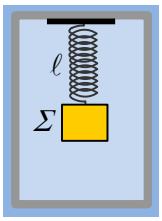
Η κίνηση ενός σώματος μέσα σε ασανσέρ.



Ένα σώμα Σ βάρους 20N, ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, το οποίο κρέμεται από την οροφή ενός ακίνητου θαλαμίσκου ασανσέρ, όπως στο σχήμα. Το μήκος του ελατηρίου στην θέση αυτή είναι 60cm.

i) Αναφερόμενοι στο μήκος του ελατηρίου:

α) Το ασανσέρ κινείται προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα υ_1= 2m/s. Τότε το μήκος του ελατηρίου θα είναι:

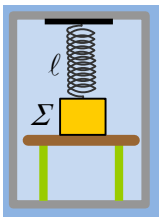
a) 50cm, b) 60cm, c) 70cm.

β) Το ασανσέρ κινείται προς τα κάτω με σταθερή ταχύτητα υ_1= 0,6m/s. Τότε το μήκος του ελατηρίου θα είναι:

a) 50cm, b) 60cm, c) 70cm.

ii) Αν για να επιμηκύνουμε το παραπάνω ελατήριο κατά 10cm, απαιτείται να τραβήξουμε το άκρο του ασκώντας δύναμη 10N, να βρεθεί το αρχικό (το φυσικό μήκος) του ελατηρίου. Φυσικό μήκος του ελατηρίου είναι το μήκος του όταν δεν παραμορφώνεται.

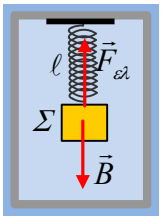
iii) Αν το ασανσέρ κινείται προς τα κάτω με σταθερή επιτάχυνση α_1=2m/s^2, να βρεθεί το μήκος του ελατηρίου, αν την ίδια επιτάχυνση έχει και το σώμα Σ.



iv) Κάτω από το Σ τοποθετούμε ένα μικρό τραπέζι, πάνω στο οποίο βλέπουμε να στηρίζεται το σώμα Σ, καθώς το ασανσέρ ανεβαίνει με επιτάχυνση α_2=3m/s^2. Πόση δύναμη δέχεται το σώμα από το τραπέζι, αν το μήκος του ελατηρίου είναι l΄=50cm;

Δίνεται g=10m/s^2.

Απάντηση:



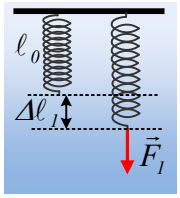
i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, όταν αυτό ηρεμεί. Το βάρος και η δύναμη από το ελατήριο $F_{ελ}$. Αφού το σώμα ισορροπεί η συνισταμένη τους είναι μηδενική:

$$\Sigma F=0 \rightarrow F_{ελ}=B \rightarrow k\cdot\Delta\ell = B \quad (1)$$

Το ελατήριο δηλαδή έχει μια ορισμένη επιμήκυνση, με αποτέλεσμα να ασκεί την απαραίτητη για την ισορροπία, κατακόρυφη προς τα πάνω δύναμη $F_{ελ}$.

α) Αφού το σώμα (κινούμενο μαζί με το ασανσέρ) κινείται με σταθερή ταχύτητα και πάλι ισορροπεί, οπότε ξανά ΣF=0 και από την σχέση (1) προκύπτει ότι το ελατήριο έχει ξανά την ίδια επιμήκυνση, συνεπώς και το ίδιο μήκος. Σωστό το b).

β) Και πάλι το σώμα Σ ισορροπεί, οπότε σωστή είναι επίσης η b) πρόταση.



ii) Από το νόμο του Hooke, για να παραμορφωθεί (επιμηκυνθεί) το ελατήριο κατά $\Delta\ell_1$ πρέπει να του ασκηθεί δύναμη F_1, όπως στο σχήμα.

$$F_1 = k \cdot \Delta\ell_1 \rightarrow k = \frac{F_1}{\Delta\ell_1} = \frac{10N}{0,1m} = 100N/m$$

Οπότε επανερχόμενοι στην σχέση (1) για την ισορροπία, παίρνουμε:

$$k \cdot \Delta\ell = B \rightarrow \Delta\ell = \frac{B}{k} = \frac{20N}{100N/m} = 0,2m$$

Αλλά $\Delta\ell = \ell - \ell_0 \rightarrow \ell_0 = \ell - \Delta\ell$

$$\ell_0 = \ell - \Delta\ell = 0,6m - 0,2m = 0,4m$$

iii) Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, είναι όπως στο σχήμα του i) ερωτήματος, οπότε θεωρώντας την προς τα κάτω κατεύθυνση ως θετική, παίρνουμε από το 2ο νόμο του Νεύτωνα:

$$\Sigma F = ma \rightarrow B - F_{\varepsilon\lambda} = ma_1$$

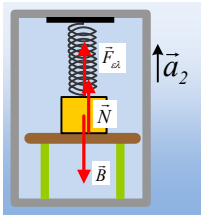
Αλλά $B=mg$ και $F_{\varepsilon\lambda}=k \cdot \Delta\ell_2$ και η παραπάνω εξίσωση γίνεται:

$$B - k \cdot \Delta\ell_2 = \frac{B}{g}a_1 \rightarrow \Delta\ell_2 = \frac{B}{k} - \frac{B}{kg}a_1 \rightarrow$$

$$\Delta\ell_2 = \frac{20}{100}m - \frac{20N}{100 \cdot 10}2m = 0,16m$$

Οπότε: $\Delta\ell_2 = \ell_2 - \ell_0 \rightarrow \ell_2 = \ell_0 + \Delta\ell_2 = 0,4m + 0,16m = 0,56m$.

iv) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, όπου $\vec{N}$ η δύναμη από το τραπέζι. οπότε θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική, παίρνουμε από το 2ο νόμο του Νεύτωνα:



$$\Sigma F = ma \rightarrow N + F_{\varepsilon\lambda} - B = ma_2 \rightarrow$$

$$N = B - k \cdot (\ell' - \ell_0) + \frac{B}{g}a_2 \rightarrow$$

$$N = 20N - 100 \cdot (0,5 - 0,4) + \frac{20}{10}3N = 20N - 10N + 6N = 16N.$$

dmargaris@gmail.com