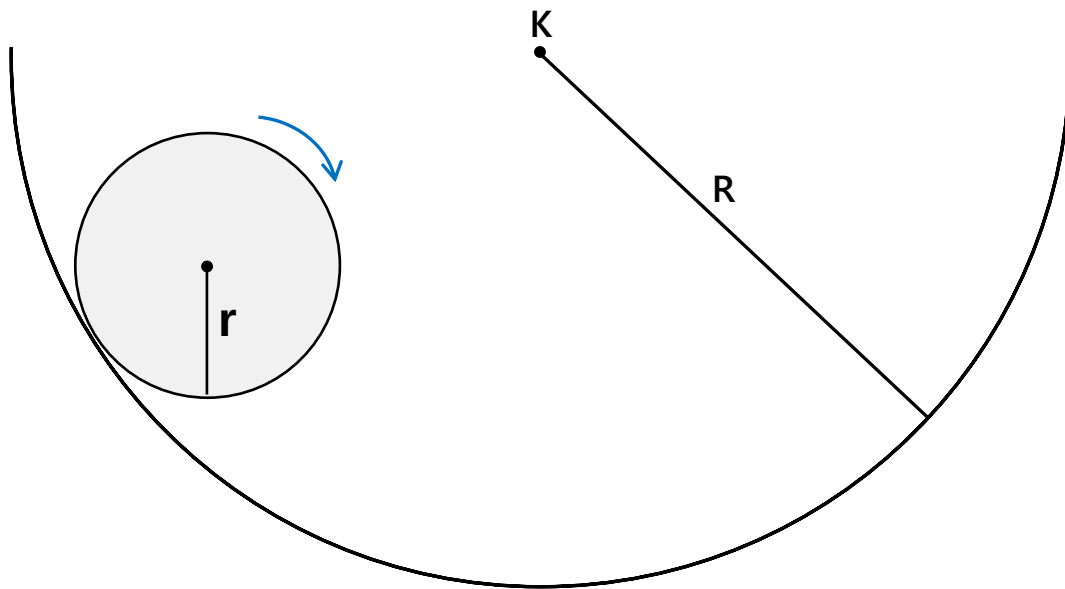


ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΣΤΕΡΕΩΝ

ΚΥΛΙΣΗ ΧΩΡΙΣ ΟΛΙΣΘΗΣΗ ΣΤΟ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Β

Ένας ομογενής δίσκος ακτίνας r κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει στο εσωτερικό κυλινδρικής επιφάνειας ακτίνας R (σχήμα).



Η σχέση μεταξύ της ταχύτητας $\mathbf{u}_{cm}$ του κέντρου μάζας του δίσκου και της γωνιακής ταχύτητας $\boldsymbol{\omega}$ της περιστροφής του είναι η :

1. $\mathbf{u}_{cm} = \boldsymbol{\omega} (R - r)$

2. $\mathbf{u}_{cm} = \boldsymbol{\omega} r$

3. $\mathbf{u}_{cm} = \frac{R-r}{R} r \boldsymbol{\omega}$ που για $r \ll R$ μας δίνει $\mathbf{u}_{cm} = \boldsymbol{\omega} r$

- Επιλέξτε τη σωστή απάντηση
- Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

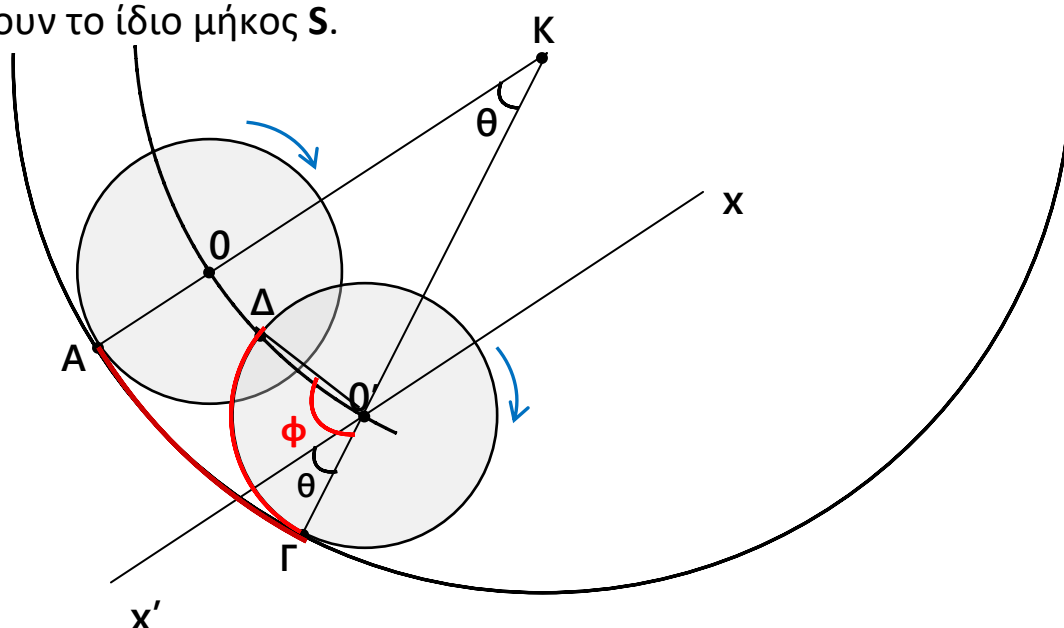
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Σωστό είναι το 2

Στο σχήμα φαίνονται δύο θέσεις του κυλιόμενου κυλίνδρου.

Σκοπός μας είναι να βρούμε τη σχέση που συνδέει το μήκος S_{cm} του τόξου που διαγράφει το κέντρο του δίσκου με την αντίστοιχη γωνία περιστροφής του, τ .

Σύμφωνα με τη θεμελιώδη συνθήκη της κύλισης χωρίς ολίσθηση, τα τόξα $\widehat{A\Gamma}$ και $\widehat{\Delta\Gamma}$ έχουν το ίδιο μήκος S .



Στο τόξο $A\Gamma$ του κύκλου (K, R) αντιστοιχεί (βαίνει) γωνία θ και ισχύει: $S = R \theta$ (1)

Στο τόξο $\Gamma\Delta$ του κύκλου (O, r) αντιστοιχεί (βαίνει) γωνία ϕ και ισχύει: $S = r \phi$ (2)

Στο τόξο OO' του κύκλου $(K, R-r)$ αντιστοιχεί (βαίνει) γωνία θ και ισχύει:

$$S_{cm} = (R-r) \theta \quad (3).$$

Φέρουμε την ευθεία $\chi'O'\chi$ παράλληλη στην KA (σχήμα).

Η γωνία περιστροφής του δίσκου είναι $\hat{\tau} = \hat{\phi} - \hat{\theta}$ (4)

Η (4) λόγω των (1) και (2) δίνει: $\tau = \frac{S}{r} - \frac{S}{R}$ ή $\tau = \frac{R-r}{rR} S$ (5)

Από διαίρεση κατά μέλη των (1) και (3) παίρνουμε: $S = \frac{R}{R-r} S_{cm}$ (6)

Η (5) λόγω της (6) δίνει: $\tau = \frac{R-r}{rR} \frac{R}{R-r} S_{cm}$ ή $S_{cm} = r \tau$ (7) και ... $\frac{ds_{cm}}{dt} = r \frac{d\tau}{dt}$

ή $v_{cm} = \omega r$