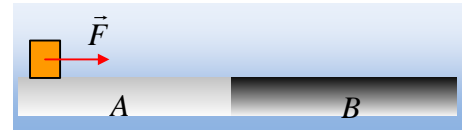


Η κίνηση σε δύο οριζόντια επίπεδα.

Ένα σώμα μάζας $m=0,4\text{kg}$, ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο A, απέχοντας 4m από ένα δεύτερο οριζόντιο επίπεδο B, με το οποίο το σώμα εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,3$. Σε μια στιγμή, έστω $t_0=0$, το σώμα δέχεται μια σταθερή οριζόντια δύναμη F, με αποτέλεσμα να κινηθεί και να περάσει στο B επίπεδο τη στιγμή $t_1=2\text{s}$, στο οποίο συνεχίζει την κίνησή του, με την επίδραση πάντα της δύναμης F. Να υπολογιστούν:



- i) Η επιτάχυνση του σώματος στο επίπεδο A, καθώς και η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που φτάνει στο B επίπεδο.
- ii) Το έργο της δύναμης F στη διάρκεια της κίνησης στο A επίπεδο.
- iii) Το μέτρο της τριβής που ασκείται στο σώμα τις χρονικές στιγμές:
 - α) $t_2=3\text{s}$ και β) $t_3=8\text{s}$.
- iv) Η ισχύς της δύναμης F και της τριβής τη στιγμή t_2 .
- v) Το έργο της τριβής μέχρι τη στιγμή t_3 . Πώς συνδέεται το έργο αυτό με το αντίστοιχο έργο της δύναμης F;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Αφού στο σώμα ασκείται σταθερή δύναμη, θα αποκτήσει και σταθερή επιτάχυνση, συνεπώς θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, για την οποία ισχύουν:

$$v = a_1 \cdot t \quad (1) \quad \text{και} \quad \Delta x = \frac{1}{2} a_1 t^2 \quad (2)$$

Αλλά τη στιγμή που φτάνει στο B επίπεδο θα έχει μετατοπισθεί κατά $\Delta x=4\text{m}$ και με αντικατάσταση στην (2) παίρνουμε:

$$4 = \frac{1}{2} a_1 \cdot 2^2 \rightarrow a_1 = 2\text{m/s}^2.$$

Οπότε τη στιγμή t_1 το σώμα έχει ταχύτητα:

$$v_1 = a_1 \cdot t_1 = 2 \cdot 2\text{m/s} = 4\text{m/s}.$$

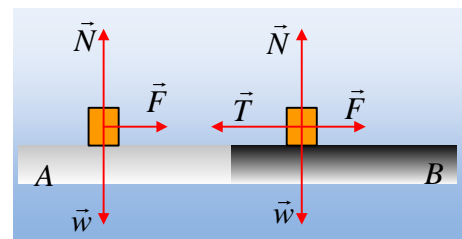
- ii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, όταν βρίσκεται στο λείο οριζόντιο επίπεδο A και στο μη λείο B. Αλλά τότε όταν βρίσκεται στο A επίπεδο:

$$\Sigma F = m \cdot a_1 \rightarrow F = m \cdot a_1 = 0,4 \cdot 2\text{N} = 0,8\text{N}$$

Οπότε το έργο της, μέχρι να φτάσει στο B επίπεδο είναι:

$$W_F = F \cdot \Delta x_1 = 0,8 \cdot 4\text{J} = 3,2\text{J}.$$

- iii) Το σώμα δεν κινείται στην κατακόρυφη διεύθυνση, οπότε $N=w=mg$. Εξάλλου για όσο χρόνο το σώμα ολισθαίνει στο B επίπεδο, δέχεται τριβή ολίσθησης μέτρου:



$$T_{ολ} = \mu \cdot N = \mu \cdot mg = 0,3 \cdot 0,4 \cdot 10N = 1,2N$$

Κατά συνέπεια στο Β επίπεδο, το σώμα αποκτά επιτάχυνση:

$$\Sigma F = m \cdot a_2 \rightarrow a_2 = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{F - T_{ολ}}{m} = \frac{0,8 - 1,2}{0,4} m/s^2 = -1 m/s^2.$$

Αλλά τότε το σώμα επιβραδύνεται στο επίπεδο αυτό και ισχύουν:

$$v = v_1 + a_2 \cdot \Delta t \quad (3) \quad \text{και} \quad \Delta x_2 = v_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a_2 \cdot (\Delta t)^2 \quad (4)$$

Τη στιγμή που σταματά $v=0$ και από την (3) με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$0 = 4 + (-1) \Delta t_{ολ} \rightarrow \Delta t_{ολ} = 4s$$

Το σώμα δηλαδή σταματά να κινείται τη στιγμή $t' = t_1 + \Delta t_{ολ} = 2s + 4s = 6s$. Αλλά με βάση αυτά:

α) τη στιγμή $t_2 = 3s$ το σώμα ολισθαίνει και η ασκούμενη τριβή έχει μέτρο $T_{ολ} = 1,2N$.

β) Τη χρονική στιγμή $t_3 = 8s$, το σώμα δεν κινείται, αλλά τότε $\Sigma F = 0$ ή $F - T_{στ} = 0$ ή

$$T_{στ} = 0,8N$$

iv) Τη χρονική στιγμή t_2 το σώμα κινείται με ταχύτητα:

$$v_2 = v_1 + a_2 \cdot \Delta t = v_1 + a_2 \cdot (t_2 - t_1) = 4m/s + (-1) \cdot (3 - 2)m/s = 3m/s.$$

Οπότε έχουμε:

$$P_F = F \cdot v_2 \cdot \sin 0^\circ = 0,8 \cdot 3 \cdot 1W = 2,4W$$

$$P_T = T \cdot v_2 \cdot \sin 180^\circ = -T \cdot v_2 = -1,2 \cdot 3W = -3,6W$$

v) Η μετατόπιση του σώματος στο Β επίπεδο υπολογίζεται από την εξίσωση (4):

$$\Delta x_2 = v_1 \cdot \Delta t_{ολ} + \frac{1}{2} a_2 \cdot (\Delta t_{ολ})^2 = 4 \cdot 4m + \frac{1}{2} (-1) \cdot 4^2 m = 8m.$$

Οπότε: $W_T = T \cdot \Delta x_2 \cdot \sin 180^\circ = 1,2 \cdot 8 \cdot (-1)J = -9,6J$

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για όλη τη διάρκεια της κίνησης, παίρνουμε:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_w + W_N + W_F + W_T$$

Αλλά $W_w = W_N = 0$, αφού οι δυνάμεις είναι κάθετες στη μετατόπιση και με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$0 - 0 = 0 + 0 + W_F - 9,6J \rightarrow W_F = 9,6J.$$

Πράγματι $W_F = F \cdot \Delta x_{ολ} = 0,8N \cdot (4m + 8m) = 9,6J!$

Παρατηρούμε δηλαδή ότι το έργο της τριβής είναι αντίθετο από το έργο της ασκούμενης δύναμης F.

Θα έπρεπε να περιμένουμε κάτι τέτοιο;

Το σώμα αρχικά ηρεμεί και τελικά ηρεμεί ξανά. Άρα δεν κέρδισε καθόλου ενέργεια! Αλλά τότε όση ενέργεια μεταφέρθηκε στο σώμα, μέσω του έργου της δύναμης F, τόση αφαιρέθηκε μέσω του έργου της τριβής και μετετράπη σε θερμική ενέργεια, θερμαίνοντας τις επιφάνειες του σώματος και του Β επιπέδου που τρίβονται.

dmargaris@gmail.com