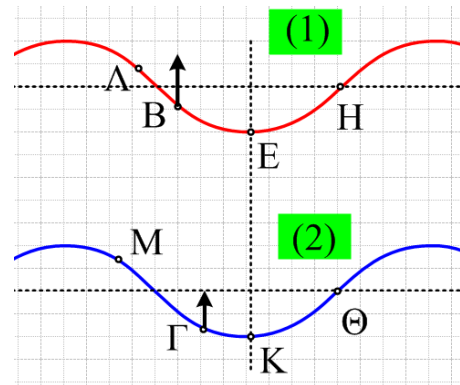


Δυο κύματα σε δυο όμοιες χορδές

Στο σχήμα βλέπετε στιγμιότυπα δύο κυματομορφών, σε δύο ίδια γραμμικά ελαστικά μέσα (δύο όμοιες χορδές), τα οποία ελήφθησαν την ίδια στιγμή t_1 . Η μορφή (1) δείχνει τμήμα της πρώτης χορδής όταν πάνω της διαδίδεται ένα αρμονικό κύμα, ενώ η (2), της δεύτερης χορδής, όπου πάνω της έχει σχηματισθεί ένα στάσιμο κύμα. Στο σχήμα επίσης φαίνεται η ταχύτητα ταλάντωσης δύο σημείων B και Γ της χορδής.

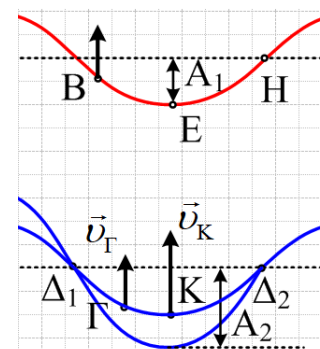


- i) Το πλάτος του τρέχοντος κύματος (1) είναι ίσο με το πλάτος ταλάντωσης μιας κοιλίας K στο στάσιμο κύμα (2);
- ii) Να σχεδιάσετε στο σχήμα τις ταχύτητες των σημείων E, H της πρώτης χορδής και των σημείων K και Θ της δεύτερης με το στάσιμο κύμα, την στιγμή t_1 . Να σχεδιάσετε επίσης τις ταχύτητες ταλάντωσης για δύο σημεία Λ και Μ, αριστερότερα των B και Γ, όπως στο σχήμα.
- iii) Αν v_1 το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας ενός σημείου της πρώτης χορδής, στην διάρκεια της ταλάντωσης του και v_2 το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας μιας κοιλίας της δεύτερης χορδής, θα ισχύει:
 - α) $v_1 < v_2$, β) $v_1 = v_2$, γ) $v_1 > v_2$.
- iv) Να σχεδιάσετε αντίστοιχο σχήμα που να εμφανίζονται ξανά τα δύο στιγμιότυπα (για τις ίδιες περιοχές), μετά από χρόνο $\Delta t = \frac{1}{4} T$, όπου T η περίοδος του τρέχοντος κύματος.

Απάντηση:

Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι οι δυο μορφές των στιγμιότυπων είναι απολύτως ίδιες, είτε πρόκειται για τρέχον είτε στάσιμο το κύμα. Με βάση το σχήμα, το μήκος του κύματος στο τρέχον κύμα (1), είναι ίσο και με τα μήκη κύματος των κυμάτων, από την συμβολή των οποίων μπορούμε να θεωρήσουμε ότι προέκυψε το στάσιμο κύμα (2). Αλλά μιλάμε για δύο όμοια ελαστικά μέσα, οπότε η ταχύτητα του κύματος είναι ίδια και από την θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής $v = \lambda f$, προκύπτει ότι και οι συχνότητες ταλάντωσης των σημείων του μέσου είναι επίσης ίσες είτε πρόκειται για το τρέχον είτε το στάσιμο κύμα.

- i) Όλα τα σημεία της χορδής (2) μεταξύ δύο δεσμών, κινούνται με την ίδια φάση. Έτσι αν το σημείο Γ, έχει ταχύτητα προς τα πάνω, προς την θέση ισορροπίας του, ίδιας κατεύθυνσης ταχύτητα v_K έχει και η κοιλία, το σημείο K. Αλλά αυτό σημαίνει ότι η κοιλία δεν βρίσκεται την στιγμή αυτή σε μέγιστη απομάκρυνση και το πλάτος του στάσιμου κύματος A_2 είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο πλάτος του τρέχοντος, το οποίο είναι ίσο με A_1 .

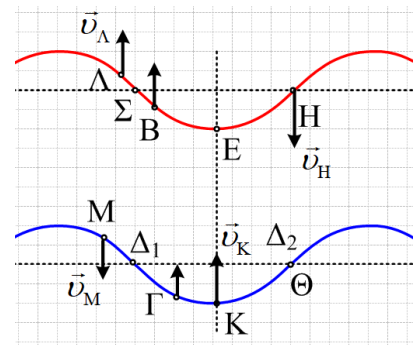


- ii) Το σημείο B του τρέχοντος κύματος (1) έχει ταχύτητα ταλάντωσης με φορά προς τα πάνω, άρα σε λίγο θα βρεθεί στην θέση που βρίσκεται ένα σημείο αριστερά του, όπως είναι το σημείο Σ. Αλλά αυτό σημαίνει ότι μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το σημείο Σ υποχρεώνει να ταλαντωθεί

το σημείο Β, λειτουργώντας σαν διεγέρτης, πράγμα που σημαίνει ότι το κύμα διαδίδεται από αριστερά προς τα δεξιά.

Αλλά τότε το σημείο Η περνά από την θέση ισορροπίας του με ταχύτητα προς τα κάτω, όπως στο σχήμα, ενώ το σημείο Ε βρίσκεται σε θέση πλάτους, έχοντας μηδενική ταχύτητα.

Στο στάσιμο κύμα, όλα τα σημεία μεταξύ δύο δεσμών κινούνται με την ίδια φάση, συνεπώς η κοιλία Κ έχει ταχύτητα προς τα πάνω, όπως και το σημείο Γ. Αντίθετα το σημείο Θ βρίσκεται σε θέση δεσμού, οπότε έχει μηδενική ταχύτητα ταλάντωσης.



Ας έρθουμε τώρα στα σημεία Λ και Μ. Το σημείο Λ του τρέχοντος κινείται προς τα πάνω, πλησιάζοντας προς την θέση πλάτους, ενώ το σημείο Μ παρουσιάζει διαφορά φάσης π με το σημείο Γ, άρα έχει ταχύτητα ταλάντωσης με κατεύθυνση προς τα κάτω, όπως φαίνεται στο σχήμα.

iii) Η μέγιστη ταχύτητα για ένα σημείο του πρώτου σχήματος (1), είναι τη στιγμή που περνά από την θέση ισορροπίας και έχει μέτρο:

$$v_1 = \omega A_1 = \frac{2\pi}{T} A_1$$

Όπου T η κοινή περίοδος και στις δύο παραπάνω περιπτώσεις.

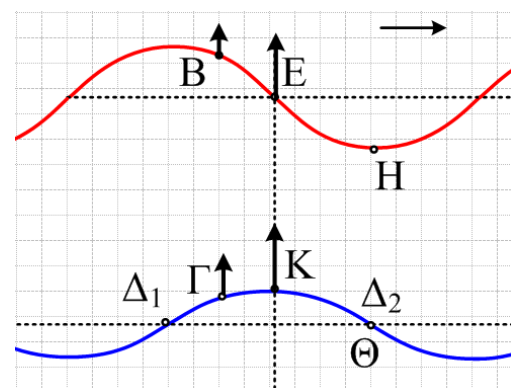
Ενώ η κοιλία (έστω το σημείο Κ) αποκτά μέγιστη ταχύτητα, τη στιγμή που περνά από την θέση ισορροπίας της, με μέτρο:

$$v_2 = \omega A_2 = \frac{2\pi}{T} A_2$$

Αλλά με βάση το i) ερώτημα $A_2 > A_1$, συνεπώς και $v_2 > v_1$. Σωστό το α).

iv) Σε χρόνο $\frac{1}{4} T$, στο τρέχον κύμα, το σημείο Ε θα φτάσει στην θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τα πάνω, όπως προς τα πάνω κινείται και το σημείο Β, χωρίς να έχει φτάσει σε μέγιστη απομάκρυνση, όπως στο πάνω σχήμα.

Αντίθετα στο στάσιμο κύμα, οι δεσμοί Δ_1 και Δ_2 παραμένουν ακίνητοι, ενώ η κοιλία Κ, η οποία την στιγμή t_1 βρισκόταν σε μια ενδιάμεση θέση με $y < 0$ (θετική φορά προς τα πάνω), θα έχει περάσει από την θέση ισορροπίας χωρίς να έχει φτάσει σε θέση πλάτους κινούμενη προς τα πάνω, όπως στο κάτω σχήμα.



dmargaris@gmail.com