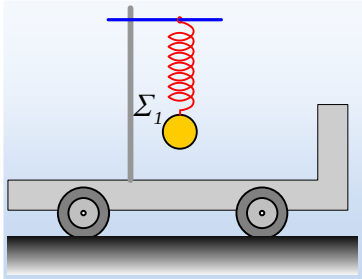
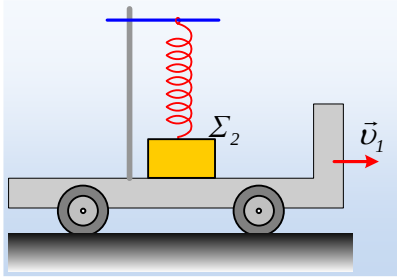
Ακινησία και κίνηση ενός σώματος στο άκρο ελατηρίου.



Το αμαξίδιο του σχήματος ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Το ιδανικό ελατήριο κρέμεται, δεμένο στο ένα του άκρο, έχοντας μήκος l_0=40cm. Δένουμε στο κάτω άκρο του ένα σώμα Σ_1 βάρους 20N και το αφήνουμε να ηρεμήσει, οπότε το ελατήριο αποκτά μήκος l_1=50cm.

i) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να υπολογίστε τη σταθερά του ελατηρίου.



Σε επανάληψη του πειράματος, το αμαξίδιο κινείται προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα υ_1=2m/s, ενώ στο άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο ένα δεύτερο σώμα Σ_2 βάρους 60N, το οποίο στηρίζεται και στο αμαξίδιο, ενώ το μήκος του ελατηρίου είναι l_2=60cm.

ii) Να υπολογίστε τη δύναμη που ασκεί το σώμα Σ_2 στο ελατήριο.

iii) Το σώμα Σ_2 δέχεται κάποια δύναμη από το αμαξίδιο, έστω F_1. Αυτή είναι κατακόρυφη ή όχι και γιατί; Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης F_1.

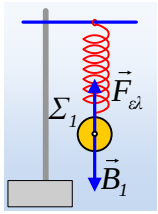
iv) Σε μια στιγμή το αμαξίδιο αρχίζει να επιταχύνεται προς τα δεξιά, αυξάνοντας την ταχύτητά του, χωρίς να γλιστράει πάνω του το σώμα Σ_2. Στη διάρκεια της επιτάχυνσης του αμαξιδίου, το αμαξίδιο ασκεί στο σώμα Σ_2 δύναμη:

α) Κατακόρυφη με μέτρο F_3=F_1.

β) Οριζόντια με κατεύθυνση προς τα δεξιά και μέτρο F_3>F_1.

γ) Τίποτα από τα παραπάνω.

Απάντηση:

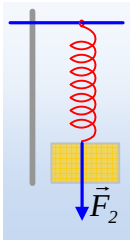


i) Στο διπλανό σχήμα, έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ_1. Το βάρος $\vec{B}$ από τη Γη και η δύναμη από το ελατήριο $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$. Το σώμα ισορροπεί, οπότε:

$$\Sigma F=0 \rightarrow F_{\varepsilon\lambda}-B_1=0 \rightarrow F_{\varepsilon\lambda}=B_1$$

Αλλά η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα, η $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$, έχει το ίδιο μέτρο με τη δύναμη F΄ που επιμηκύνει το ελατήριο (δράση-αντίδραση) και η οποία υπακούει στο νόμο του Hooke: $F'=k\cdot\Delta\ell$, οπότε:

$$k\cdot\Delta\ell=B_1 \rightarrow k=\frac{B_1}{\Delta\ell}=\frac{B_1}{\ell-\ell_0}=\frac{20N}{0{,}5m-0{,}4m}=200N/m$$

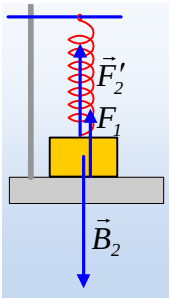


ii) Το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί και αιτία της επιμήκυνσής του, είναι η δύναμη F_2 που δέχεται από το σώμα Σ_2, με το οποίο είναι δεμένο. Σύμφωνα με το νόμο του Hooke:

$$F_2=k\cdot\Delta\ell'=200N/m\cdot(0{,}6m-0{,}4m)=40N$$

iii) Το αμαξίδιο συνεπώς και το σώμα Σ_2, κινείται με σταθερή ταχύτητα, οπότε και πάλι ισορροπεί, οπότε η

συνισταμένη όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα Σ_2 είναι μηδενική. Αλλά οι δυνάμεις αυτές είναι, το βάρος η δύναμη F_2' από το ελατήριο και η δύναμη F_1 από το δάπεδο του αμαξιδίου. Έτσι:

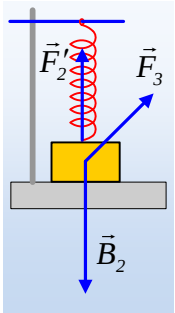


$$\vec{B}_2 + \vec{F}_1 + \vec{F}_2' = 0 \rightarrow \vec{F}_1 = -\left(\vec{B}_2 + \vec{F}_2'\right)$$

Η τελευταία σχέση μας λέει ότι η δύναμη από το δάπεδο, είναι αντίθετη της συνισταμένης του βάρους και της δύναμης από το ελατήριο. Αλλά αφού αυτές οι δυο δυνάμεις είναι κατακόρυφες και η δύναμη που ασκεί το αμαξίδιο F_1 θα είναι επίσης κατακόρυφη. Για να την υπολογίσουμε, θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική έχουμε:

$$F_2' + F_1 - B_2 = 0 \rightarrow F_1 = B_2 - F_2' = 60N - 40N = 20N$$

iv) Αφού το σώμα επιταχύνεται, η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται πάνω του δεν θα είναι πια μηδενική, οπότε η δύναμη δεν μπορεί να είναι κατακόρυφη μέτρου 20N.



Αν ήταν όμως οριζόντια, τότε στην κατακόρυφη διεύθυνση, θα είχαμε την δύναμη του ελατηρίου με μέτρο 40N και το βάρος 60N, συνεπώς το σώμα δεν θα ισορροπούσε και δεν θα μπορούσε να διατηρεί μηδενική ταχύτητα στην κατακόρυφη διεύθυνση. Αλλά τότε η δύναμη είναι πλάγια, όπως στο σχήμα και σωστή είναι η γ) πρόταση.

Σχόλιο:

Η παραπάνω άσκηση μπορεί να διδαχθεί μαζί με τον 1^{ο} νόμο του Νεύτωνα. Αν οι μαθητές έχουν διδαχθεί και τον 2^{ο} νόμο, τότε η απάντηση στο iv) ερώτημα, μπορεί βέβαια να στηριχθεί, στη γνώση της κατεύθυνσης της επιτάχυνσης και κατά συνέπεια της συνισταμένης δύναμης.

dmargaris@gmail.com