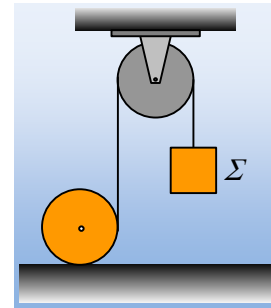


Η επιτάχυνση και η κίνηση σε ένα σύστημα.

Γύρω από έναν κύλινδρο μάζας M , ο οποίος ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα, το οποίο αφού το περάσουμε από το αυλάκι μιας τροχαλίας, μάζας M , στο άλλο του άκρο, δένουμε ένα σώμα Σ , ίδιας μάζας, όπως στο σχήμα και το αφήνουμε να κινηθεί.



i) Το σώμα Σ θα αποκτήσει επιτάχυνση:

$$\alpha) a_{\Sigma} = \frac{g}{3}, \quad \beta) a_{\Sigma} = \frac{g}{2}, \quad \gamma) a_{\Sigma} = \frac{2g}{3}.$$

ii) Αν το επίπεδο δεν ήταν λείο, τότε ο κύλινδρος θα εκτελέσει:

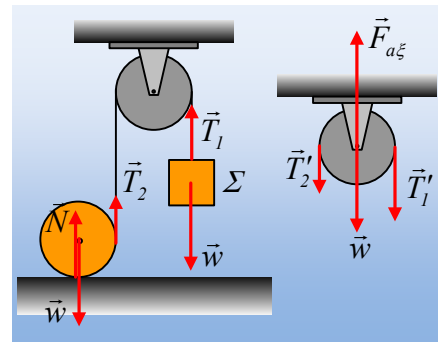
- α) Μόνο στροφική κίνηση.
- β) θα κινηθεί και προς τα δεξιά, εκτελώντας σύνθετη κίνηση.
- γ) θα κινηθεί και προς τα αριστερά, εκτελώντας σύνθετη κίνηση.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Δίνεται ότι και για τον κύλινδρο και για την τροχαλία $I = \frac{1}{2} mR^2$.

Απάντηση:

i) Μόλις αφηθεί ελεύθερο το σώμα Σ , θα κινηθεί προς τα κάτω, ενώ θα δεχτεί δύναμη μέσω του νήματος ο κύλινδρος, ο οποίος θα αρχίσει να περιστρέφεται. Στο διπλανό σχήμα, στο πρώτο έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις στον κύλινδρο και στο σώμα Σ και στο δεύτερο οι δυνάμεις στην τροχαλία.



Αφού το νήμα είναι αβαρές $T_1 = T_1'$ και $T_2 = T_2'$.

Εφαρμόζοντας το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για κάθε σώμα παίρνουμε:

$$\text{Σώμα } \Sigma: \quad \Sigma F = Ma \rightarrow Mg - T_1 = Ma \quad (1)$$

$$\text{Τροχαλία: } \Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega v 1} \rightarrow T_1' R_1 - T_2' R_1 = \frac{1}{2} MR_1^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega v 1} \rightarrow T_1 - T_2 = \frac{1}{2} MR_1 \cdot \alpha_{\gamma\omega v 1}. \quad (2)$$

$$\text{Κύλινδρος: } \Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega v 2} \rightarrow T_2 R_2 = \frac{1}{2} MR_2^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega v 2} \rightarrow T_2 = \frac{1}{2} MR_2 \cdot \alpha_{\gamma\omega v 2}. \quad (3)$$

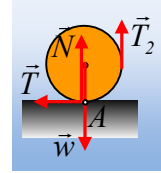
Αλλά όλα τα σημεία του νήματος έχουν την ίδια ταχύτητα, συνεπώς και την ίδια επιτάχυνση, οπότε $a = \alpha_{\gamma\omega v 1} \cdot R_1 = \alpha_{\gamma\omega v 2} \cdot R_2$ και με πρόσθεση των εξισώσεων (1), (2) και (3) παίρνουμε:

$$Mg = Ma + \frac{1}{2} Ma + \frac{1}{2} Ma \rightarrow$$

$$a = \frac{g}{2}$$

Σωστή η β) πρόταση.

- ii) Αν το επίπεδο δεν είναι λείο, τότε εξαιτίας της ροπής της τάσης T_2 του νήματος, ο κύλινδρος τείνει να περιστραφεί αντίθετα από τους δείκτες των δεικτών του ρολογιού. Οπότε το σημείο A, επαφής του κυλίνδρου με το έδαφος, τείνει να αποκτήσει γραμμική ταχύτητα προς τα δεξιά, αλλά τότε θα δεχτεί δύναμη τριβής, όπως στο διπλανό σχήμα. Αλλά τότε ο κύλινδρος θα κινηθεί προς τ' αριστερά, ενώ ταυτόχρονα θα περιστρέφεται. Σωστό το γ).



dmargaris@gmail.com