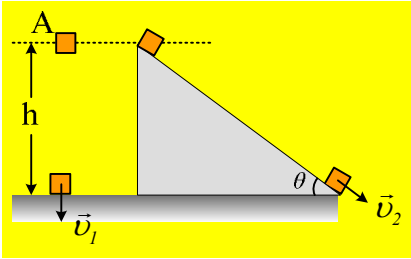
Τρεις κινήσεις, τρεις χρόνοι.



Ένα σώμα αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ορισμένο ύψος h και φτάνει στο έδαφος μετά από χρόνο 1s, με ταχύτητα υ_1.

i) Να υπολογισθεί το ύψος h, καθώς και η ταχύτητα υ_1, με την οποία το σώμα φτάνει στο έδαφος.

ii) Το ίδιο σώμα αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου κλίσεως θ, από το ίδιο ύψος h και φτάνει στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου μετά από χρόνο 5/3s με ταχύτητα υ_2. Αφού προσδιορίσετε την κλίση του κεκλιμένου (την γωνία θ ή κάποιον τριγωνομετρικό αριθμό της γωνίας, όπως ημθ ή συνθ), να υπολογίσετε την επιτάχυνση με την οποία κινήθηκε το σώμα, καθώς και την ταχύτητα υ_2.

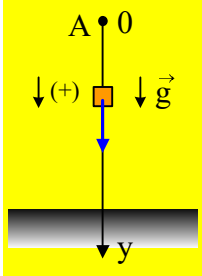
iii) Αν το επίπεδο δεν ήταν λείο και αφήσουμε ξανά το σώμα από την κορυφή του να ολισθήσει, χρειάζεται χρόνο 2,5s, μέχρι να φτάσει στην βάση του επιπέδου.

α) Να υπολογισθεί η επιτάχυνση με την οποία κινήθηκε το σώμα, καθώς και η τελική του ταχύτητα.

β) Να βρεθεί το μέτρο της τριβής που ασκήθηκε στο σώμα, αν έχει μάζα m=0,6kg.

Δίνεται $g=10m/s^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Απάντηση:

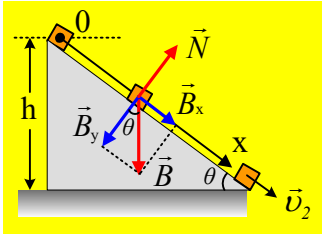


i) Η κίνηση του σώματος, όταν αφεθεί να κινηθεί από ύψος h, είναι ελεύθερη πτώση, όπου θεωρώντας ως αρχή ενός κατακόρυφου άξονα τη θέση A και θετική την προς τα κάτω κατεύθυνση, θα έχουμε τις εξισώσεις:

$$\upsilon = gt \quad \text{και} \quad \Delta y = y = \frac{1}{2}gt^2$$

Με αντικαταστάσεις θα πάρουμε:

$$\upsilon_1 = gt = 10 \cdot 1 \, m/s = 10 \, m/s \quad \text{και} \quad h = y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}10 \cdot 1^2 m = 5m$$



ii) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα σε μια τυχαία θέση. Το σώμα ισορροπεί στην κάθετη προς το επίπεδο διεύθυνση, οπότε $\Sigma F_y=0$, ενώ εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο του Νεύτωνα στην διεύθυνση x, την παράλληλη στο επίπεδο, παίρνουμε:

$$\Sigma F_x = ma \rightarrow B_x = ma_2 \quad (1)$$

Όμως η γωνία μεταξύ του βάρους και της συνιστώσας του B_y είναι ίση με την γωνία του κεκλιμένου επιπέδου θ (οξείες γωνίες με πλευρές κάθετες), οπότε:

$$\eta\mu\theta = \frac{B_x}{B} \rightarrow B_x = B\eta\mu\theta \xrightarrow{(1)} mg\eta\mu\theta = ma_2 \rightarrow a_2 = g\eta\mu\theta$$

Αφού το σώμα αποκτά σταθερή επιτάχυνση, θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση

(επιταχυνόμενη). Λαμβάνοντας δε τον άξονα x με αρχή την κορυφή του επιπέδου και θετική φορά προς τα κάτω, θα έχουμε:

$$\upsilon = \alpha_2 t \ (2) \quad \text{και} \quad \Delta x = x = \frac{1}{2}\alpha_2 t^2 \ (3)$$

Όταν το σώμα φτάνει στη βάση του επιπέδου, έχει μετατοπισθεί κατά x, ίση με το μήκος του κεκλιμένου επιπέδου, όπου: $\eta\mu\theta = \frac{h}{x} \rightarrow x = \frac{h}{\eta\mu\theta}$. Οπότε με αντικατάσταση στην (3) θα πάρουμε:

$$x = \frac{1}{2}\alpha_2 t^2 \rightarrow \frac{h}{\eta\mu\theta} = \frac{1}{2} g\eta\mu\theta \cdot t_2^2 \rightarrow \eta\mu^2\theta = \frac{2h}{g \cdot t_2^2} \rightarrow$$

$$\eta\mu^2\theta = \frac{2 \cdot 5}{10 \cdot \frac{25}{9}} \rightarrow \eta\mu^2\theta = \frac{9}{25} \rightarrow \eta\mu\theta = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

Αλλά τότε η επιτάχυνση κατά την κίνηση του σώματος ήταν ίση:

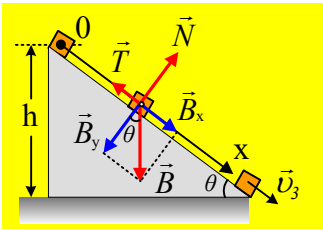
$$a_2 = g\eta\mu\theta = 10 \cdot 0{,}6 \, m/s^2 = 6 \, m/s^2$$

Ενώ φτάνει στην βάση του επιπέδου με ταχύτητα:

$$\upsilon_2 = \alpha_2 t_2 = 6 \cdot \frac{5}{3} \, m/s = 10 \, m/s$$

Μήπως να συγκρίνατε την ταχύτητα αυτή, με την τελική ταχύτητα κατά την ελεύθερη πτώση;

iii) Αν το επίπεδο δεν είναι λείο, θα ασκηθεί στο σώμα, επιπλέον η δύναμη τριβής, αλλά κατά τα λοιπά η κίνηση έχει τα ίδια χαρακτηριστικά με την προηγούμενη, απλά η επιτάχυνση θα είναι α_3.



α) Έτσι από την εξίσωση της μετατόπισης παίρνουμε:

$$x = \frac{1}{2}\alpha_3 t^2 \rightarrow \frac{h}{\eta\mu\theta} = \frac{1}{2}\alpha_3 t_3^2 \rightarrow$$

$$\alpha_3 = \frac{2h}{\eta\mu\theta \cdot t_3^2} = \frac{2 \cdot 5m}{0{,}6 \cdot 2{,}5^2 s^2} = 8/3 \, m/s^2$$

Ενώ για την τελική ταχύτητα:

$$\upsilon_3 = \alpha_3 t_3 = \frac{8}{3} \cdot 2{,}5 \, m/s = \frac{20}{3} \, m/s$$

β) Ενώ εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της δυναμικής για το σώμα, θα έχουμε:

$$\Sigma F_x = ma \rightarrow B_x - T = ma_3 \rightarrow T = mg\eta\mu\theta - ma_3 \rightarrow$$

$$T = 0{,}6 \cdot 10 \cdot 0{,}6 \, N - 0{,}6 \cdot 8/3 \, N = 2N$$

dmargaris@gmail.com