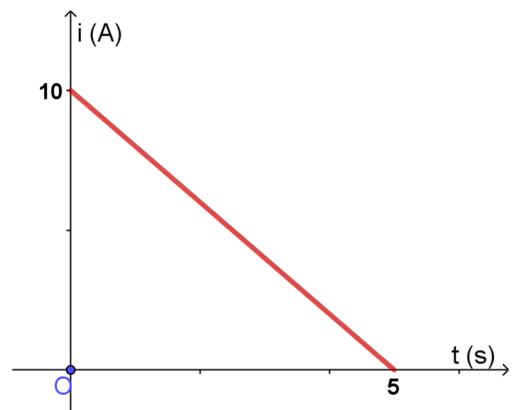
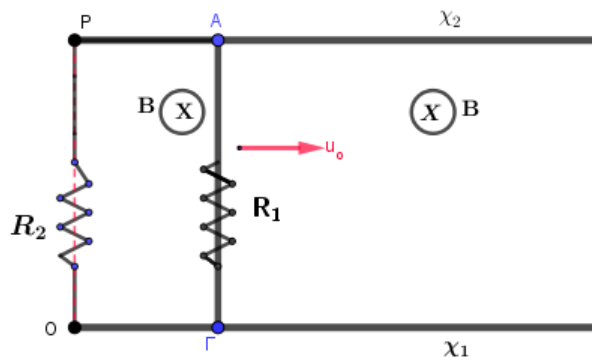


Εκτόξευση αγωγού σε μαγνητικό πεδίο, επίδραση εξωτερικής δύναμης.

Η οριζόντια μεταλλική ράβδος ΑΓ έχει αντίσταση $R_1 = 0,75\Omega$ και μάζα $m = 2\text{Kg}$ μήκος $L = 0,5\text{m}$. Η οριζόντια μεταλλική ράβδος ΑΓ μπορεί να κινείται πάνω στους οριζόντιους μεταλλικούς οδηγούς – αμελητέας αντίστασης $P\chi_1$ και $O\chi_2$, των οποίων τα άκρα είναι συνδεδεμένα με σύρμα αντίστασης $R_2 = 0,25\Omega$. Όλη η διάταξη βρίσκεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 2\text{T}$, όπως στο σχήμα.

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αυτή εκτοξεύεται με οριζόντια ταχύτητα $u_0 = 10\text{m/s}$. Ταυτόχρονα ασκείται σε αυτήν και οριζόντια δύναμη (F) τέτοια ώστε η ένταση του ρεύματος που την διαρρέει να μεταβάλλεται με το χρόνο όπως στο διάγραμμα.



Α) Να δικαιολογήσετε ότι η κίνηση του αγωγού είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη και να υπολογίσετε την επιτάχυνση.

Β) να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις: δύναμη Laplace και εξωτερική δύναμη F σε συνάρτηση χρόνου από 0 ως 5s

Γ) Να βρεθούν οι ρυθμοί : i) παραγωγής θερμότητας λόγω του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα ii) του έργου της εξωτερικής δύναμης, την χρονική στιγμή $t_1 = 2\text{s}$

Δ) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της δύναμης (F) τις χρονικές στιγμές $t_1 = 2\text{s}$ και $t_2 = 4\text{s}$.

Λύση:

Α) από το διάγραμμα $i = f(t)$ βρίσκω την εξίσωση της έντασης του ρεύματος.

Επειδή το διάγραμμα είναι ευθεία άρα η εξίσωση (συνάρτηση) είναι: $i = \alpha t + \beta$

Για $t = 0$, $i = 10$, άρα $10 = 0 + \beta \Rightarrow \beta = 10$

Για $t = 5$, $i = 0$, άρα $0 = 5\alpha + 10 \Rightarrow \alpha = -2$

Άρα $i = 10 - 2t$ (SI) $0 \leq t \leq 5\text{s}$ (1)

Αλλά $i = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}} \Rightarrow E_{επ} = i R_{ολ} = (10 - 2t)1 \Rightarrow E_{επ} = 10 - 2t$ (SI) $0 \leq t \leq 5\text{s}$ (2)

Αλλά $|E_{επ}| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta(BS)}{\Delta t} = \frac{B\Delta S}{\Delta t} = \frac{B L \Delta x}{\Delta t} \Rightarrow |E_{επ}| = BuL \Rightarrow u = \frac{|E_{επ}|}{B L}$

$\Rightarrow u = 10 - 2t$ (SI) $0 \leq t \leq 5\text{s}$ (3)

Από την εξίσωση (συνάρτηση) της ταχύτητας (3) παρατηρούμε ότι είναι γραμμική συνάρτηση του χρόνου ($u = u_0 + \alpha t$) (4)

Από (3), (4) συμπεραίνουμε ότι $u_0 = 10\text{m/s}$ και $\alpha = -2\text{m/s}^2 = \text{σταθερή}$

Άρα κίνηση ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη με $\alpha = -2\text{m/s}^2$.

B)

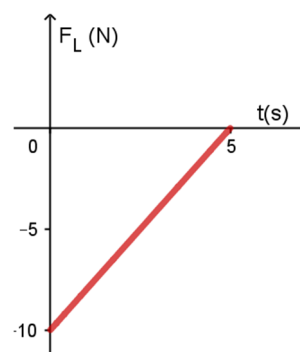
i) Δύναμη Laplace

$$|F_L| = BiL = 2(10 - 2t) \cdot 0,5 = 10 - 2t. \quad (4)$$

Επειδή η μαγνητική ροή μεγαλώνει, δημιουργείται στον αγωγό ΑΓ ΕΗΔ από επαγωγή και επειδή το κύκλωμα είναι κλειστό διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα. Αυτό έχει τέτοια φορά ώστε να δημιουργήσει δύναμη F_L που αντιτίθεται στην αύξηση της μαγνητικής ροής, άρα η F_L έχει φορά αντίρροπη της αρχικής ταχύτητας. Αν θετική φορά θεωρήσουμε τη φορά της αρχικής ταχύτητας τότε :

$$F_L = -(10 - 2t) = 2t - 10 \text{ SI}, (0 \leq t \leq 5s).$$

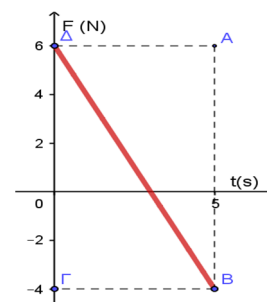
Η μορφή του διαγράμματος είναι όπως στο σχήμα



ii) εξωτερική δύναμη: Εφαρμόζοντας τον 2ο ν. Νεύτωνα για τον αγωγό έχουμε:

$\Sigma \vec{F} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{F}_L + \vec{F}_{\varepsilon\xi} = m \vec{a} \Rightarrow +\vec{F}_{\varepsilon\xi} = m \vec{a} - \vec{F}_L$, επειδή τα διανύσματα βρίσκονται στην ίδια διεύθυνση αντικαθιστώ με τις αντίστοιχες αλγεβρικές τιμές τους:

$$F_{\varepsilon\xi} = 2(-2) - (2t - 10) \Rightarrow F_{\varepsilon\xi} = 6 - 2t, \text{ SI}, (0 \leq t \leq 5s) \quad (5)$$



Γ) Για τον ρυθμό παραγωγής θερμότητας:

$$P_{\theta} = i^2 R_{o\lambda} \text{ για } t = 2s, i = 6A, \text{ άρα } P_{\theta} = 36 \text{ j/s}$$

Εδώ το $|W_{F(L)}|$ μας δείχνει το μέρος της μηχανικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα λόγω του ρεύματος, άρα

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{d|W_{F(L)}|}{dt} = \frac{|F_L| d\chi}{dt} = |F_L| u, \text{ για } t=2s \text{ σχέση (4)} \quad |F_L| = 6N \text{ και η σχέση (2)}$$

$$\Rightarrow u = 6 \text{ m/s}, \text{ άρα } \frac{dQ}{dt} = 36 \text{ j/s}$$

Για τον ρυθμό παραγωγής έργου της $F_{\varepsilon\xi}$:

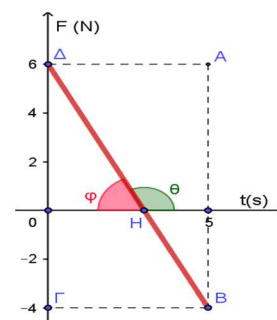
$$\frac{dW_{F(\varepsilon\xi)}}{dt} = \frac{F_{\varepsilon\xi} d\chi}{dt} = F_{\varepsilon\xi} u, \text{ για } t=2s \text{ σχέση (5)} \Rightarrow F_{\varepsilon\xi} = 2N \text{ άρα: } \frac{dW_{F(\varepsilon\xi)}}{dt} = 12 \text{ j/s.}$$

Δ)

Ένας τρόπος είναι:

Ο ρυθμός μεταβολής της εξωτερικής δύναμης είναι ίσος με την κλίση του διαγράμματος $F_{\varepsilon\xi} = f(t)$. Επειδή το διάγραμμα είναι ευθεία αυτός ο ρυθμός είναι ίσος κάθε χρονική στιγμή.

$$\frac{dF_{\varepsilon\xi}}{dt} = \varepsilon\varphi\theta = -\varepsilon\varphi\varphi = -\frac{O\Delta}{OH} = -\frac{6}{3} \Rightarrow \frac{dF_{\varepsilon\xi}}{dt} = 2 \text{ N/s}$$



Παρατήρηση στο Γ ερώτημα

Ας βρούμε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας dK/dt την χρονική στιγμή $t=2s$:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \Sigma F \frac{d\chi}{dt} = \Sigma F u = m a u, \text{ για } t=2s \text{ σχέση (2)} \quad u = 6 \text{ m/s},$$

$$\Rightarrow \text{άρα: } \frac{dK}{dt} = 2(-2) \cdot 6 = -24 \text{ J/s.}$$

Αυτό σημαίνει ότι τότε η κινητική ενέργεια μειώθηκε κατά 24J/s , η ενέργεια που δόθηκε στο κύκλωμα μέσω του έργου της εξωτερικής δύναμης 12J/s και το άθροισμα αυτών μετατράπηκε σε θερμότητα 36J/s. Με άλλα λόγια ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας.

Σχόλιο: Η ιδέα είναι «κλεμμένη» από την ανάρτηση του Μάργαρη: Το πηνίο μέσα σε εξωτερικό μαγνητικό πεδίο