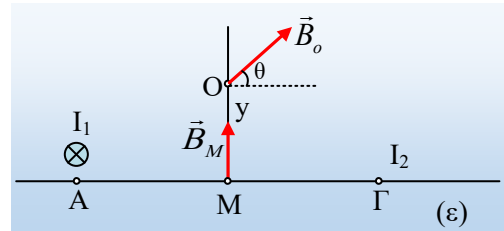


Δύο αγωγοί και το μαγνητικό τους πεδίο

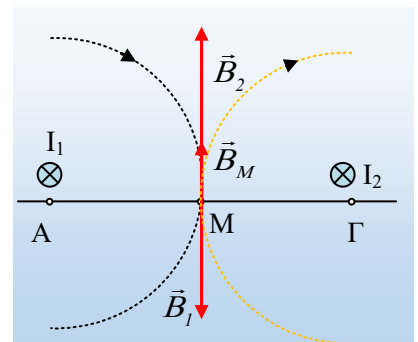
Δύο ευθύγραμμοι παράλληλοι αγωγοί απείρου μήκους, κάθετοι στο επίπεδο της σελίδας, διέρχονται από τα σημεία Α και Γ, μιας ευθείας (ε) και διαρρέονται από ρεύματα με εντάσεις I_1 και I_2 . Στο σχήμα βλέπετε την φορά της έντασης του πρώτου αγωγού στο Α (με φορά προς τα μέσα) και την ένταση του συνολικού μαγνητικού πεδίου των δύο αγωγών, στο μέσον Μ του τμήματος ΑΓ. Αν $I_1=4\text{ A}$, $(ΑΓ)=10\text{cm}$, ενώ $k_\mu=10^{-7}\text{N/A}^2$:



- i) Ποια η φορά της έντασης I_2 του ρεύματος που διαρρέει τον δεύτερο αγωγό;
- ii) Αν $B_M=0,8 \cdot 10^{-5}\text{T}$, να υπολογιστεί η ένταση I_2 του ρεύματος που διαρρέει τον δεύτερο αγωγό.
- iii) Ποια είναι η μικρότερη τιμή του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου και σε ποιο ή ποια σημεία του επιπέδου της σελίδας επιτυγχάνεται;
- iv) Σε ποιες περιοχές της ευθείας (ε) η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει κατεύθυνση αντίθετη, της έντασης στο σημείο Μ;
- v) Αν στο σημείο Ο της μεσοκαθέτου του τμήματος ΑΓ η ένταση του μαγνητικού πεδίου σχηματίζει γωνία $\theta=45^\circ$ με την ΑΓ, να υπολογιστεί η απόσταση $(ΟΜ)=y$.

Απάντηση:

- i) Ο πρώτος αγωγός, δημιουργεί στο σημείο Μ, μαγνητικό πεδίο έντασης B_1 , με φορά όπως στο σχήμα, αντίθετης φοράς από την ένταση του συνολικού πεδίου στο Μ. Αλλά τότε στο ίδιο σημείο θα πρέπει ο δεύτερος αγωγός να δημιουργήσει μαγνητικό πεδίο με ένταση, ίδιας κατεύθυνσης με την B_M , μέτρου B_2 , όπως στο διπλανό σχήμα. Με βάση τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία (δεξιού χεριού), για να σχηματίζονται δυναμικές γραμμές, όπως στο σχήμα, ο αγωγός στο Γ διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_2 , με φορά προς τα μέσα, ίδιας φοράς με την ένταση I_1 .
- ii) Η ένταση B_1 που δημιουργεί ο πρώτος αγωγός στο σημείο Μ έχει μέτρο:



$$B_1 = k_\mu \frac{2I_1}{r} = 10^{-7} \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 10^{-2}} \text{T} = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{T}$$

Ο δεύτερος αγωγός δημιουργεί στο Μ μαγνητικό πεδίο έντασης B_2 , όπου:

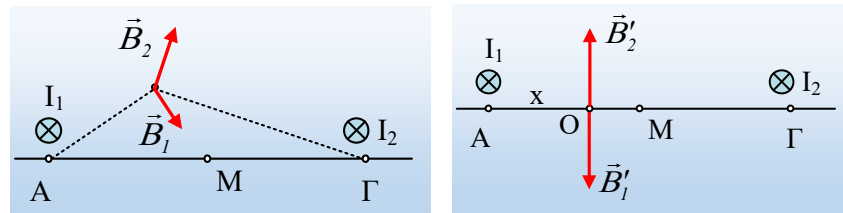
$$B_M = B_2 - B_1 \rightarrow B_2 = B_M + B_1 = 0,8 \cdot 10^{-5} \text{T} + 1,6 \cdot 10^{-5} \text{T} = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{T}.$$

Αλλά τότε:

$$B_2 = k_\mu \frac{2I_2}{r} \rightarrow I_2 = \frac{B_2 r}{2k_\mu} = \frac{2,4 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-7}} \text{A} = 6 \text{A}$$

- iii) Η μικρότερη τιμή του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου θα είναι μηδενική, όταν οι δύο εντάσεις (από τους δύο αγωγούς), γίνουν αντίθετες. Αυτό όμως δεν μπορεί να συμβεί σε κάποιο σημείο εκτός της

ευθείας (ε), αφού τότε οι δύο εντάσεις, ποτέ δεν γίνονται αντίθετες, όπως φαίνεται και στο πρώτο σχήμα.

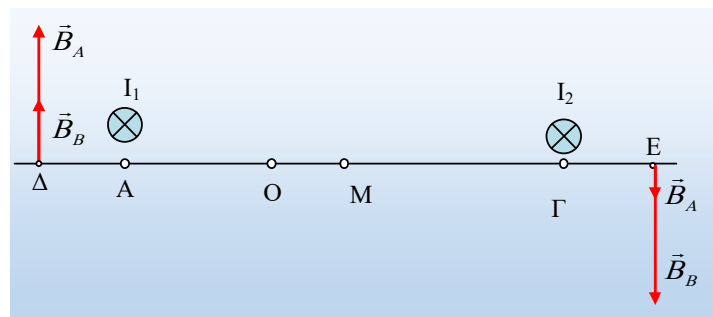


Οπότε ψάχνουμε για σημεία πάνω στην ευθεία (ε).

Με βάση το i) ερώτημα για σημεία μεταξύ των Α και Γ οι δύο εντάσεις έχουν αντίθετες κατευθύνσεις, κάθετες στην (ε). Αλλά τότε για να πάρουμε $B=0$, θα πρέπει να μειωθεί το μέτρο της B_2 και να αυξηθεί το μέτρο της έντασης B_1 . Έστω ότι αυτό θα συμβεί σε ένα σημείο Ο, το οποίο απέχει κατά x από το Α. Τότε:

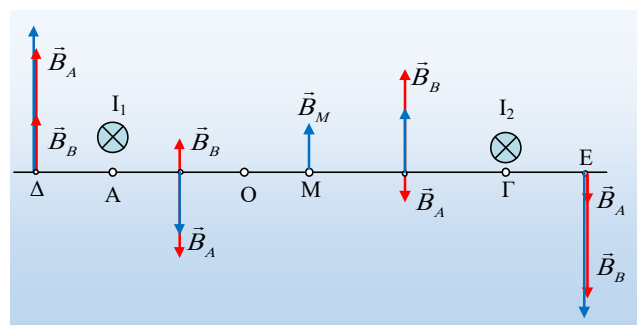
$$\begin{aligned}\vec{B}_O = 0 &\rightarrow \vec{B}_1' + \vec{B}_2' = 0 \xrightarrow{\text{μέτρα}} B_1' = B_2' \rightarrow \\ k_\mu \frac{2I_1}{x} &= k_\mu \frac{2I_2}{(AG) - x} \rightarrow \\ \frac{4}{x} &= \frac{6}{0,1 - x} \rightarrow 0,4 - 4x = 6x \rightarrow x = 4\text{cm}\end{aligned}$$

Μήπως υπάρχουν και άλλα σημεία εκτός του ευθυγράμμου τμήματος ΑΓ; Αν σχεδιάσουμε τις επιμέρους εντάσεις για τα σημεία Δ και Ε, θα πάρουμε το παρακάτω σχήμα, όπου έχουν σχεδιαστεί οι συνιστώσες του μαγνητικού πεδίου οι οφειλόμενες στους δύο αγωγούς.



Παρατηρούμε ότι και στις δυο περιπτώσεις η συνολική ένταση προκύπτει με πρόσθεση των δύο συνιστωσών, άρα δεν μπορούμε να έχουμε μηδενική ένταση. Ας σημειωθεί ότι αν τα σημεία Δ και Ε μεταφερθούν στο άπειρο... τότε ναι, η ένταση θα μηδενιστεί!

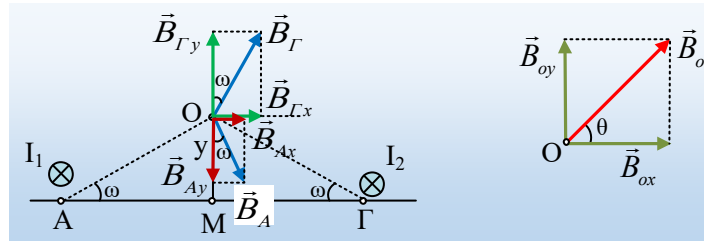
- iv) Στο παρακάτω σχήμα έχουν σημειωθεί οι επιμέρους εντάσεις καθώς και η συνολική ένταση (με γαλάζιο διάνυσμα) για τις διάφορες περιοχές της ευθείας (ε).



Με βάση το σχήμα, η ένταση του πεδίου, είναι κάθετη στην ευθεία (ε) με αντίθετη φορά από την ένταση του πεδίου στο σημείο Μ, στα σημεία μεταξύ Α και Ο, καθώς και στα σημεία δεξιά του σημείου Γ.

Να σημειωθεί ότι δεν αναφερόμαστε στα σημεία Α και Ε όπου περνούν οι δύο αγωγοί, αφού δεν ορίζεται η ένταση μαγνητικού πεδίου για $r \rightarrow 0$.

- ν) Στο παρακάτω σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι εντάσεις του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Ο, που οφείλονται στους δύο αγωγούς, οι οποίες έχουν αναλυθεί σε δύο συνιστώσες. Με βάση τη Γεωμετρία οι γωνίες που σχηματίζουν οι δύο εντάσεις με την ΜΟ είναι ίσες με την γωνία ω του ισοσκελούς τριγώνου ΟΑΓ, αφού έχουν ανά δύο, κάθετες πλευρές.



Για τα μέτρα τους έχουμε (r η απόσταση $(AO)=(GO)$):

$$B_A = k_\mu \frac{2I_1}{r} \Rightarrow \begin{cases} B_{Ax} = k_\mu \frac{2I_1}{r} \cdot \eta\mu\omega & (1) \\ B_{Ay} = k_\mu \frac{2I_1}{r} \cdot \sigma\upsilon\nu\omega & (2) \end{cases}$$

$$B_\Gamma = k_\mu \frac{2I_2}{r} \Rightarrow \begin{cases} B_{\Gamma x} = k_\mu \frac{2I_2}{r} \cdot \eta\mu\omega & (3) \\ B_{\Gamma y} = k_\mu \frac{2I_2}{r} \cdot \sigma\upsilon\nu\omega & (4) \end{cases}$$

Με βάση αυτά έχουμε:

$$\begin{aligned} B_{ox} &= k_\mu \frac{2I_1}{r} \cdot \eta\mu\omega + k_\mu \frac{2I_2}{r} \cdot \eta\mu\omega = k_\mu \frac{2(I_1 + I_2)}{r} \cdot \eta\mu\omega \\ B_{oy} &= k_\mu \frac{2I_2}{r} \cdot \sigma\upsilon\nu\omega - k_\mu \frac{2I_1}{r} \cdot \sigma\upsilon\nu\omega = k_\mu \frac{2(I_2 - I_1)}{r} \cdot \sigma\upsilon\nu\omega \Rightarrow \\ \varepsilon\varphi\theta &= \frac{B_{oy}}{B_{ox}} = \frac{k_\mu \frac{2(I_2 - I_1)}{r} \cdot \sigma\upsilon\nu\omega}{k_\mu \frac{2(I_1 + I_2)}{r} \cdot \eta\mu\omega} = \frac{I_2 - I_1}{I_1 + I_2} \cdot \frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega} \Rightarrow \rightarrow \\ \varepsilon\varphi\omega &= \frac{I_2 - I_1}{I_1 + I_2} \cdot \frac{1}{\varepsilon\varphi\theta} \rightarrow \\ \frac{y}{(AM)} &= \frac{6A - 4A}{6A + 4A} \cdot \frac{1}{1} \rightarrow y = \frac{1}{5}(AM) = \frac{1}{5}5\text{cm} = 1\text{cm} \end{aligned}$$