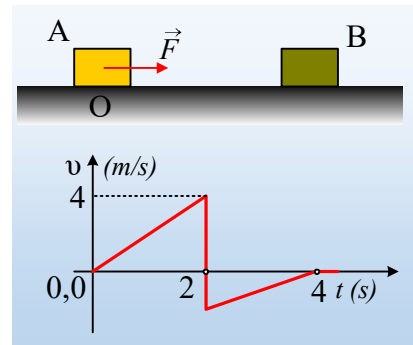


## Τι να την κάνουμε τη ζυγαριά;

Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δύο σώματα Α και Β τα οποία εμφανίζονται με το επίπεδο, τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης. Σε μια στιγμή  $t=0$ , ασκείται στο σώμα Α μια οριζόντια δύναμη μέτρου  $F=1,2\text{N}$ , με κατεύθυνση προς το σώμα Β, με το οποίο συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά, ενώ ταυτόχρονα παύει να ασκείται πάνω του η δύναμη  $F$ . Το σώμα Α σταματά τελικά σε απόσταση  $d_1=2\text{m}$ , από την αρχική του θέση Ο, ενώ στο διάγραμμα δίνεται η ταχύτητά του, σε συνάρτηση με το χρόνο.



- i) Να υπολογιστεί η μάζα  $m_1$  του σώματος Α.
- ii) Ποια η ταχύτητα του Α σώματος, αμέσως μετά την κρούση;
- iii) Να βρεθεί η μάζα του Β σώματος.
- iv) Ποια η τελική απόσταση  $d_2$  μεταξύ των δύο σωμάτων, όταν ακινητοποιηθούν ξανά;

### Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σημειωθεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Α, μόλις ασκηθεί η δύναμη  $F$ . Ο 2<sup>ος</sup> νόμος του Νεύτωνα μας δίνει:

$$\Sigma F = m_1 a_1 \rightarrow F - T_1 = m_1 a_1 \quad (1)$$

Οπότε η κίνησή του είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, για την οποία έχουμε:

$$v = a_1 \cdot t \quad (2) \quad \text{και} \quad \Delta x = \frac{1}{2} a_1 t^2 \quad (3)$$

Με αντικατάσταση στις παραπάνω εξισώσεις βρίσκουμε:

$$a_1 = \frac{v_1}{t} \xrightarrow{t=2s} a_1 = \frac{4}{2} \text{ m/s}^2 = 2 \text{ m/s}^2.$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 \xrightarrow{t=2s} \Delta x_1 = \frac{1}{2} 2 \cdot 2^2 \text{ m} = 4 \text{ m}$$

Μετά την κρούση το σώμα Α κινείται προς τα αριστερά και δουλεύοντας με μέτρα μεγεθών (για να μην μπλέξουμε)\*, θα έχουμε:

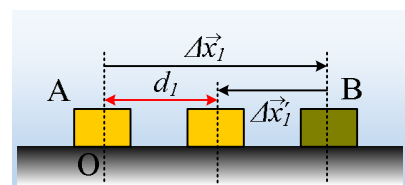
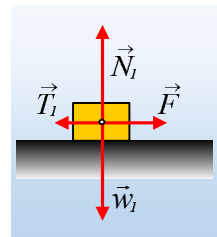
$$\Sigma F = m_1 a'_1 \rightarrow T_1 = m_1 |a'_1| \quad (1^a)$$

$$v = |v'_1| - |a'_1| \cdot \Delta t \quad (2^a) \quad \text{και}$$

$$|\Delta x'_1| = |v'_1| \cdot \Delta t - \frac{1}{2} |a'_1| \cdot (\Delta t)^2 \quad (3^a)$$

Αλλά με βάση το διπλανό σχήμα  $\Delta x_1 - |\Delta x'_1| = d_1 \rightarrow |\Delta x'_1| = \Delta x_1 - d_1 = 4\text{m} - 2\text{m} = 2\text{m}$ , ενώ μόλις το σώμα σταματά  $v=0$  και  $\Delta t=2\text{s}$ , οπότε από τις παραπάνω εξισώσεις, παίρνουμε:

$$0 = |v'_1| - |a'_1| \cdot \Delta t \rightarrow |v'_1| = |a'_1| \cdot \Delta t \quad (4)$$



$$|\Delta x'_1| = |a'_1| \cdot (\Delta t)^2 - \frac{1}{2} |a'_1| \cdot (\Delta t)^2 \rightarrow$$

$$|a'_1| = \frac{2|\Delta x'_1|}{(\Delta t)^2} = \frac{2 \cdot 2}{2^2} m/s^2 = 1 m/s^2.$$

Και με αντικατάσταση στην (4):

$$|v'_1| = |a'_1| \cdot \Delta t = 1 \cdot 2 m/s = 2 m/s$$

ii) Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω τιμές για τις επιταχύνσεις, με πρόσθεση κατά μέλη των (1) και (1<sup>α</sup>) παίρνουμε:

$$F - T_1 + T_1 = m_1 a_1 + m_1 |a'_1| \rightarrow$$

$$m_1 = \frac{F}{a_1 + |a'_1|} = \frac{1,2}{2+1} kg = 0,4 kg$$

iii) Για την ταχύτητα του σώματος A μετά την κρούση ( $v'_1 = -2 m/s$ ) έχουμε:

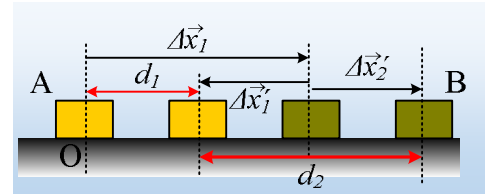
$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \xrightarrow{\text{αντικατ.}}$$

$$-2 = \frac{0,4 - m_2}{0,4 + m_2} \cdot 4 \rightarrow m_2 = 1,2 kg$$

iv) Το σώμα B, μετά την κρούση αποκτά ταχύτητα:

$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{2 \cdot 0,4}{0,4 + 1,2} \cdot 4 m/s = 2 m/s$$

Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι αυτή έχει το ίδιο μέτρο με την ταχύτητα του A σώματος. Αλλά ο συντελεστής τριβής είναι ο ίδιος, τα δυο σώματα θα αποκτήσουν την ίδια επιτάχυνση (επιβράδυνση...) εξαιτίας της τριβής και θα διανύσουν την ίδια απόσταση (2m) μέχρι να σταματήσουν. Ας το δούμε αναλυτικά, δουλεύοντας ξανά με μέτρα μεγεθών:



$$T_1 = m_1 |a'_1| \rightarrow \mu m_1 g = m_1 |a'_1| \rightarrow |a'_1| \rightarrow \mu g \text{ και}$$

$$T_2 = m_2 |a'_2| \rightarrow \mu m_2 g = m_2 |a'_2| \rightarrow |a'_2| = \mu g$$

Ενώ το συνολικό διάστημα θα προκύπτει:

$$s = |a| \cdot (\Delta t)^2 - \frac{1}{2} |a| \cdot (\Delta t)^2 = \frac{v_0^2}{2a}$$

Όπου  $v_0 = |v'_1| = v'_2 = 2 m/s$ . Συνεπώς και με βάση το σχήμα, θα έχουμε:

$$d_2 = |\Delta x'_1| + \Delta x'_2 = 2m + 2m = 4m$$

### Σχόλια

1) \*Και τώρα ας μπλέξουμε!!!

Θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, θα έχουμε για την κίνηση του A σώματος μετά την κρούση:

$$\Sigma F = m_1 a'_1 \rightarrow T = \mu m_1 g = m_1 a'_1 \rightarrow a'_1 = \mu g \quad (1^{al})$$

$$v = v'_1 + a'_1 \cdot \Delta t \quad (2^{al}) \quad \text{και}$$

$$\Delta x'_1 = v'_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a'_1 \cdot (\Delta t)^2 \quad (3^{al})$$

Αλλά με βάση το σχήμα  $\Delta x_1 + \Delta x'_1 = d_1 \rightarrow \Delta x'_1 = -2m \dots$  και

$$0 = v'_1 + a'_1 \cdot \Delta t \rightarrow v'_1 = -a'_1 \cdot \Delta t$$

$$a'_1 = -\frac{2\Delta x'_1}{(\Delta t)^2} = -\frac{2 \cdot (-2)}{2^2} \text{ m/s}^2 = 1 \text{ m/s}^2.$$

Και  $v = v'_1 + a'_1 \cdot \Delta t \rightarrow 0 = v'_1 + 1 \cdot 2 \rightarrow v'_1 = -2 \text{ m/s}$ .

2) Τελικά υπολογίσαμε τις μάζες των δύο σωμάτων... χωρίς να τις ζυγίσουμε...

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)