α) η δυναμική ενέργεια, β) η κινητική ενέργεια, γ) η ισχύς του βάρους,
- δ) οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας.

35) Και αν η δύναμη είναι μεταβλητή.

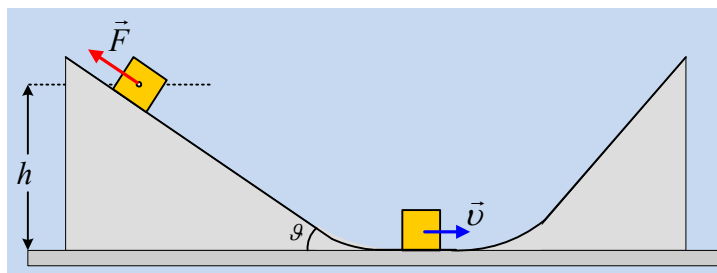
Ένα σώμα μάζας 10kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,2$. Σε μια στιγμή $t_0=0$, ασκείται πάνω του μια μεταβλητή οριζόντια δύναμη F, με αποτέλεσμα να κινηθεί ευθύγραμμα και τη στιγμή $t_1=4s$ να έχει μετατοπισθεί κατά $x=4m$, έχοντας ταχύτητα 2m/s.

- i) Πόσο είναι το έργο της τριβής στο παραπάνω χρονικό διάστημα;
- ii) Να υπολογίσετε το αντίστοιχο έργο της δύναμης F.
- iii) Με ποιο ρυθμό η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική τη χρονική στιγμή t_1 ;
- iv) Αν τη στιγμή t_1 η κινητική ενέργεια του σώματος αυξάνεται με ρυθμό 4J/s να βρεθεί η ισχύς της δύναμης F, καθώς και το μέτρο της, τη στιγμή αυτή.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

36) Η κάθοδος και η άνοδος ενός σώματος.

Σε ένα μη λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ (όπου $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$) συγκρατείται ακίνητο ένα σώμα μάζας $M=2kg$ με την επίδραση μιας δύναμης μέτρου $F=8N$, παράλληλης προς το επίπεδο, όπως στο διπλανό σχήμα, σε ύψος $h=3m$ από το λείο οριζόντιο επίπεδο.



- i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να αναλύστε το βάρος σε δύο συνιστώσες, μια παράλληλη και μια κάθετη στο κεκλιμένο επίπεδο, υπολογίζοντας τα μέτρα τους.
- ii) Να υπολογίσετε την τριβή που ασκείται στο σώμα.
- iii) Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο το σώμα, το οποίο φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v=6m/s$, συνεχίζοντας στη συνέχεια να ανεβαίνει σε ένα δεύτερο λείο κεκλιμένο επίπεδο.
- α) Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του πρώτου επιπέδου και του σώματος.

- β) Να βρεθεί το μέγιστο ύψος y από το οριζόντιο επίπεδο, στο οποίο θα φτάσει το σώμα στο δεύτερο επίπεδο.

Το σώμα θεωρείται υλικό σημείο αμελητέων διαστάσεων, οι κορυφές των κεκλιμένων επιπέδων έχουν εξομαλυνθεί, ώστε η διέλευση του σώματος από το ένα επίπεδο στο άλλο να γίνεται χωρίς κανένα πρόβλημα και $g=10\text{m/s}^2$.

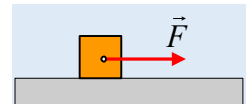
37) Μέση και στιγμιαία Ισχύς. Φ.Ε.

1. Συνήθως έργο παράγεται από κάποια μηχανή. Τι σημαίνει ότι η ισχύς της μηχανής του αυτοκινήτου, το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα, είναι ίση με 60kW ;

i) Πόσο έργο παράγει η μηχανή αυτού του αυτοκινήτου σε χρονικό διάστημα $\Delta t=20\text{s}$;

ii) Πόσο χρόνο πρέπει να κινηθεί το αυτοκίνητο με την παραπάνω ταχύτητα, ώστε η μηχανή του να παράγει έργο $12 \cdot 10^6\text{J}$;

2. Ένα σώμα μάζας $M=2\text{kg}$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη στιγμή $t=0$ ασκείται πάνω του μια σταθερή οριζόντια δύναμη $F=8\text{N}$, μέχρι τη στιγμή $t=3\text{s}$.



i) Η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα είναι ίση και το σώμα αποκτά ταχύτητα ενώ μετατοπίζεται κατά στα 3s .

ii) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης F , καθώς και την τελική κινητική ενέργεια του σώματος.

iii) Πόση είναι η μέση ισχύς της δύναμης για το χρονικό διάστημα $0-3\text{s}$;

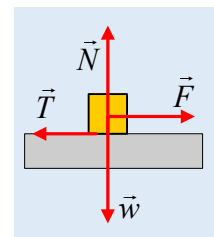
iv) Να υπολογίσετε τον (μέσο) ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος από $0-3\text{s}$.

v) Να υπολογίστε τη στιγμιαία ισχύ της δύναμης τις χρονικές στιγμές:

α) $t_1=1\text{s}$ β) $t_2=2\text{s}$ γ) $t_3=3\text{s}$.

vi) Ποιοι οι αντίστοιχοι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος;

3. Ένα σώμα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση οριζόντιας δύναμης μέτρου $F=10\text{N}$, ενώ δέχεται και δύναμη τριβής ολίσθησης $T=8\text{N}$. Σε μια στιγμή έχει ταχύτητα $v=2\text{m/s}$.



Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:

i) Η ισχύς της δύναμης.

ii) Η ισχύς της τριβής.

iii) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος.

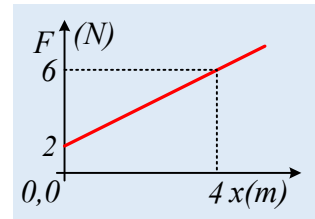
Να συμπληρωθούν τα κενά στο παρακάτω κείμενο:

Την παραπάνω στιγμή, ενέργεια στο σώμα προσφέρει με ρυθμό
ενώ αφαιρεί ενέργεια με ρυθμό Συνεπώς η κινητική ενέργεια του σώματος..... με ρυθμό

4. Ένα σώμα μάζας 2kg βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση μεταβλητής οριζόντιας δύναμης F , το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται με την μετατόπιση, όπως στο σχήμα,

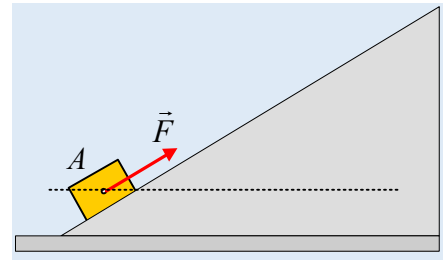
όπου τη στιγμή $t_1=2\text{s}$ το σώμα έχει μετατοπισθεί κατά 4m .

- Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης για μετατόπιση 4m .
- Πόση είναι αντίστοιχα η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή t_1 ;
- Να βρεθεί η μέση ισχύς της δύναμης από $0-2\text{s}$.
- Να υπολογιστεί ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στο σώμα, μέσω του έργου της δύναμης, τη στιγμή t_1 .
- Ποιος ο μέσος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος από $0-2\text{s}$ και ποιος ο αντίστοιχος στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής της κινητικής του ενέργειας τη χρονική στιγμή $t_1=2\text{s}$;



38) Η αύξηση της μηχανικής ενέργειας.

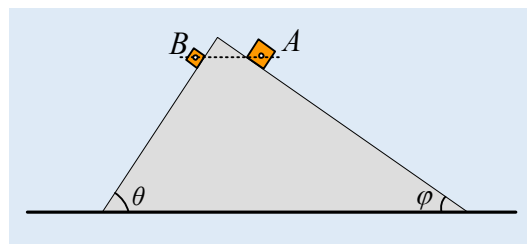
Ένα σώμα μάζας $2,5\text{kg}$ ισορροπεί στην θέση Α ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου, με την επίδραση δύναμης F , μέτρου $F=14\text{N}$, παράλληλης στο επίπεδο, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή αυξάνουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης στην τιμή $F_1=18\text{N}$ μέχρι να μετατοπιστεί το σώμα κατά $x=5\text{m}$, φτάνοντας στη θέση Γ, οπότε και καταργούμε την δύναμη.



Αν $g=10\text{m/s}^2$:

- Να υπολογιστεί η ενέργεια που προσφέρθηκε στο σώμα, μέσω του έργου της δύναμης F_1 .
- Να βρεθεί το έργο του βάρους από τη θέση Α μέχρι τη θέση Γ.
- Πόση είναι η ταχύτητα του σώματος στην θέση Γ;
- Το σώμα, θα σταματήσει στη θέση Γ ή θα ανέβει και άλλο κατά μήκος του επιπέδου; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- Αν στην αρχική θέση Α θεωρήσουμε ότι η δυναμική ενέργεια του σώματος είναι μηδενική, να βρείτε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του σώματος, καθώς και η αντίστοιχη κατακόρυφη απόσταση από την αρχική θέση, που θα φτάσει το σώμα.

39) Συγκρίσεις δύο κινήσεων.



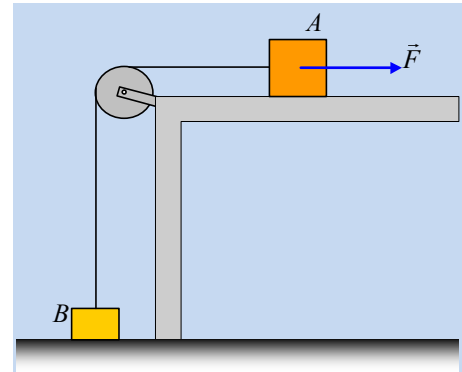
Από δυο σημεία, κοντά στην κορυφή δύο λείων κεκλιμένων επιπέδων, τα οποία σχηματίζουν με το οριζόντιο επίπεδο γωνίες θ και φ και από το ίδιο ύψος, αφήνονται να κινηθούν ταυτόχρονα δυο σώματα Α και Β, με μάζες M και m , όπου $M=2m$. Να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

- Ποιο σώμα, το Α ή το Β έχει μεγαλύτερη αρχική δυναμική ενέργεια; Δεχτείτε ότι ένα σώμα στο οριζόντιο επίπεδο έχει μηδενική δυναμική ενέργεια.

- ii) Ποιο σώμα θα φτάσει πρώτο στο οριζόντιο επίπεδο;
- iii) Ποιο σώμα θα φτάσει με μεγαλύτερη ταχύτητα στο οριζόντιο επίπεδο;

40) Τα έργα και οι ενέργειες σε ένα σύστημα σωμάτων.

Πάνω σε ένα τραπέζι ύψους 1m ηρεμεί ένα σώμα Α μάζας $M=3\text{kg}$, το οποίο παρουσιάζει με το τραπέζι συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,5$. Το σώμα Α είναι δεμένο στο ένα άκρο τεντωμένου νήματος, το οποίο αφού περάσει από μια τροχαλία, αμελητέας μάζας, καταλήγει σε σώμα Β στο έδαφος, στο οποίο προσδένεται το άλλο του άκρο. Κάποια στιγμή ασκούμε στο σώμα Α μια μεταβλητή οριζόντια δύναμη F , μέχρι να το μετακινήσουμε κατά 40cm, προσφέροντας ενέργεια στο σώμα ίση με 12J, οπότε παύουμε να ασκούμε την δύναμη, ενώ το σώμα έχει αποκτήσει ταχύτητα $v_1=1\text{m/s}$.



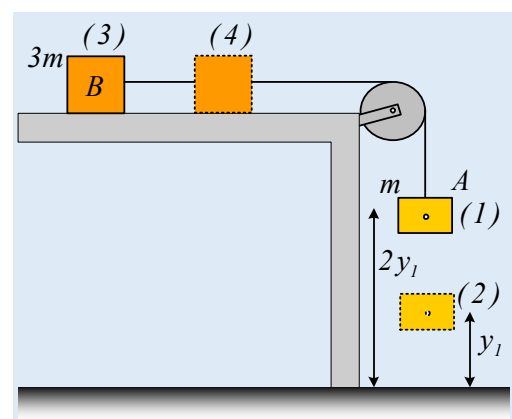
- i) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες:
 - α) Η κινητική ενέργεια του σώματος Α αυξάνεται κατά 12J.
 - β) Το μέτρο της δύναμης F είναι ίσο με 30N.
 - γ) Η ενέργεια που προσφέρουμε στο σώμα Α, είναι ίση με το έργο της δύναμης F .
 - δ) Το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των δύο σωμάτων είναι ίσο με 12J.
- ii) Να υπολογίσετε την ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική, εξαιτίας της τριβής που ασκείται στο σώμα Α.
- iii) Να βρείτε την ενέργεια που μεταφέρεται στο σώμα Β.
- iv) Να υπολογιστεί η αύξηση της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας του σώματος Β.
- v) Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος από το έδαφος που θα φτάσει το σώμα Β. Στην θέση αυτή θα ισορροπήσει ή θα κινηθεί ξανά προς τα κάτω, επιστρέφοντας στο έδαφος;

Δίνεται ότι το νήμα έχει σταθερό μήκος και αμελητέα μάζα, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

41) Η μηχανική ενέργεια και το σύστημα.

Δίνεται το σύστημα του διπλανού σχήματος, όπου το νήμα έχει αμελητέα μάζα και σταθερό μήκος, το επίπεδο είναι λείο και η τροχαλία αβαρής. Το σώμα Α συγκρατείται στη θέση (1) σε ύψος $2y_1$ από το έδαφος. Σε μια στιγμή αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο και μετά από λίγο το σώμα Α περνά από τη θέση (2), σε ύψος y_1 .

- Α) Να συμπληρωθούν τα κενά στις παρακάτω προτάσεις, χρησιμοποιώντας κάποιες από τις λέξεις:

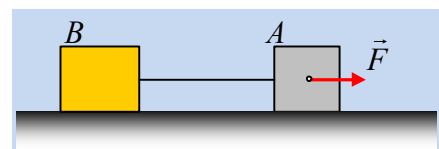


αύξηση, μείωση, αυξάνεται, μειώνεται, παραμένει σταθερή, μεγαλύτερη, μικρότερη, ίση.

- α) Κατά την κίνηση από τις θέση (1) στη θέση (2), η κινητική ενέργεια του σώματος A, του σώματος B και του συστήματος των σωμάτων A και B
- β) Κατά την κίνηση από τις θέση (1) στη θέση (2), η δυναμική ενέργεια του σώματος A, του σώματος B και του συστήματος των σωμάτων A και B
- γ) Κατά την κίνηση από τις θέση (1) στη θέση (2), η μηχανική ενέργεια του σώματος A, του σώματος B και του συστήματος των σωμάτων A και B
- δ) Η της κινητικής ενέργειας του B σώματος είναι από τη της δυναμικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων A-B.
- B) να χαρακτηρίστε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.
- Το σώμα A έχει μεγαλύτερη ενέργεια στην θέση (1) παρά στην θέση (2).
 - Κάθε στιγμή το B σώμα έχει τριπλάσια κινητική ενέργεια από το σώμα A.
 - Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του A σώματος είναι ίση με mgy_1 .
 - Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του A σώματος, είναι μικρότερη από mgy_1 .
 - Η κινητική ενέργεια του B σώματος στη θέση (4) είναι ίση με $\frac{3}{4} mgy_1$.
 - Το έργο της τάσης του νήματος που ασκείται στο B σώμα από τη θέση (3) μέχρι τη θέση (4) είναι ίσο με $\frac{3}{4} mgy_1$.

42) Τα έργα και οι μεταβολές της κινητικής ενέργειας.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ένα σύστημα δύο σωμάτων A και B που συνδέονται με ένα μη ελαστικό νήμα, σύρονται με την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμης F , μέτρου $F=4\text{N}$. Σε μια στιγμή το σώμα A, μάζας $M=4\text{kg}$, έχει ταχύτητα $v_1=1,5\text{m/s}$, ενώ μετά από μετατόπιση $x_1=2\text{m}$ η ταχύτητά του έχει αυξηθεί στην τιμή $v_2=2\text{m/s}$.

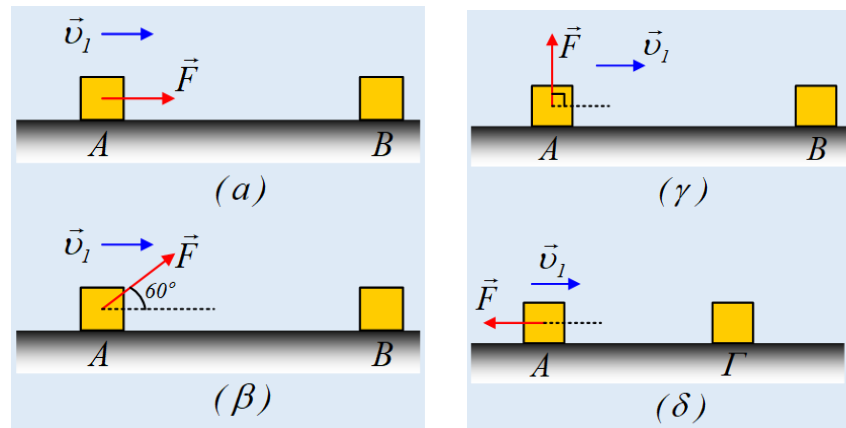


- Να υπολογιστεί η ενέργεια που μεταφέρεται στο A σώμα μέσω του έργου της δύναμης F .
- Πόσο μεταβάλλεται η κινητική ενέργεια του A σώματος κατά την παραπάνω μετακίνηση;
- Να υπολογιστεί το έργο της τάσης του νήματος που ασκήθηκε στο A σώμα.
- Η κινητική ενέργεια του B σώματος έχει:
 - παραμένει σταθερή.
 - αυξηθεί κατά $3,5\text{J}$.
 - αυξηθεί κατά $4,5\text{J}$.

δ) μειωθεί κατά 4,5J.

43) Για εξάσκηση στο έργο και κινητική ενέργεια.

Ένα σώμα μάζας 2kg κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή περνά από μια θέση A, με ταχύτητα $v_1=4\text{m/s}$, ενώ δέχεται την επίδραση μιας σταθερής δύναμης μέτρου $F=5\text{N}$, μέχρι να φτάσει στην θέση B. Η απόσταση (AB) είναι ίση με 4m.



Να υπολογίσετε:

- Το έργο της δύναμης για την μετακίνηση από το A στο B.
- Την κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση B.
- Την ταχύτητα του σώματος στη θέση B.

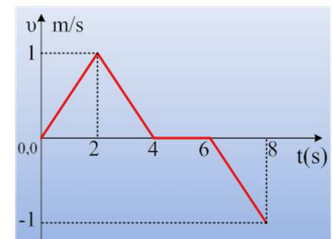
για τις τέσσερις περιπτώσεις που εμφανίζονται στο παραπάνω σχήμα, όπου στο τελευταίο σχήμα η απόσταση είναι $(A\Gamma)=3\text{m}$.

Δίνονται $\sin 60^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 90^\circ = 1$ και $\sin 180^\circ = -1$.

2011-2013

44) Προσπαθώντας να ανεβάσουμε το σώμα.

Ένα σώμα ηρεμεί στο έδαφος, όπου θεωρείται μηδενική η δυναμική του ενέργεια. Τη στιγμή $t=0$ δέχεται την επίδραση μιας κατακόρυφης δύναμης μέσω ενός νήματος, με αποτέλεσμα να κινηθεί προς τα πάνω και η ταχύτητά του να μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα.



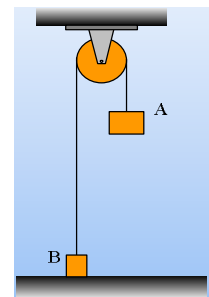
Αν στο χρονικό διάστημα 0-2s το μέτρο της ασκούμενης δύναμης ήταν $F_1=4,2\text{N}$, να βρεθούν:

- i) Η επιτάχυνση του σώματος από 0-2s, καθώς και το ύψος που βρίσκεται το σώμα τη στιγμή $t_1=2\text{s}$.
- ii) Η μάζα του σώματος.
- iii) Η μηχανική ενέργεια του σώματος τη στιγμή $t_2=8\text{s}$ και να συγκριθεί με το έργο της δύναμης από 0-8s.
- iv) Να γίνει η γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή $t_2=8\text{s}$.

45) Ποιο είναι το σύστημα;

Στο διπλανό σχήμα το σώμα Α, μάζας $M=2\text{m}$, συγκρατείται σε ορισμένο ύψος, δεμένο στο άκρο τεντωμένου νήματος, σταθερού μήκους, το οποίο διέρχεται από μια αβαρή τροχαλία, στο άλλο άκρο του οποίου έχει προσδεθεί ένα σώμα Β μάζας m .

Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερα τα σώματα να κινηθούν.



- i) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας με τις τιμές της κινητικής και δυναμικής ενέργειας κάθε σώματος, καθώς και της μηχανικής ενέργειας.

Θέση	K_A	U_A	K_B	U_B	E
Αρχική	0	150J	0	0	
(1)			12J		
(2)				75J	

- ii) Η μηχανική ενέργεια διατηρείται για το σύστημα:

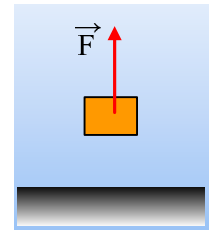
α) Σώμα Α-Γη, β) Σώμα Α- σώμα Β γ) Σώμα Α- σώμα Β – Γη.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Τριβές και αντιστάσεις από τον αέρα δεν υπάρχουν, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

46) Η άνοδος και η κάθοδος...

Ένα σώμα μάζας 20kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Δένουμε το σώμα με ένα νήμα και σε μια στιγμή $t=0$, τραβώντας το νήμα, του ασκούμε μια κατακόρυφη δύναμη μέτρου $F=120\text{N}$, μέχρι τη στιγμή $t_1=4\text{s}$. Τη στιγμή αυτή αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή 225N , μέχρι τη στιγμή $t_2=12\text{s}$, όπου αφήνουμε το νήμα και το σώμα κινείται πλέον ελεύθερα.

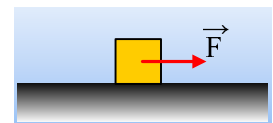


- Να βρεθούν οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα τη στιγμή $t'=2\text{s}$.
- Ποιο είναι το μέγιστο ύψος από το έδαφος, στο οποίο θα φτάσει το σώμα;
- Ποια χρονική στιγμή και με ποια ταχύτητα, το σώμα επιστρέφει στο έδαφος;
- Να υπολογιστούν η μέγιστη δυναμική και η μέγιστη κινητική ενέργεια του σώματος, στη διάρκεια της κίνησής του και να συγκριθούν με την ενέργεια που προσφέρθηκε στο σώμα, μέσω του έργου της ασκούμενης δύναμης F .

Δίνεται ότι η δυναμική ενέργεια του σώματος είναι μηδενική στην αρχική του θέση και $g=10\text{m/s}^2$.

47) Αν μειωθεί το μέτρο της δύναμης...

Ένα σώμα μάζας 10kg , σύρεται σε οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης $F=40\text{N}$, κινούμενο με σταθερή ταχύτητα $v=8\text{m/s}$.



Σε μια στιγμή $t_0=0$, μειώνουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή $F_1=30\text{N}$.

Να βρεθούν:

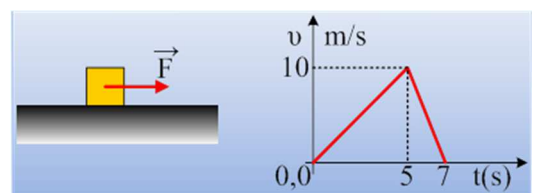
- Η επιτάχυνση του σώματος τις χρονικές στιγμές:

$$\alpha) t_1=2\text{s} \quad \beta) t_2=10\text{s}$$

- Το έργο της δύναμης από $0-10\text{s}$.

48) Από το διάγραμμα της ταχύτητας...

Ένα σώμα ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή $t=0$, δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης F , μέχρι τη στιγμή $t_1=5\text{s}$. Στο διάγραμμα δίνεται η ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή $t_2=7\text{s}$ όπου σταματά.

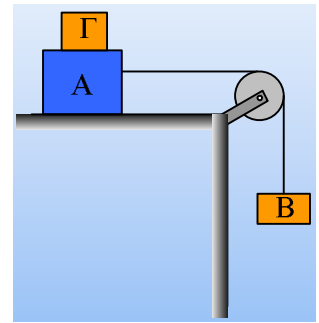


- Να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου.
- Αν το σώμα έχει μάζα $m=2\text{kg}$, να βρεθούν:
 - Το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F .
 - Το έργο της δύναμης F .

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

49) Η Δυναμική του ενός Κινητική του άλλου;

Στο διπλανό σχήμα τα σώματα ισορροπούν ενώ το Β, κρέμεται στο άκρο αβαρούς νήματος, το οποίο περνά από μια τροχαλία αμελητέας μάζας. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος Α και του τραπεζιού είναι $\mu=0,2$, ενώ δίνονται οι μάζες $m_1=4\text{kg}$, $m_2=1\text{kg}$ και $m_3=2\text{kg}$ των σωμάτων Α, Β και Γ αντίστοιχα.



- Να υπολογιστούν τα μέτρα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα Α.
- Σε μια στιγμή απομακρύνουμε το σώμα Γ, οπότε το σώμα Β επιταχύνεται προς τα κάτω. Να βρεθεί η επιτάχυνσή του, καθώς και η τάση του νήματος, που συνδέει τα δυο σώματα.
- Τι ποσοστό της μείωσης της δυναμικής ενέργειας του σώματος Β, μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια του σώματος Α;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

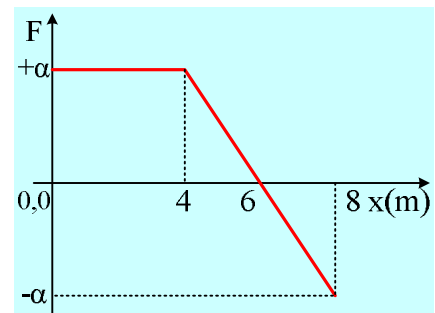
50) Κίνηση σε κεκλιμένο επίπεδο με τριβές.

Ένα σώμα μάζας 2kg εκτοξεύεται από την βάση ενός κεκλιμένου επιπέδου κλίσεως θ , με αρχική ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$, με φορά προς τα πάνω. Το σώμα σταματά την άνοδό του, αφού διανύσει απόσταση $x=5\text{m}$. Αν $\eta\mu\theta=0,6$ και $g=10\text{m/s}^2$, να βρεθούν:

- Το μέτρο της τριβής που ασκήθηκε στο σώμα κατά την άνοδό του.
- Η επιτάχυνση του σώματος κατά την άνοδο.
- Να εξετασθεί αν το σώμα θα ξανακατέβει στη βάση του επιπέδου, θεωρώντας την οριακή τριβή ίση με την τριβή ολίσθησης.

51) Κίνηση με μεταβλητή δύναμη.

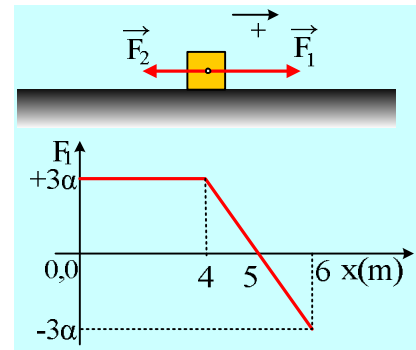
Πάνω σε ένα αρχικά ακίνητο σώμα που ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ασκείται μια οριζόντια δύναμη η οποία μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα. Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες και γιατί;



- Από $0-4\text{m}$ η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
- Μεταξύ των θέσεων $4\text{m}-6\text{m}$ η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη.
- Από $6\text{m}-8\text{m}$ το σώμα κινείται προς τα αριστερά (αρνητική φορά).
- Η κινητική ενέργεια έχει μέγιστη τιμή στη θέση $x_2=6\text{m}$.
- Για τις κινητικές ενέργειες στις θέσεις $x_1=4\text{m}$ και $x_3=8\text{m}$ ισχύει $K_1=K_3$.
- Η ισχύς της δύναμης από $0-4\text{m}$ παραμένει σταθερή.

52) Ερώτηση έργου-ενέργειας με δράση δύο δυνάμεων.

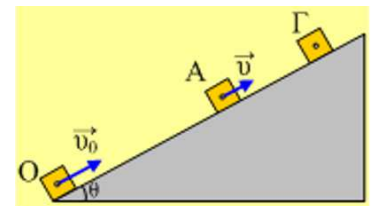
Πάνω σε ένα αρχικά ακίνητο σώμα ασκούνται κάποια στιγμή δύο οριζόντιες δυνάμεις, όπου η F_2 έχει τιμή $F_2 = -\alpha$, ενώ η τιμή της F_1 μεταβάλλεται όπως στο διπλανό διάγραμμα. Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες και γιατί:



- Η κινητική ενέργεια του σώματος αυξάνεται από 0-4m.
- Η κινητική ενέργεια του σώματος αυξάνεται μεταξύ των θέσεων 4m-5m.
- Η κινητική ενέργεια του σώματος αυξάνεται μεταξύ των θέσεων 5m-6m.
- Το σώμα έχει την ίδια κινητική ενέργεια στις θέσεις $x_1=4\text{m}$ και $x_2=6\text{m}$.

53) Άνοδος σε κεκλιμένο επίπεδο.

Ένα σώμα εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$ από την βάση ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου, κλίσεως $\theta=30^\circ$, όπως στο σχήμα.

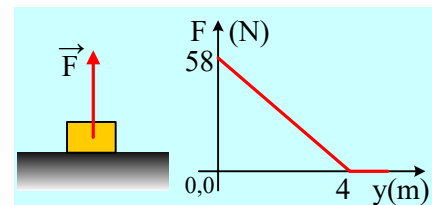


- Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος μετά από μετατόπιση $x_1=6,4\text{m}$.
- Ποια η μέγιστη απόσταση την οποία θα διανύσει το σώμα, κατά την άνοδό του κατά μήκος του επιπέδου.

Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$.

54) Κίνηση με μεταβλητή κατακόρυφη δύναμη.

Ένα σώμα μάζας 2kg βρίσκεται ακίνητο στο έδαφος. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση μιας μεταβλητής κατακόρυφης δύναμης F , το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διπλανό διάγραμμα.

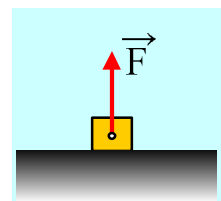


- Ποια η αρχική επιτάχυνση που αποκτά το σώμα;
- Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος, τη στιγμή που το σώμα έχει ανέλθει κατά 2m .
- Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος στη θέση που μηδενίζεται η δύναμη.
- Να βρεθεί το μέγιστο ύψος από το έδαφος στο οποίο θα φτάσει το σώμα.
- Με ποια κινητική ενέργεια το σώμα επιστρέφει στο έδαφος;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

55) Άνοδος με δύναμη ανάλογη του χρόνου.

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί στο έδαφος. Σε μια στιγμή $t=0$ ασκείται πάνω του, μια κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα πάνω, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο, σύμφωνα με τη σχέση $F=4t$ (μονάδες στο S.I.).

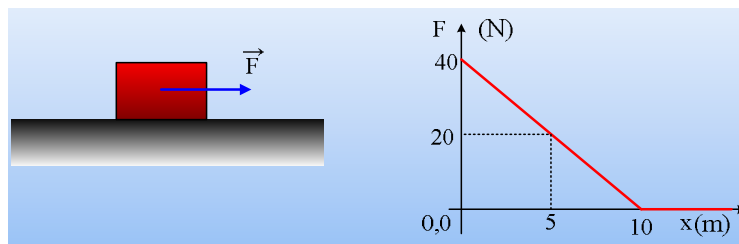


- Ποια χρονική στιγμή t_1 το σώμα θα εγκαταλείψει το έδαφος.

- ii) Να βρείτε την επιτάχυνση του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να κάνετε τη γραφική της παράσταση μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2=10\text{s}$.
- iii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή t_2 .
- iv) Να βρεθεί η ισχύς της δύναμης F τη στιγμή t_2 .

56) Έργο και ισχύς με μεταβλητή δύναμη

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,5$. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση μεταβλητής οριζόντιας δύναμης F , το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται με την μετατόπιση του σώματος όπως στο διάγραμμα.

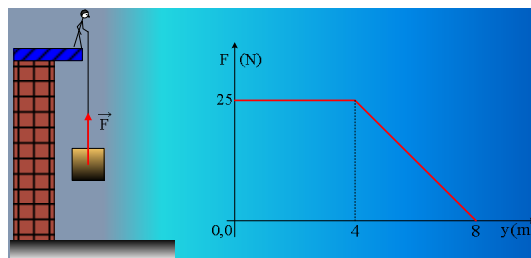


- i) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή t_1 , όπου το σώμα έχει μετατοπιστεί κατά $x_1=5\text{m}$.
- ii) Για την παραπάνω χρονική στιγμή να βρεθούν:
 - α) Η (στιγμιαία) ισχύς της δύναμης F .
 - β) Ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται θερμότητα εξαιτίας της τριβής.
 - γ) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος.
- iii) Πόσο θα μετατοπισθεί το σώμα συνολικά;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

57) Άνοδος σώματος με μεταβλητή δύναμη

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί στο έδαφος. Το δένουμε με ένα νήμα και αρχίζουμε να το μετακινούμε κατακόρυφα προς τα πάνω, ασκώντας πάνω του (μέσω του νήματος) μια μεταβλητή δύναμη, το μέτρο της οποίας θα μεταβάλλουμε όπως στο σχήμα, με σκοπό να το ανεβάσουμε στην ταράτσα που βρισκόμαστε, σε ύψος 8m .



- v) Θα μπορούσαμε να ανεβάσουμε το σώμα στο επιθυμητό ύψος;
- vi) Για τη στιγμή που το σώμα φτάνει σε ύψος $h=4\text{m}$, θέση Α, να βρεθούν:
 - α) Η ενέργεια που έχουμε προσφέρει στο σώμα, μέσω του νήματος.
 - β) Η δυναμική ενέργεια του σώματος.

γ) Η κινητική του ενέργεια.

vii) Μόλις το σώμα φτάσει στη θέση Α, αφήνουμε το νήμα, εγκαταλείποντας την προσπάθεια.

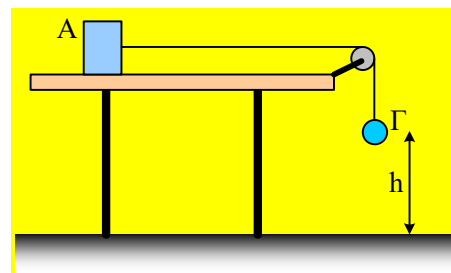
α) Σε πόσο ύψος από το έδαφος θα φτάσει το σώμα;

β) Με ποια ταχύτητα το σώμα φτάνει στο έδαφος;

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, η δυναμική ενέργεια του σώματος είναι μηδενική στην αρχική του θέση (στο έδαφος) και $g=10\text{m/s}^2$.

58) Ένα σύστημα, τριβές και ΘΜΚΕ.

Ένα σώμα Α μάζας $M=2\text{kg}$ ηρεμεί πάνω σε ένα τραπέζι, δεμένο στο άκρο αβαρούς νήματος. Το νήμα περνά από μια τροχαλία και στο άλλο του άκρο έχει δεθεί ένα δεύτερο σώμα Γ μάζας $m_1=0,3\text{kg}$. Το σώμα Γ βρίσκεται σε ύψος $h=0,25\text{m}$ από το έδαφος.



- Να σχεδιαστούν όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα Α και Γ και να υπολογιστούν τα μέτρα τους.
- Αντικαθιστούμε το σώμα Γ με άλλο σώμα, Δ μάζας $m_2=1\text{kg}$ και το αφήνουμε να κινηθεί. Το σώμα Δ πέφτει στο έδαφος, όπου και σταματά, ενώ το σώμα Α διανύει απόσταση $d=0,5\text{m}$, πριν σταματήσει ξανά.

α) Να εφαρμόστε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση:

- του σώματος Α.
- του σώματος Δ (μέχρι τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος).
- του σώματος Α για όσο χρόνο το νήμα είναι τεντωμένο.

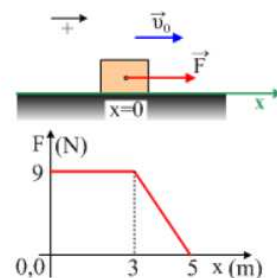
β) Με τη βοήθεια των παραπάνω εξισώσεων, να υπολογιστεί το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκήθηκε στο σώμα Α στη διάρκεια της κίνησής του.

iii) Με ποια ταχύτητα το σώμα Δ έφτασε στο έδαφος;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

59) Μεταβλητή δύναμη και κίνηση.

Ένα σώμα μάζας 2kg κινείται σ' οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή περνά από μια θέση $x=0$ έχοντας ταχύτητα $v_0=5\text{m/s}$. Στο σώμα ασκείται μια οριζόντια δύναμη F , το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα. Το αποτέλεσμα είναι το σώμα να διατηρεί σταθερή ταχύτητα μέχρι τη θέση $x_1=3\text{m}$.



- Να σχεδιάστε ένα σχήμα που να εμφανίζονται όλες οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω στο σώμα τη στιγμή που περνά από τη θέση $x=1\text{m}$. Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων αυτών.
- Να βρεθεί η επιτάχυνση του σώματος στις θέσεις:

α) $x_2=4\text{m}$ και β) $x_3=5\text{m}$.

iii) Η κίνηση μεταξύ των θέσεων $x_1=3\text{m}$ και $x_3=5\text{m}$ είναι:

- α) Ευθύγραμμη ομαλή.
- β) Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
- γ) Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.
- δ) Ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη.

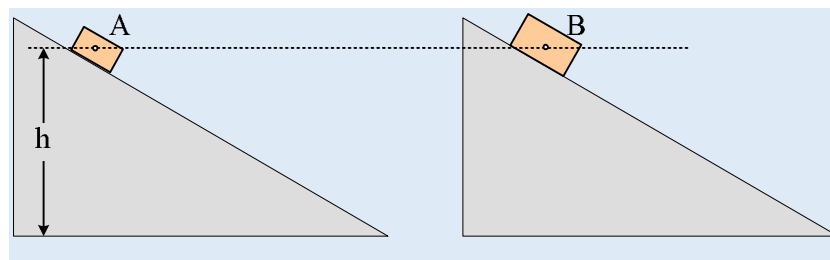
iv) Για την κίνηση από την αρχική θέση $x_0=0$, μέχρι τη θέση $x_3=5\text{m}$ να βρεθούν:

- α) Το έργο της F .
- β) Το έργο της τριβής.

v) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που περνά από τη θέση $x_3=5\text{m}$.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

60) Το ελαφρύ ή το βαρύ;



Από την κορυφή ενός κεκλιμένου επιπέδου σε ύψος h , αφήνονται να κινηθούν ταυτόχρονα δύο σώματα Α και Β με μάζες m και $2m$, τα οποία παρουσιάζουν με το επίπεδο τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης, τα οποία ολισθαίνουν.

i) Μεγαλύτερη δύναμη τριβής ασκείται:

- α) στο σώμα Α, β) στο σώμα Β, γ) Δέχονται ίσες δυνάμεις τριβής.

ii) Πρώτο θα φτάσει στη βάση του επιπέδου:

- α) το σώμα Α, β) το σώμα Β, γ) Θα φτάσουν ταυτόχρονα.

61) Έργα, ισχύς και δυναμική ενέργεια. Φ.Ε.

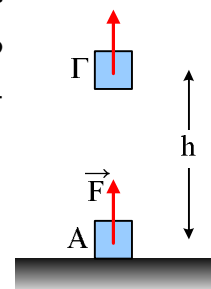
Ένα σώμα μάζας 2kg βρίσκεται στο έδαφος (θέση Α) με μηδενική δυναμική ενέργεια. Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω του μια κατακόρυφη δύναμη $F=22\text{N}$ με αποτέλεσμα μετά από λίγο να βρίσκεται στη θέση Γ σε ύψος $h=4,5\text{m}$. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Για την παραπάνω μετακίνηση:

i) Να υπολογίσετε τα έργα:

$$W_F = \dots\dots\dots W_B = \dots\dots\dots$$

ii) Να συμπληρωθεί ο πίνακας για την Κινητική, Δυναμική και Μηχανική ενέργεια.

Θέση	K (J)	U (J)	E_{MHX} (J)
------	-------	-------	----------------------



A			
Γ			

iii) Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

- α) Στο σώμα δόθηκε ενέργεια μέσω του έργου της δύναμης F.
- β) Το έργο της δύναμης εκφράζει την αύξηση της δυναμικής ενέργειας.
- γ) Το έργο του βάρους ισούται με την αύξηση της δυναμικής ενέργειας του σώματος.
- δ) Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας είναι αντίθετη του έργου του βάρους.

iv) Πόσο χρόνο διαρκεί η κίνηση από το A στο Γ;

v) Να υπολογιστούν για την παραπάνω κίνηση:

- α) Η μέση ισχύς της δύναμης
- β) Η μέση ισχύς του βάρους.
- γ) Ο μέσος ρυθμός αύξησης της δυναμικής ενέργειας του σώματος.
- δ) Ο μέσος ρυθμός αύξησης της κινητικής ενέργειας του σώματος.

vi) Για τη θέση Γ να βρεθούν:

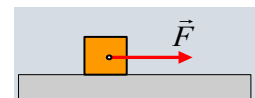
- α) Η (στιγμιαία) ισχύς της δύναμης F.
- β) Η (στιγμιαία) ισχύς του βάρους.
- γ) Ο ρυθμός αύξησης της δυναμικής ενέργειας του σώματος.
- δ) Ο ρυθμός αύξησης της κινητικής ενέργειας του σώματος.

62) Μέση και στιγμιαία Ισχύς. Φ.Ε.

- Συνήθως έργο παράγεται από κάποια μηχανή. Τι σημαίνει ότι η ισχύς της μηχανής του αυτοκινήτου, το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα, είναι ίση με 60kW;
 - Πόσο έργο παράγει η μηχανή αυτού του αυτοκινήτου σε χρονικό διάστημα $\Delta t=20s$;
 - Πόσο χρόνο πρέπει να κινηθεί το αυτοκίνητο με την παραπάνω ταχύτητα, ώστε η μηχανή του να παράγει έργο $12 \cdot 10^6 J$;

.....

- Ένα σώμα μάζας $M=2kg$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη στιγμή $t=0$ ασκείται πάνω του μια σταθερή οριζόντια δύναμη $F=8N$, μέχρι τη στιγμή $t=3s$.



- Η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα είναι ίση και το σώμα αποκτά ταχύτητα ενώ μετατοπίζεται κατά στα 3s.
- Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης F, καθώς και την τελική κινητική ενέργεια του σώματος.
- Πόση είναι η μέση ισχύς της δύναμης για το χρονικό διάστημα 0-3s;
- Να υπολογίσετε τον (μέσο) ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος από 0-3s.

ν) Να υπολογίσετε τη στιγμιαία ισχύ της δύναμης τις χρονικές στιγμές:

α) $t_1=1\text{s}$ β) $t_2=2\text{s}$ γ) $t_3=3\text{s}$.

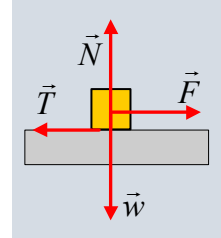
vi) Ποιοι οι αντίστοιχοι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος;

3. Ένα σώμα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση οριζόντιας δύναμης μέτρου $F=10\text{N}$, ενώ δέχεται και δύναμη τριβής ολίσθησης $T=8\text{N}$. Σε μια στιγμή έχει ταχύτητα $v=2\text{m/s}$.

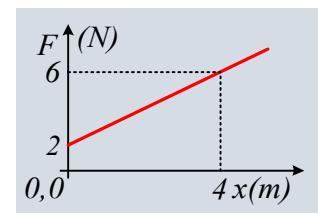
Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:

- Η ισχύς της δύναμης.
- Η ισχύς της τριβής.
- Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος.
- Να συμπληρωθούν τα κενά στο παρακάτω κείμενο:

Την παραπάνω στιγμή, ενέργεια στο σώμα προσφέρει με ρυθμό
ενώ αφαιρεί ενέργεια με ρυθμό Συνεπώς η κινητική ενέργεια του σώματος..... με ρυθμό



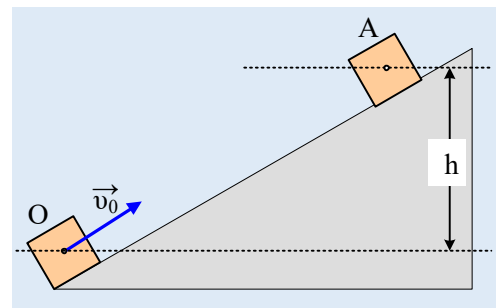
4. Ένα σώμα μάζας 2kg βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση μεταβλητής οριζόντιας δύναμης F , το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται με την μετατόπιση, όπως στο σχήμα, όπου τη στιγμή $t_1=2\text{s}$ το σώμα έχει μετατοπισθεί κατά 4m .



- Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης για μετατόπιση 4m .
- Πόση είναι αντίστοιχα η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή t_1 ;
- Να βρεθεί η μέση ισχύς της δύναμης από $0-2\text{s}$.
- Να υπολογιστεί ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στο σώμα, μέσω του έργου της δύναμης, τη στιγμή t_1 .
- Ποιος ο μέσος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος από $0-2\text{s}$ και ποιος ο αντίστοιχος στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής της κινητικής του ενέργειας τη χρονική στιγμή $t_1=2\text{s}$;

63) Μη συντηρητική δύναμη και μια ισορροπία.

Ένα σώμα μάζας 2kg εκτοξεύεται από ένα σημείο O ενός κεκλιμένου επιπέδου με αρχική ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$ και σταματά την προς τα πάνω κίνησή του στη θέση A , όπου η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των σημείων O και A είναι $h=2\text{m}$, όπως στο σχήμα.

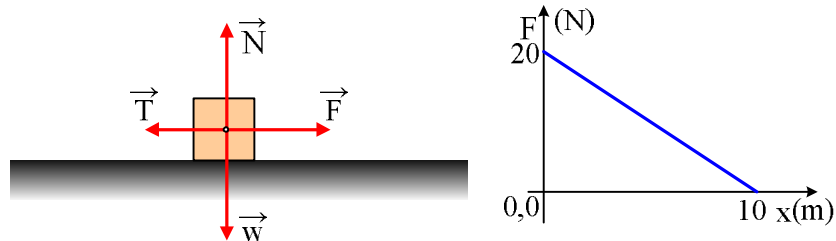


- Να αποδείξετε ότι το σώμα παρουσιάζει τριβή με το επίπεδο.
- Πόση θερμότητα παράγεται εξαιτίας της τριβής κατά την κίνηση του σώματος;
- Το σώμα θα ακινητοποιηθεί στη θέση A ή θα κινηθεί ξανά προς τα κάτω;

Δίνεται ότι δεν υπάρχει αντίσταση από τον αέρα, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

64) Έργο μεταβλητής δύναμης και τριβής.

Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ ηρεμεί, στη θέση $x=0$, ενός οριζοντίου επιπέδου, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής $\mu=0,5$. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση οριζόντιας μεταβλητής δύναμης F , το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη θέση x , όπως στο διάγραμμα. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



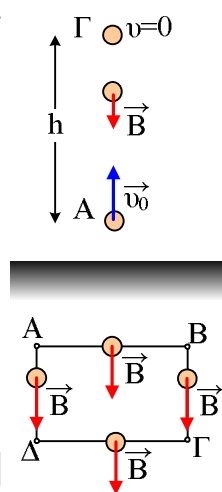
- i) Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες.
 - α) Η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.
 - β) Κατά τη μετακίνηση του σώματος το έργο της δύναμης F αυξάνεται.
 - γ) Το έργο της δύναμης υπολογίζεται από τη σχέση $W_F = F \cdot x \cdot \sin 0^\circ$.
 - δ) Το έργο της τριβής υπολογίζεται από τη σχέση $W_T = T \cdot x \cdot \sin 180^\circ$.
 - ε) Η ταχύτητα του σώματος συνεχώς αυξάνεται.
 - στ) Η ταχύτητα του σώματος συνεχώς μειώνεται.
 - ζ) Το σώμα αποκτά μέγιστη ταχύτητα στη θέση όπου $F=T$.
- ii) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης μέχρι τη θέση $x=10\text{m}$.
- iii) Ποια η ταχύτητα του σώματος στη θέση $x=10\text{m}$;
- iv) Να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα του σώματος.

65) Συντηρητικές δυνάμεις και ΑΔΜΕ. Φ.Ε.

- 1) Ένα σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα από τη θέση Α με αρχική ταχύτητα v_0 , φτάνει στο σημείο Γ και επιστρέφει μετά από λίγο στο σημείο Α.
 - i) Να υπολογίσετε τα έργα:

$$W_{A\Gamma} = \dots\dots\dots W_{\Gamma A} = \dots\dots\dots$$

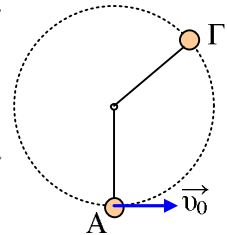
$$W_{A \rightarrow \Gamma \rightarrow A} = \dots\dots\dots$$
 - ii) Εφαρμόστε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση $A \rightarrow \Gamma \rightarrow A$ και υπολογίστε την τελική κινητική ενέργεια στη θέση Α.
- 2) Ένα σώμα μάζας m διαγράφει τη διαδρομή ΑΒΓΔΑ του διπλανού σχήματος, που βρίσκεται σε κατακόρυφο επίπεδο. Να υπολογίσετε το συνολικό έργο του βάρους για την μετακίνηση αυτή.



Διαδρομές όπως οι παραπάνω, όπου ένα σώμα ξεκινά από μια θέση και επιστρέφει σε αυτή, λέγονται **κλειστές**. Με βάση τα παραπάνω παραδείγματα σε κάθε τέτοια κλειστή διαδρομή το έργο του βάρους είναι $W = \dots\dots\dots$

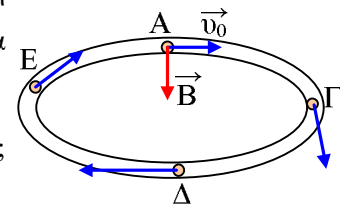
Όταν το έργο μιας δύναμης (όπως το βάρος) είναι μηδενικό για κάθε κλειστή διαδρομή, τότε η δύναμη αυτή ονομάζεται **Διατηρητική** ή **συντηρητική**.

- 3) Ένα σώμα ηρεμεί στο κάτω άκρο νήματος, όπως στο σχήμα. Με ένα κτύπημα αποκτά αρχική ταχύτητα v_0 με αποτέλεσμα να διαγράφει ένα κατακόρυφο κύκλο.



- Σημειώστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στην θέση Γ.
- Το έργο της τάσης του νήματος στη διάρκεια μιας περιστροφής είναι Επειδή
- Το αντίστοιχο έργο του βάρους είναι
- Εφαρμόστε το ΘΜΚΕ για μια περιστροφή και υπολογίστε την ταχύτητα με την οποία το σώμα επιστρέφει στην αρχική του θέση Α.

- 4) Ο σωλήνας του σχήματος βρίσκεται σε κατακόρυφο επίπεδο. Μια μικρή σφαίρα μπορεί να κινείται χωρίς τριβές στο εσωτερικό του σωλήνα. Σε μια στιγμή η σφαίρα ξεκινά από τη θέση Α με αρχική ταχύτητα v_0 .



- Πόσο είναι το έργο του βάρους στην κλειστή διαδρομή ΑΓΔΕΑ;

$W = \dots\dots\dots$

- Η ταχύτητα με την οποία επιστρέφει η σφαίρα στο σημείο Α είναι:

α) $v < v_0$ β) $v = v_0$ γ) $v > v_0$

- Αν το έργο του βάρους στη διαδρομή ΑΓΔ είναι $W_{ΑΓΔ} = +20J$, πόσο θα είναι τα έργα:

α) $W_{ΔΕΑ} = \dots\dots\dots$ β) $W_{ΑΕΔ} = \dots\dots\dots$

- Αν το σώμα μεταφερθεί από το Α στο Δ, τότε θα παραχθεί περισσότερο έργο από το βάρος, αν ακολουθήσει:

α) τη διαδρομή ΑΓΔ β) τη διαδρομή ΑΕΔ

γ) παράγεται το ίδιο έργο.

- 5) Ένα μικρό σώμα μάζας m βρίσκεται στο σημείο Α σε

ύψος h . Το σώμα αυτό έχει

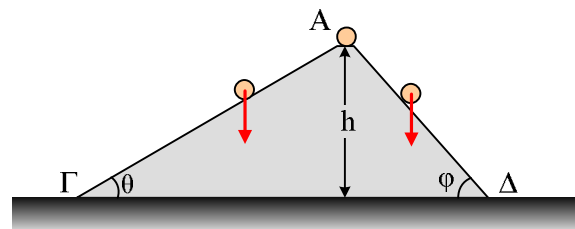
Ενέργεια η οποία υπολογίζεται από τη σχέση

$U = \dots\dots\dots$

- Το σώμα μπορεί να φτάσει στο έδαφος κινούμενο

κατά μήκος είτε του κεκλιμένου επιπέδου κλίσεως θ ,

είτε μέσω του επιπέδου κλίσεως ϕ . Να υπολογίσετε το έργο του βάρους σε κάθε περίπτωση.



- 6) Ένα σώμα πέρνει κατακόρυφα και περνά από δυο θέσεις Α και Γ, που βρίσκονται σε ύψη $h_1 = 10m$ και $h_2 = 6,8m$. Η ταχύτητα στη θέση Α είναι $v_1 = 6m/s$. Αν δεν υπάρχει αντίσταση του αέρα και $g = 10m/s^2$:

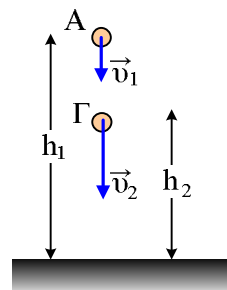
- Πάρτε το ΘΜΚΕ μεταξύ των θέσεων Α και Γ για να βρείτε την ταχύτητα στο σημείο Γ.

- Τι μορφής ενέργεια έχει το σώμα στη θέση Α;

- Για τις θέσεις Α και Γ να υπολογίσετε τα αθροίσματα:

$E_1 = U_1 + K_1 = \dots\dots\dots$

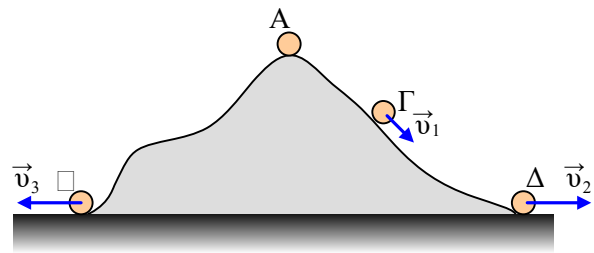
$E_2 = U_2 + K_2 = \dots\dots\dots$



Όταν ένα σώμα κινείται και οι μόνες δυνάμεις που παράγουν έργο είναι διατηρητικές, τότε η

Μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή. (Α.Δ.Μ.Ε.)

- 7) Μια μικρή σφαίρα κατέρχεται κατά μήκος μιας πλαγιάς ΑΓΔ χωρίς τριβές, ξεκινώντας από την ηρεμία (θέση Α). Η δυναμική ενέργεια της σφαίρας στη θέση Α είναι 200J (Στο οριζόντιο επίπεδο η δυναμική ενέργεια είναι μηδενική).



- i) Να συμπληρωθούν τα παρακάτω κενά:

Καθώς η σφαίρα κατέρχεται η δυναμική ενέργεια ενώ η κινητική ενέργεια

Αν η δυναμική ενέργεια στη θέση Γ είναι 120J, τότε το έργο του βάρους στη διαδρομή ΑΓ είναι ίσο με ενώ η κινητική ενέργεια στη θέση Γ είναι Το έργο του βάρους από το Γ στο Δ είναι ίσο με ενώ η κινητική ενέργεια στο Δ είναι ίση με

- ii) Αν η σφαίρα έφτανε στο έδαφος από την αριστερή πλευρά φτάνοντας στο σημείο Ε, τότε:

- α) Το έργο του βάρους θα ήταν:

A) 180J, B) 200J Γ) 220J.

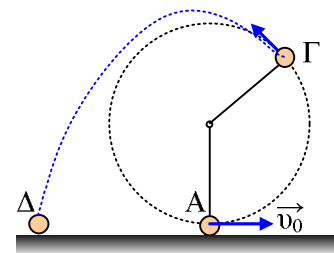
- β) Για το μέτρο της ταχύτητας στο σημείο Ε v_3 ισχύει:

α) $v_3 < v_2$ β) $v_3 = v_2$ γ) $v_3 > v_2$

όπου v_2 η ταχύτητα στο σημείο Δ.

- iii) Πόση είναι η Μηχανική ενέργεια στη θέση Γ και πόση στη θέση Ε;

- 8) Αναφερόμενοι στο σχήμα της ερώτησης 3), όταν το σώμα φτάνει στη θέση Γ, το νήμα κόβεται. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν φτάσει στο οριζόντιο επίπεδο που περνά από την αρχική θέση Α. στη θέση Δ.



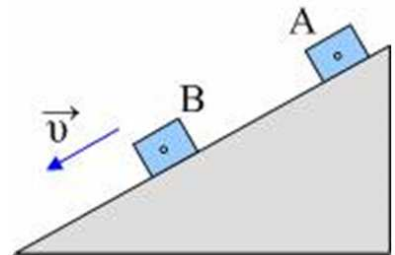
Σημείωση: Στην πραγματικότητα η Μηχανική ενέργεια αναφέρεται σε ένα σύστημα σωμάτων. Στα παραπάνω παραδείγματα το σύστημα είναι η σφαίρα και η Γη.

Μέχρι και το 2010

66) Τριβή και Νόμοι του Νεύτωνα

Τα σώματα Α και Β με ίσα βάρη $B_1=B_2=200\text{N}$ βρίσκονται στο ίδιο κεκλιμένο επίπεδο. Το Α ηρεμεί ενώ το Β κατεβαίνει κατά μήκος του επιπέδου με σταθερή ταχύτητα.

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ως σωστές ή ως λανθασμένες και οι λανθασμένες προτάσεις να διατυπωθούν ξανά, ώστε να εκφράζουν σωστό περιεχόμενο.

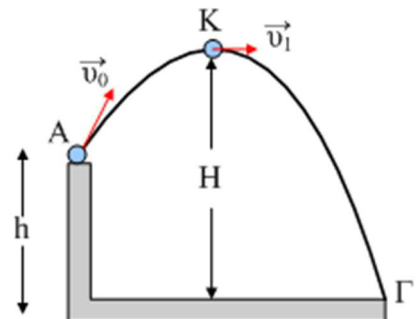


- i) Το επίπεδο δέχεται από τα σώματα τα βάρη τους. Οπότε και από τα δύο σώματα δέχεται ίσες δυνάμεις 200N.
- ii) Το σώμα Α δέχεται μεγαλύτερη τριβή από το επίπεδο, από την δύναμη που δέχεται το Β, αφού η τριβή στο Α είναι στατική, ενώ στο Β τριβή ολίσθησης.

67) Έργο βάρους και Μηχανική Ενέργεια

Μια μπάλα μάζας $m=0,4\text{kg}$ εκτοξεύεται πλάγια με αρχική ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$, από το σημείο Α σε ύψος από το έδαφος $h=15\text{m}$, όπως στο σχήμα.

Μετά από λίγο φτάνει με ταχύτητα $v_1=6\text{m/s}$ στο σημείο Κ της τροχιάς του.

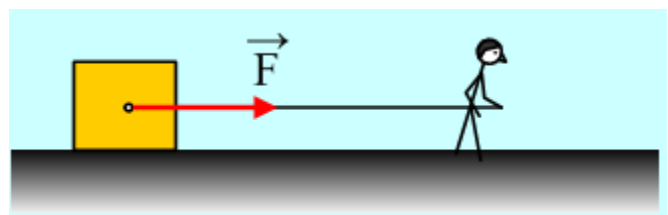


- i) Πόσο απέχει από το έδαφος το σημείο Κ.
- ii) Πόσο είναι το έργο του βάρους στη διαδρομή ΑΚ;
- iii) Με ποια ταχύτητα φτάνει η μπάλα στο έδαφος;
- iv) Αν από το σημείο Α εκτοξευόταν η μπάλα κατακόρυφα προς τα πάνω με την ίδια αρχική ταχύτητα, με ποια ταχύτητα θα έφτανε στο έδαφος;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$ ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

68) Κίνηση με τριβή και γραφικές παραστάσεις.

Ένα κιβώτιο μάζας 40kg σύρεται από έναν άνθρωπο σε οριζόντιο έδαφος, με την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμης F . Σε μια στιγμή που θεωρούμε $t=0$, περνά από ένα σημείο Α, ενώ το μέτρο της δύναμης είναι $F_1=100\text{N}$ και η



ταχύτητα παραμένει σταθερή, με τιμή $v_1=3\text{m/s}$ μέχρι τη στιγμή $t_1=5\text{s}$. Τη στιγμή αυτή το μέτρο της δύναμης μειώνεται στην τιμή $F_2=40\text{N}$.

- i) Να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και εδάφους.
 - ii) Ποια χρονική στιγμή θα σταματήσει η κίνηση του κιβωτίου;
 - iii) Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις, σε συνάρτηση με το χρόνο και μέχρι τη χρονική στιγμή $t_3=10\text{s}$:
 - α) της ταχύτητας του κιβωτίου.
 - β) της απόστασής του από το σημείο Α.
 - γ) της τριβής που ασκείται στο κιβώτιο.
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

69) Έργο μεταβλητής δύναμης και ΘΜΚΕ.

Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας μεταβλητής δύναμης της μορφής $F=20-2x$ (μονάδες στο S.I.) όπου x η μετατόπιση από την αρχική θέση.

- α) Ποια η μέγιστη ταχύτητα που αποκτά το σώμα;
- β) Βρείτε την ταχύτητα του σώματος μετά από μετατόπιση κατά $x_1=20\text{m}$;

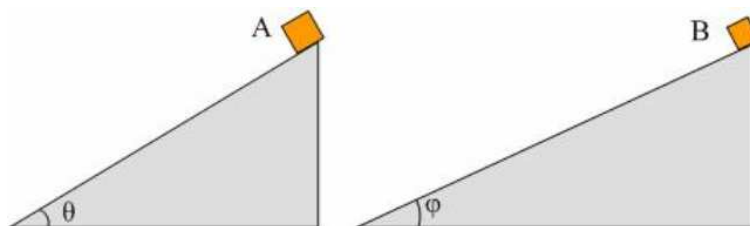
70) Μεταβλητή δύναμη. Κίνηση και ισχύς.

Ένα σώμα μάζας 5kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή οριακής στατικής τριβής $\mu_s=0,24$ και συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,2$. Για $t=0$ ασκείται πάνω του μια οριζόντια μεταβλητή δύναμη της μορφής $F=2t$ (μονάδες στο S.I.).

- vii) Ποια χρονική στιγμή θα αρχίσει το σώμα την κίνησή του;
- viii) Βρείτε την επιτάχυνση του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1=7\text{s}$.
- ix) Να κάνετε το διάγραμμα της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2=10\text{s}$. Πόση είναι η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή t_2 ;
- x) Να βρεθεί η ισχύς της δύναμης τη στιγμή t_2 .

71) Μηχανική ενέργεια και τριβή. Ερώτηση.

Δύο σώματα Α και Β με ίσες μάζες αφήνονται να κινηθούν κατά μήκος δύο κεκλιμένων επιπέδων, όπως στο σχήμα, όπου η γωνία κλίσεως θ είναι μεγαλύτερη από την φ , από το ίδιο ύψος h από το οριζόντιο επίπεδο. Το Α εμφανίζει τριβή με το επίπεδο, ενώ το Β όχι.

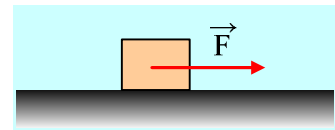


- 1) Το έργο του βάρους είναι μεγαλύτερο:

- i) Για το A
 - ii) Για το B
 - iii) τα δύο έργα είναι ίσα
- 2) Με μεγαλύτερη ταχύτητα στη βάση του επιπέδου θα φτάσει:
- i) το A
 - ii) το B
 - iii) θα φτάσουν με την ίδια ταχύτητα.

72) Έργο μεταβλητής δύναμης.

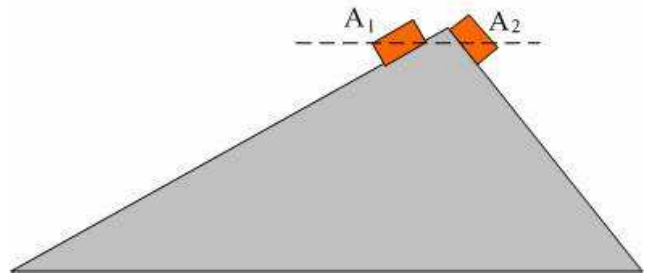
Ένα σώμα ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας μεταβλητής δύναμης της μορφής $F=6-0,4x$ (μονάδες στο S.I.) όπου x η μετατόπιση του σώματος. Αν κατά τη διάρκεια της κίνησης ασκείται στο σώμα τριβή μέτρου $T=4\text{N}$, ζητούνται:



- i) Η μέγιστη κινητική ενέργεια του σώματος.
- ii) Η κινητική ενέργεια του σώματος μετά από μετατόπιση κατά 10m.

73) Πιο σύντομα, πιο γρήγορα.

Δυο αντικείμενα ίσων μαζών, το A_1 και το A_2 αφήνονται ταυτόχρονα από το ίδιο ύψος να ολισθήσουν σε δυο διαφορετικά κεκλιμένα επίπεδα με γωνίες κλίσης 30° και 45° αντίστοιχα. Αν η τριβή θεωρηθεί αμελητέα, ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;



- i) Η κινητική ενέργεια που έχει το σώμα A_1 όταν φτάνει στο έδαφος είναι ίση με την κινητική ενέργεια που έχει το σώμα A_2 όταν φτάνει στο έδαφος.
- ii) Το A_2 φτάνει στο έδαφος πριν από το A_1 .
- iii) Την ίδια χρονική στιγμή τα δυο αντικείμενα έχουν πάντα την ίδια δυναμική ενέργεια ως προς το έδαφος.
- iv) Η ταχύτητα με την οποία το A_1 φτάνει στο έδαφος είναι ίση κατά μέτρο με την ταχύτητα με την οποία το A_2 φτάνει στο έδαφος.

74) Η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στην ελεύθερη πτώση.

(με τη βοήθεια χρονοφωτογράφισης)

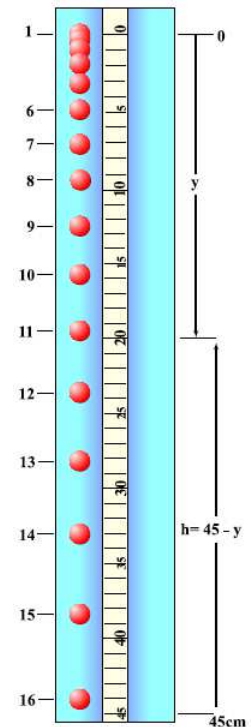
Αφήνουμε μια μικρή σφαίρα, μάζας $0,2\text{kg}$, να πέσει ελεύθερα, δίπλα σε ένα χάρακα, βαθμολογημένο σε cm και τραβήξαμε μια πολλαπλή φωτογραφία (η μια θέση διαφέρει από την άλλη κατά $0,02\text{s}$).

Επειδή οι πέντε αρχικές θέσεις μάλλον αλληλεπικαλύπτονται, θα μελετήσουμε την κίνηση μετά την 6^η θέση.

Έστω ότι ο χάρακας στηρίζεται στο έδαφος και ας πάρουμε ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, το οριζόντιο επίπεδο που περνά από την ένδειξη 45cm, του χάρακα και η οποία είναι η θέση της σφαίρας τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.

- i) Με βάση την διπλανή εικόνα να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας, όπου y η θέση της σφαίρας με βάση την ένδειξη που βλέπετε, t η χρονική στιγμή, Δy η μετατόπιση μεταξύ δύο διαδοχικών θέσεων και v_{μ} η μέση ταχύτητα στα διάφορα χρονικά διαστήματα.

Αρ. θέσης	$t(s)$	$y(cm)$	$\Delta y(cm)$	$v_{\mu}(cm/s)$
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				



- 1) Πρώτη εκδοχή με γνωστό g .
- ii) Θεωρώντας ότι η τιμή της μέσης ταχύτητας, που παραπάνω υπολογίσατε, είναι ίση με τη στιγμιαία ταχύτητα στην αρχή του αντίστοιχου χρονικού διαστήματος, (πράγμα όχι απόλυτα σωστό, αφού στην πραγματικότητα προσεγγίζει καλύτερα τη στιγμιαία ταχύτητα στο μέσον του χρονικού διαστήματος), να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα, όπου h το ύψος της μπάλας από το επίπεδο που πήραμε ως ΕΜΔΕ, K η κινητική, U η δυναμική και E η μηχανική ενέργεια της μπάλας. Δίνεται ότι $g=10m/s^2$.

Αρ. θέσης	$y(cm)$	$h(cm)$	$v(m/s)$	$v^2(m^2/s^2)$	$K(J)$	$U(J)$	$E_{\mu}(J)$
6							
7							
8							
9							

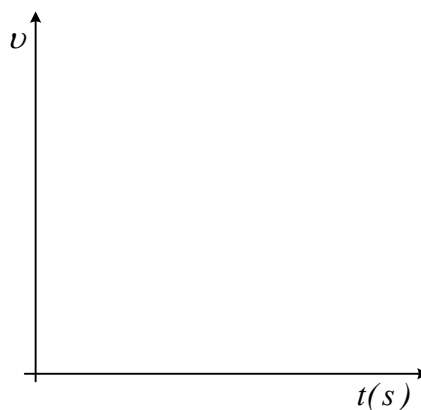
10							
11							
12							
13							
14							
15							

iii) Να υπολογίσετε την μηχανική ενέργεια της σφαίρας τη στιγμή που αφήνεται να κινηθεί, καθώς και τη μέση τιμή της μηχανικής ενέργειας για τις παραπάνω θέσεις.

2) Δεύτερη εκδοχή. Υπολογισμός και του g .

i) Ας επιστρέψουμε στα αρχικά δεδομένα και ας περιοριστούμε στις θέσεις μετά την $10^{\text{η}}$. Θεωρώντας ότι η μέση ταχύτητα που υπολογίσαμε είναι ίση με τη στιγμιαία ταχύτητα στο μέσον του αντίστοιχου χρονικού διαστήματος, π.χ. η μέση ταχύτητα στο χρονικό διάστημα $0,22\text{s}-0,24\text{s}$ είναι ίση με τη στιγμιαία ταχύτητα τη χρονική στιγμή $0,23\text{s}$, να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας και να γίνει η γραφική παράσταση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο.

t(s)	v(m/s)



ii) Με βάση το διάγραμμα $v-t$ που σχεδιάσατε:

α) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας

β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

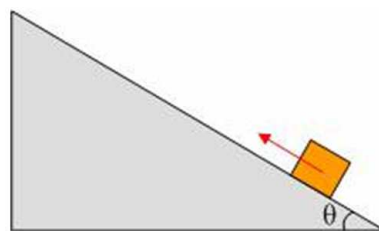
Αρ. θέσης	t(s)	y(cm)	v(m/s)	$v^2(\text{m}^2/\text{s}^2)$	K(J)	h(cm)	U(J)	$E_{\mu}(\text{J})$
10								
11								
12								

13								
14								
15								
16								

Να υπολογίσετε την μηχανική ενέργεια της σφαίρας τη στιγμή που αφήνεται να κινηθεί, καθώς και τη μέση τιμή της μηχανικής ενέργειας για τις παραπάνω θέσεις του πίνακα.

75) Συντηρητικές και μη δυνάμεις.

Ένα σώμα μάζας 2kg εκτοξεύεται από την βάση ενός κεκλιμένου επιπέδου κλίσεως $\theta=30^\circ$ με αρχική κινητική ενέργεια $K=36\text{J}$. Το σώμα δέχεται τριβή από το επίπεδο ίση με $T=2\text{N}$.



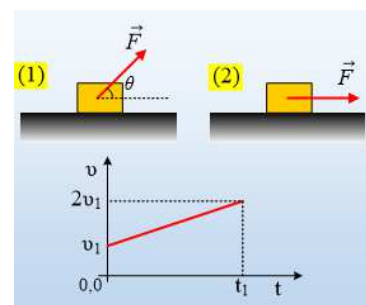
- Ποια η αρχική ταχύτητα εκτόξευσης;
- Πόσο διάστημα διανύει το σώμα μέχρι να σταματήσει στιγμιαία;
- Να υπολογίστε την κινητική ενέργεια με την οποία το σώμα επιστρέφει στη βάση του επιπέδου.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$ και $\eta\mu\theta= \frac{1}{2}$

Ασκήσεις Επανάληψης

1) Αν η δύναμη αλλάξει διεύθυνση

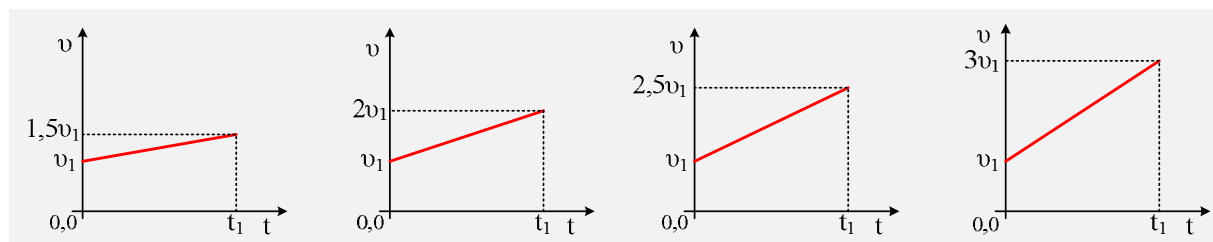
Ένα σώμα σύρεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση μιας δύναμης F , η διεύθυνση της οποίας σχηματίζει γωνία $\theta=60^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση (σχήμα 1), με αποτέλεσμα η ταχύτητα του σώματος, να μεταβάλλεται όπως στο κάτω διάγραμμα. Σε μια δεύτερη επανάληψη του πειράματος, η ασκούμενη δύναμη γίνεται οριζόντια με το ίδιο μέτρο F , όπως στο (2) σχήμα.



- i) Αν το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος στο (1^ο) πείραμα είναι a_1 και η αντίστοιχη επιτάχυνση στο (2^ο) πείραμα a_2 , ισχύει:

α) $a_2=a_1$, β) $a_2=1,5a_1$, γ) $a_2=1,86 a_1$, δ) $a_2=2a_1$.

- ii) Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα μπορεί να παριστά την ταχύτητα του σώματος στο 2^ο πείραμα;



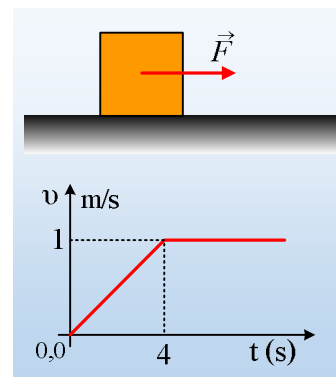
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Δίνεται $\eta\mu\theta=0,86$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,5$.

2) Τραβώντας ένα βαρύ κιβώτιο.

Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα μεγάλο κιβώτιο μάζας $M=20\text{kg}$. Σε μια στιγμή ένα παιδί του ασκεί μέσω νήματος, μια σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ με μέτρο $F_1=45\text{N}$, με αποτέλεσμα να το επιταχύνει μέχρι την στιγμή $t_1=4\text{s}$, όπου μεταβάλλει το μέτρο της ασκούμενης δύναμης, με αποτέλεσμα το σώμα να κινείται πλέον με σταθερή ταχύτητα $v_1=1\text{m/s}$. Στο σχήμα φαίνεται το πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα του κιβωτίου σε συνάρτηση με το χρόνο.

- i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του κιβωτίου από 0-t₁ και η αντίστοιχη μετατόπισή του, στο ίδιο χρονικό διάστημα.
- ii) Το μέτρο της ασκούμενης τριβής, καθώς και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του επιπέδου.
- iii) Πόσο είναι το έργο της ασκούμενης δύναμης $\vec{F}$ από 0-10s και πόσο το αντίστοιχο έργο της τριβής;
- iv) Κάποια στιγμή t' μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}$ μεταφέρεται ενέργεια στο κιβώτιο με ρυθμό 22,5J/s.

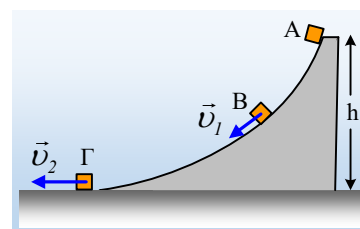


- α) Η παραπάνω στιγμή t' είναι κατά την διάρκεια της επιταχυνόμενης κίνησης του κιβωτίου ή στη διάρκεια της κίνησης με σταθερή ταχύτητα;
- β) Μπορείτε χωρίς να εμπλέξετε στη λύση το χρόνο, να βρείτε τη μετατόπιση του κιβωτίου την παραπάνω χρονική στιγμή t';

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

3) Όταν η τροχιά δεν έχει σταθερή κλίση

Ένα μικρό σώμα μάζας 0,4kg αφήνεται να κινηθεί σε κατακόρυφο επίπεδο, από τη θέση Α, που βρίσκεται σε ύψος $h=1,8\text{m}$ πάνω από το οριζόντιο επίπεδο, κατά μήκος μιας καμπύλης τροχιάς, όπως του σχήματος και φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο (θέση Γ) με ταχύτητα $v_2=6\text{m/s}$.



- i) Να εξεταστεί αν εμφανίζονται τριβές κατά την παραπάνω κίνηση του σώματος.
- ii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ταχύτητας (μέτρο και κατεύθυνση) του σώματος, μεταξύ των θέσεων Α και Γ.
- iii) Στη διάρκεια της παραπάνω κίνησης, κάποια στιγμή το σώμα πέρασε από μια θέση Β, η οποία βρίσκεται σε ύψος $h_1=1\text{m}$, με ταχύτητα v_1 η οποία σχημάτιζε με την οριζόντια διεύθυνση γωνία $\theta=30^\circ$. Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:
 - α) το μέτρο της ταχύτητας v_1 .
 - β) Η επιτάχυνση του σώματος.
 - γ) Η ισχύς του βάρους.
 - δ) Οι ρυθμοί μεταβολής της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας του σώματος.

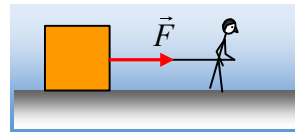
Δίνονται $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ και $g=10\text{m/s}^2$.

4) Μειώνοντας την ασκούμενη δύναμη

Ένα κιβώτιο μάζας 50kg, σύρεται με σταθερή ταχύτητα $v_0=2\text{m/s}$ σε οριζόντιο επίπεδο, με την επίδραση μιας

σταθερής οριζόντιας δύναμης μέτρου $F=100\text{N}$, την οποία ασκεί ένας άνθρωπος μέσω νήματος, όπως στο σχήμα.

Σε μια στιγμή την οποία θεωρούμε $t_0=0$, ο άνθρωπος μειώνει το μέτρο της ασκούμενης δύναμης στην σταθερή τιμή F_1 , με αποτέλεσμα το σώμα να σταματά να κινείται τη στιγμή $t_1=4\text{s}$.

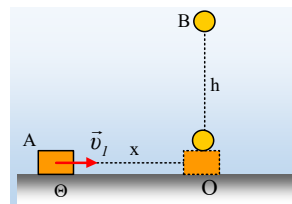


- i) Να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και εδάφους.
- ii) Να βρεθεί η επιτάχυνση του σώματος στη διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης, καθώς και το μέτρο της δύναμης F_1 .
- iii) Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε από τον άνθρωπο στο κιβώτιο στο χρονικό διάστημα από t_0 έως τη στιγμή $t_2=6\text{s}$, με δεδομένο ότι ο άνθρωπος συνέχισε να ασκεί στο κιβώτιο την δύναμη F_1 και μετά τη στιγμή ακινητοποίησης του κιβωτίου;
- iv) Να κάνετε τη γραφική παράσταση του μέτρου της τριβής που ασκείται στο κιβώτιο, σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή $t_2=6\text{s}$. Στο διάγραμμα να φαίνεται και η τιμή της τριβής και πριν τη στιγμή $t=0$, όπου η ασκούμενη δύναμη είχε μέτρο $F=100\text{N}$.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

5) Μια συνάντηση και οι ενέργειες

Ένα σώμα Α μάζας m κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα v_1 , ενώ ένα δεύτερο σώμα Β, της ίδιας μάζας m , συγκρατείται σε ύψος h , πάνω από το οριζόντιο επίπεδο. Τη στιγμή που το Α σώμα περνά από τη θέση Θ, όπου $(\Theta\text{O})=x=h$ αφήνουμε το σώμα Β να πέσει, με αποτέλεσμα τα σώματα να συγκρούονται στο σημείο Ο, όπως στο σχήμα.



- i) Η ταχύτητα v_1 του Α σώματος συνδέεται με το ύψος h του Β σώματος, με τη σχέση:

$$\alpha) v_1^2=2gh, \quad \beta) v_1^2=gh, \quad \gamma) 2v_1^2=gh.$$

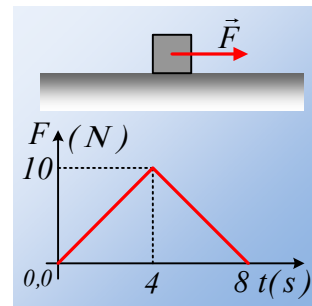
- ii) Ο λόγος K_1/K_2 των κινητικών ενεργειών των δύο σωμάτων, ελάχιστα πριν την σύγκρουσή τους, είναι ίσος:

$$\alpha) K_1/K_2=1/4, \quad \beta) K_1/K_2=1/2, \quad \gamma) K_1/K_2=2, \quad \delta) K_1/K_2=4.$$

6) Η κίνηση και η μέγιστη ταχύτητα σώματος

Ένα σώμα ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει τριβές με μέτρο $T_{op}=T_{ok}=5\text{N}$. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση οριζόντιας μεταβλητής δύναμης $\vec{F}$, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως στο διάγραμμα.

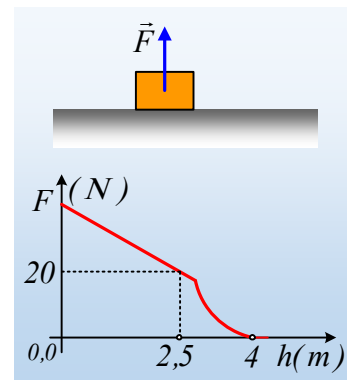
Να χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δικαιολογώντας πλήρως τις θέσεις σας.



- i) Μόλις ασκηθεί στο σώμα η δύναμη $\vec{F}$, αυτό θα κινηθεί προς δεξιά.
- ii) Το σώμα, στο χρονικό διάστημα 0-8s, έχει μέγιστη επιτάχυνση προς τα δεξιά, τη στιγμή $t_1=4s$.
- iii) Τη χρονική στιγμή $t_1=4s$, το σώμα αποκτά τη μέγιστη ταχύτητά του.
- iv) Το σώμα σταματά να κινείται τη χρονική στιγμή $t_2=6s$.

7) Μια άσκηση «εντός» ύλης

Ένα σώμα ηρεμεί στο έδαφος (θέση Α), όπου η δυναμική του ενέργεια είναι μηδενική. Σε μια στιγμή δέχεται μια κατακόρυφη δύναμη, με φορά προς τα πάνω το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διπλανό διάγραμμα. Το σώμα κινείται προς τα πάνω και αποκτά μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα $v_1=5m/s$ στη θέση Γ, σε ύψος $h_1=2,5m$.

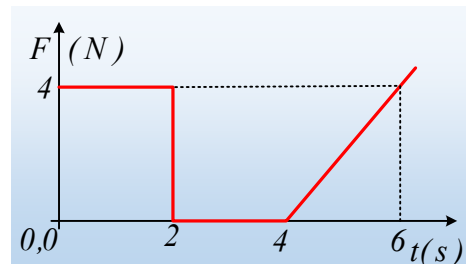


- i) Η κίνηση του σώματος μέχρι τη θέση Γ είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη ή όχι και γιατί;
- ii) Να υπολογιστεί η μάζα του σώματος.
- iii) Να βρεθεί η δυναμική και η κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση Γ.
- iv) Πόσο είναι το έργο της δύναμης F, από το έδαφος μέχρι τη θέση Γ;
- v) Η δύναμη F μηδενίζεται στη θέση Δ, σε ύψος $h_Δ=4m$, έχοντας στη θέση αυτή ταχύτητα προς τα πάνω μέτρου $v_2=2m/s$. Να βρεθούν:
 - α) Η επιτάχυνση του σώματος στη θέση Δ.
 - β) Το συνολικό έργο της δύναμης F.
 - γ) Το μέγιστο ύψος από το έδαφος στο οποίο θα φτάσει το σώμα.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

8) Η δύναμη μεταβάλλεται χρονικά.

Ένα σώμα μάζας $2kg$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ($t_0=0$) δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης σταθερής κατεύθυνσης, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως στο διπλανό διάγραμμα.

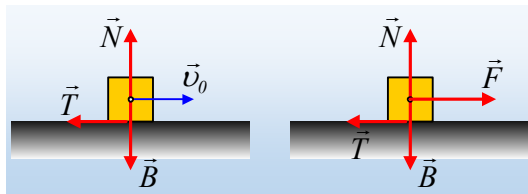


- i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος στο χρονικό διάστημα από 0-2s.
- ii) Να βρεθεί το έργο της δύναμης στο παραπάνω χρονικό διάστημα.
- iii) Πόσο απέχει το σώμα από την αρχική του θέση τη χρονική στιγμή $t_2=4s$;
- iv) Αφού παραστήσετε γραφικά την επιτάχυνση του σώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο, στο χρονικό διάστημα 0-6s, να βρεθούν:

α) Η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_3=6s$.

β) Το έργο της δύναμης στο χρονικό διάστημα 0-6s.

9) Οι μετατοπίσεις σε δύο κινήσεις.

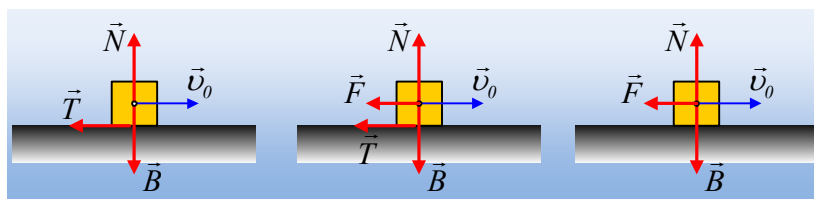


Ένα σώμα εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα v_0 σε οριζόντιο επίπεδο και λόγω τριβής, σταματά αφού διανύσει απόσταση 2m. Στο ακίνητο πια σώμα, ασκούμε μια οριζόντια σταθερή δύναμη F , μέτρου $F=1,25T$, όπου T η τριβή ολίσθησης που ασκείται στο σώμα. Η απόσταση που πρέπει να διανύσει το σώμα, ώστε να αποκτήσει ξανά ταχύτητα v_0 είναι:

i) $x_2=4m$, ii) $x_2=6m$, iii) $x_2=8m$.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

10) Οι χρόνοι κίνησης κατά την επιβράδυνση.



Ένα σώμα εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα v_0 σε οριζόντιο επίπεδο και λόγω τριβής, σταματά σε χρόνο 4s.

Το ίδιο σώμα εκτοξεύεται με τον ίδιο τρόπο, αλλά τώρα ασκείται πάνω του και μια σταθερή δύναμη F , αντίθετης κατεύθυνσης από την ταχύτητα, οπότε τώρα το σώμα σταματά σε χρονικό διάστημα 2,4s.

Αν εκτοξεύαμε ξανά το σώμα με αρχική ταχύτητα v_0 σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ ασκούσαμε ξανά την ίδια δύναμη F , η ταχύτητα του σώματος θα μηδενιζόταν σε χρονικό διάστημα:

i) $t_3=1,6s$, ii) $t_3=6s$, iii) $t_3=6,4s$.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.