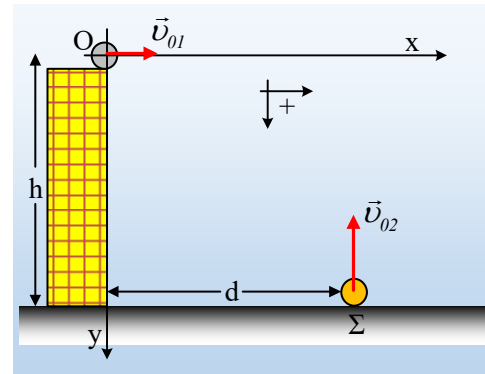


Μια οριζόντια και μια κατακόρυφη βολή

Από την κορυφή ενός κτιρίου ύψους $h=20\text{m}$, κάποια στιγμή $t_0=0$ εκτοξεύεται οριζόντια ένα μικρό σώμα Α με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_{01}=8\text{m/s}$. Ταυτόχρονα από το σημείο Σ του εδάφους, το οποίο απέχει απόσταση $d=16\text{m}$ από την βάση του κτιρίου, εκτοξεύεται κατακόρυφα ένα σώμα Β με αρχική ταχύτητα μέτρου v_{02} . Τα δύο σώματα κινούνται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο (στο επίπεδο της σελίδας). Στο σχήμα δίνεται ένα σύστημα αξόνων x,y και ο προσανατολισμός του, με βάση το οποίο θα γράψουμε τις εξισώσεις κινήσεις και για τα δύο σώματα Α και Β.



- i) Να γράψετε τις εξισώσεις $x(t)$ και $y(t)$ για την θέση του σώματος Α σε συνάρτηση με το χρόνο.
- ii) Να γράψετε τις εξισώσεις $v_2(t)$ και $y_2(t)$ για την κίνηση του Β σώματος.
- iii) Να βρείτε την χρονική στιγμή t_1 που το σώμα Α φτάνει στο έδαφος, καθώς και την οριζόντια απόσταση που θα έχει διανύσει, μέχρι τη στιγμή αυτή.
- iv) Αν τη στιγμή t_1 το σώμα Β έχει μηδενική ταχύτητα, να υπολογιστούν:
 - α) Η αρχική ταχύτητα v_{02} .
 - β) Η επιτάχυνση του σώματος τη στιγμή t_1 .
 - γ) Η απόσταση των δύο σωμάτων, τη στιγμή t_1 .

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Θεωρώντας την κίνηση του Α σώματος σύνθετη, ευθύγραμμη ομαλή στην οριζόντια διεύθυνση και ελεύθερη πτώση στην κατακόρυφη, έχουμε τις εξισώσεις:

Άξονας x	Άξονας y
$v_{x1}=v_{01}$ (1)	$v_{1y}=gt$ (3)
$x_1=v_{01}\cdot t$ (2)	$y_2=\frac{1}{2}gt^2$ (4)

- ii) Το Β σώμα κινείται κατακόρυφα, με κίνηση ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιβραδυνόμενη) με επιτάχυνση g και αρνητική αρχική ταχύτητα, αλγεβρικής τιμής $-v_{02}$, οπότε οι εξισώσεις για την ταχύτητά του και την θέση του θα έχουν την μορφή:

$$v_2=-v_{02}+gt \quad (5) \quad \text{και}$$

$$\Delta y = -v_{02}t + \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow y_2-h = -v_{02}t + \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow$$

$$y_2=h-v_{02}\cdot t + \frac{1}{2}g\cdot t^2 \quad (6)$$

ενώ προφανώς η οριζόντια θέση του παραμένει σταθερή $x_2=d=16\text{m}$.

- iii) Με αντικατάσταση στην (4) $y_2=h=20\text{m}$, βρίσκουμε την χρονική στιγμή που το Α σώμα φτάνει στο έδαφος:

$$y_l = h = \frac{1}{2} g t_l^2 \rightarrow$$

$$t_l = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{10}} s = 2s$$

Με αντικατάσταση της παραπάνω τιμής στην εξίσωση (2) βρίσκουμε την μέγιστη οριζόντια απόσταση που διανύει το Α σώμα, πέφτοντας στο έδαφος:

$$x_{l,max} = v_{0l} \cdot t_l = 8 \cdot 2m = 16m$$

Η παραπάνω τιμή, μας λέει ότι το Α σώμα φτάνει στο σημείο Σ, από το οποίο εκτοξεύθηκε προς τα πάνω το Β σώμα, αφού $x_{l,max}=d=16m$.

iv) α) Με αντικατάσταση στην (5) $v_2=0$ και $t=t_l=2s$ βρίσκουμε:

$$v_2 = -v_{02} + g t \rightarrow$$

$$0 = -v_{02} + 10 \cdot 2 \rightarrow v_{02} = 20m/s$$

Όπου $v_{02}=20m/s$ το **μέτρο** της αρχικής του ταχύτητας.

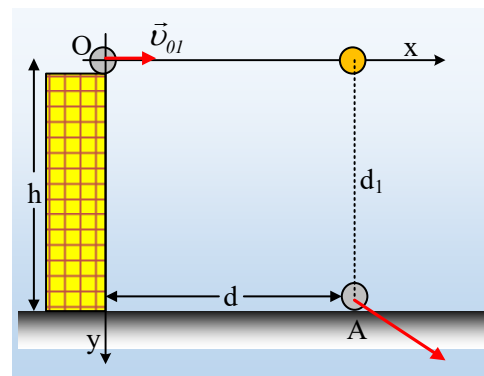
β) Η επιτάχυνση του σώματος Β είναι σταθερή, είτε ανεβαίνει, είτε κατεβαίνει, είτε είναι στο μέγιστο ύψος του και ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

γ) Τη στιγμή t_l που το Α σώμα φτάνει στο έδαφος, το Β βρίσκεται στο μέγιστο ύψος της τροχιάς του, απέχοντας από το Α, απόσταση d_1 όσο είναι το μέτρο της μετατόπισής του Δy_2 , όπου

$$\Delta y_2 = -v_{02} \cdot t + \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow$$

$$\Delta y_2 = -20 \cdot 2m + \frac{1}{2} 10 \cdot 2^2 m = -20m$$

Οπότε $d_1=|\Delta y_2|=20m$, απόσταση ίση με το ύψος του κτιρίου...



dmargaris@gmail.com