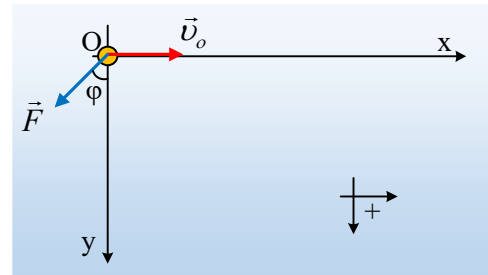


Η αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων και μια οριζόντια κίνηση

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινείται κατά την διεύθυνση του άξονα x, ενός ορθογωνίου συστήματος αξόνων x,y, ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ με ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$. Σε μια στιγμή $t_0=0$, που το σώμα περνά από την αρχή των αξόνων O, δέχεται μια **σταθερή** δύναμη μέτρου $F=4\sqrt{2}\text{N}$, η οποία σχηματίζει γωνία $\varphi=45^\circ$ με τον άξονα y, όπως στο σχήμα (σε κάτωψη).



- i) Θεωρώντας σύνθετη την κίνηση, να γράψετε τις εξισώσεις ταχύτητας και θέσης, για τους άξονες x και y.
- ii) Να αποδείξετε ότι, μέχρι τη στιγμή t_1 όπου η ταχύτητα θα έχει «στραφεί» κατά 90° , σε σχέση με την αρχική της διεύθυνση, για τα μέτρα των δύο συνιστωσών ταχύτητας v_x και v_y , κάθε στιγμή ισχύει:

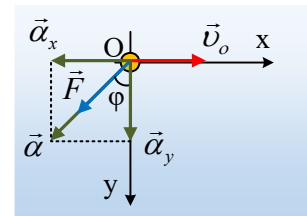
$$v_x + v_y = v_0$$

- iii) Ποια χρονική στιγμή t_1 ;
- iv) Να βρεθεί η θέση A του σώματος τη στιγμή t_1 .
- v) Να υπολογιστεί το έργο της ασκούμενης δύναμης F κατά την κίνηση του σώματος από το O στο A.

Απάντηση:

- i) Το σώμα αποκτά οριζόντια επιτάχυνση στη διεύθυνση της ασκούμενης δύναμης F (βάρος και κάθετη αντίδραση εξουδετερώνονται, στην κατακόρυφη διεύθυνση), σύμφωνα με τον θεμελιώδη νόμο της δυναμικής:

$$\vec{F} = m\vec{a} \xrightarrow{\text{μέτρα}} a = \frac{F}{m} = \frac{4\sqrt{2}}{2} \text{ m/s}^2 = 2\sqrt{2} \text{ m/s}^2.$$



Αναλύοντας την επιτάχυνση αυτή στους άξονες x και y παίρνουμε για τα μέτρα των αντίστοιχων επιταχύνσεων:

$$|a_x| = a \cdot \eta\mu\varphi = 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ m/s}^2 = 2 \text{ m/s}^2 = |a_y|$$

Αλλά τότε, με βάση τον προσανατολισμό των αξόνων, έχουμε για τις αλγεβρικές τιμές των επιταχύνσεων:

$$a_x = -2\text{m/s}^2 \text{ και } a_y = 2\text{m/s}^2.$$

Οπότε και στους δύο άξονες οι κινήσεις θεωρούνται ευθύγραμμες ομαλά μεταβαλλόμενες και οι ζητούμενες εξισώσεις είναι:

Άξονας x	Άξονας y
$v_x = v_0 + a_x t \quad (1)$	$v_y = a_y t \quad (3)$
$x = v_0 t + \frac{1}{2} a_x \cdot t^2 \quad (2)$	$y = \frac{1}{2} a_y \cdot t^2 \quad (4)$

ii) Προσθέτοντας τις εξισώσεις (1) και (2) κατά μέλη παίρνουμε:

$$v_x + v_y = v_o + a_x t + a_y t = v_o + (a_x + a_y)t = v_o.$$

iii) Η αρχική διεύθυνση της ταχύτητας είναι στην διεύθυνση x, οπότε τη στιγμή t_1 , όπου η διεύθυνσή της έχει στραφεί κατά 90° , θα έχει την διεύθυνση του άξονα y, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Αυτό όμως σημαίνει ότι $v_x=0$ και με αντικατάσταση στην (1) παίρνουμε:

$$v_x = v_o + a_x t \rightarrow 0 = 10 + (-2)t_1 \rightarrow t_1 = 5s$$

iv) Με αντικατάσταση $t=5s$ στις εξισώσεις (2) και (4) παίρνουμε:

$$x_1 = v_o t + \frac{1}{2} a_x \cdot t^2 = (10 \cdot 5 + \frac{1}{2} (-2) \cdot 5^2)m = 25m$$

$$y_1 = \frac{1}{2} a_y \cdot t^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 5^2 m = 25m$$

Δηλαδή το σώμα περνά από την θέση A με συντεταγμένες $(x,y)=(25m, 25m)$, τη στιγμή που μηδενίζεται η συνιστώσα της ταχύτητας v_x .

v) Στη θέση A το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου $v_A = v_1 = v_y = 10m/s$ (από την εξίσωση $v_x + v_y = v_o$ ή με αντικατάσταση στην (3)). Αλλά τότε εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από το O στο A, παίρνουμε:

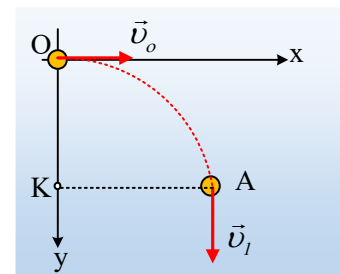
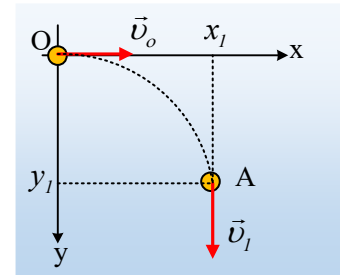
$$K_A - K_O = W_F \rightarrow$$

$$W_F = \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_o^2 = 0$$

Ερώτηση:

Βλέπουμε στις θέσεις O και A το σώμα να έχει σταθερού μέτρου ταχύτητα v_o . Μήπως λοιπόν η κίνηση είναι ομαλή κυκλική με κέντρο το σημείο K, με συντεταγμένες $(x,y)=(0, 25m)$;

Η απάντηση στα σχόλια...



dmargaris@gmail.com