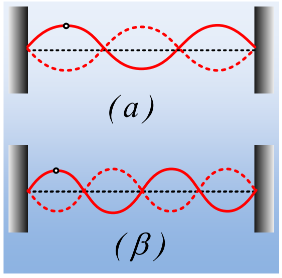
Δύο στάσιμα κύματα στην ίδια χορδή.



Σε μια τεντωμένη χορδή με σταθερά άκρα, έχει σχηματισθεί στάσιμο κύμα και στο (α) σχήμα δίνεται ένα στιγμιότυπό του. Μια στοιχειώδης μάζα Δm στη θέση μιας κοιλίας ταλαντώνεται με πλάτος Α, αποκτώντας μέγιστη κινητική ενέργεια E_1.

Στην ίδια χορδή (με το ίδιο τέντωμα), μπορεί να δημιουργηθεί ξανά στάσιμο κύμα αλλά το στιγμιότυπό του, να είναι όπως στο (β) σχήμα. Στην περίπτωση αυτή μια ίση στοιχειώδης μάζα Δm στην θέση μιας κοιλίας, ταλαντώνεται επίσης με πλάτος Α, αποκτώντας μέγιστη κινητική ενέργεια E_2. Για το λόγο $\frac{E_1}{E_2}$ ισχύει:

α) $\frac{E_1}{E_2}=\frac{9}{16}$, β) $\frac{E_1}{E_2}=\frac{3}{4}$, γ) $\frac{E_1}{E_2}=1$, δ) $\frac{E_1}{E_2}=\frac{4}{3}$

Να δικαιολογήστε την επιλογή σας.

Απάντηση:

Η μέγιστη κινητική ενέργεια που αποκτά μια στοιχειώδης μάζα m, στη θέση μιας κοιλίας είναι ίση:

$$E_{max}=\frac{1}{2}\Delta m\upsilon_{max}^2=\frac{1}{2}\Delta m\omega^2A^2=\frac{1}{2}\Delta m\cdot 4\pi^2f^2A^2$$

Όπου f η συχνότητα ταλάντωσης της χορδής.

Αλλά από την θεμελιώδη εξίσωση της κινηματικής $\upsilon=\lambda\cdot f$ και η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$E_{max}=\frac{1}{2}\Delta m\cdot 4\pi^2\frac{\upsilon^2}{\lambda^2}A^2 \quad (1)$$

Αλλά το μήκος κύματος και το μήκος της χορδής συνδέονται με τις σχέσεις:

$$\ell=3\frac{\lambda_1}{2}\rightarrow\lambda_1=\frac{2\ell}{3} \quad \text{και} \quad \ell=4\frac{\lambda_2}{2}\rightarrow\lambda_2=\frac{\ell}{2}$$

Για τα στάσιμα (α) και (β) αντίστοιχα. Αλλά με βάση τα παραπάνω έχουμε:

$$\frac{E_1}{E_2}=\frac{\frac{1}{2}\Delta m\cdot 4\pi^2\frac{\upsilon^2}{\lambda_1^2}A^2}{\frac{1}{2}\Delta m\cdot 4\pi^2\frac{\upsilon^2}{\lambda_2^2}A^2}=\frac{\lambda_2^2}{\lambda_1^2}=\frac{\frac{\ell^2}{4}}{\frac{4\ell^2}{9}}=\frac{9}{16}$$

Σωστό το α)

dmargaris@gmail.com