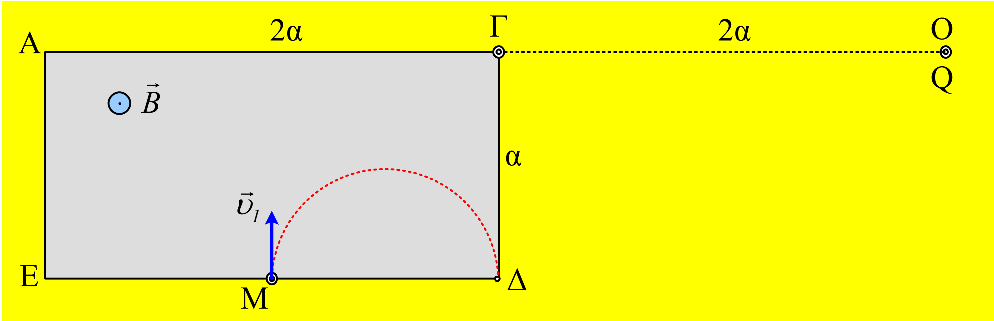
Στοχεύοντας ένα φορτίο



Στο σχήμα βλέπετε την τομή ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου, σχήματος ορθογωνίου ΑΓΔΕ με πλευρές α=0,1m και 2α, με ένταση Β=0,2Τ, κάθετη στο επίπεδο της σελίδας με φορά προς τα έξω. Στην προέκταση της πλευράς ΑΓ και σε απόσταση (ΓΟ)=2α, βρίσκεται ακλόνητο ένα σημειακό φορτίο Q=0,1nC (10^{-10}C). Ένα φορτισμένο σωματίδιο Χ εισέρχεται στο πεδίο, στο μέσον Μ της πλευράς ΕΔ, με ταχύτητα κάθετη στην πλευρά ΕΔ και μέτρο υ_1=1km/s και εξέρχεται από το πεδίο, από την κορυφή Δ του ορθογωνίου.

i) Αφού βρείτε το κέντρο της κυκλικής τροχιάς να υπολογίσετε το ειδικό φορτίο (q/m) του σωματιδίου Χ, καθώς και το χρόνο που κινήθηκε μέσα στο πεδίο.

Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, όπου το σωματίδιο Χ εισέρχεται στο σημείο Μ με ταχύτητα κάθετη στην πλευρά ΕΔ με ταχύτητα υ_2 και εξέρχεται από το πεδίο από την κορυφή Γ.

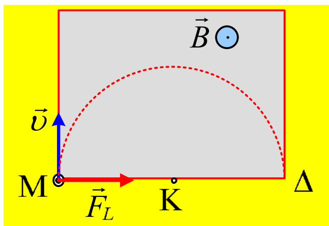
ii) Να βρεθεί η ταχύτητα υ_2 του σωματιδίου.

iii) Ποια η ελάχιστη απόσταση d, στην οποία το σωματίδιο Χ θα πλησιάσει στο ακίνητο φορτίο Q.

iv) Υποστηρίζεται ότι στη συνέχεια το σωματίδιο Χ θα επιστρέψει ξανά στο σημείο Μ. Να εξετάσετε αν αυτό μπορεί να συμβεί ή όχι.

Δίνεται $k_c=9\cdot 10^9 N\cdot m^2/C^2$, ενώ η δύναμη Coulomb μεταξύ των δύο φορτίων, καθώς το σωματίδιο Χ κινείται εντός του μαγνητικού πεδίου, μέχρι και την κορυφή Γ, θεωρείται αμελητέα.

Απάντηση:



i) Μόλις το σωματίδιο Χ μπει στο μαγνητικό πεδίο, θα δεχτεί δύναμη Lorentz, κάθετη στην ταχύτητα, οπότε αφού μετά από λίγο θα φτάσει στο Δ, θα έχει την κατεύθυνση του διπλανού σχήματος, πράγμα που σημαίνει ότι το σωματίδιο φέρει θετικό φορτίο. Αλλά τότε το κέντρο της κυκλικής τροχιάς θα είναι ένα σημείο της πλευράς ΕΔ και αφού θα ισαπέχει από τα σημεία Μ και Δ, θα είναι το μέσον της ΜΚ και η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς θα είναι ίση με:

$$R_1 = \frac{(M\Delta)}{2} = \frac{\alpha}{2} = 0{,}05m$$

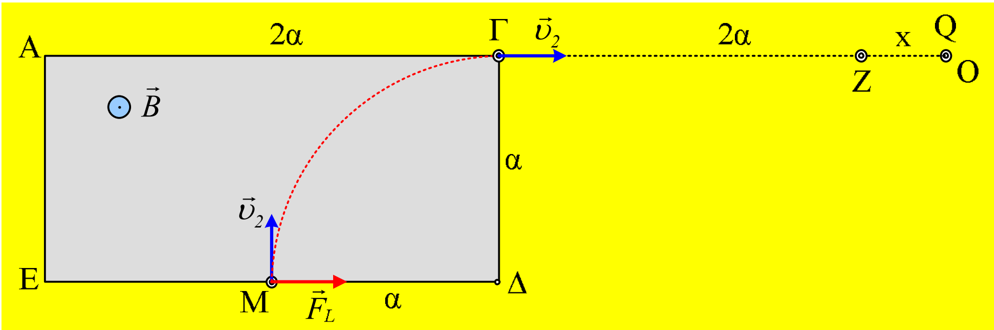
Αλλά για την ακτίνα αυτή, θα έχουμε:

$$R_1 = \frac{m\upsilon_1}{Bq} \to \frac{q}{m} = \lambda = \frac{\upsilon_1}{BR_1} = \frac{1.000}{0{,}2 \cdot 0{,}05} C/kg = 10^5\, C/kg.$$

Η παραπάνω τροχιά του σωματιδίου αντιστοιχεί σε ημικύκλιο, οπότε το σωματίδιο Χ θα βρίσκεται μέσα στο πεδίο για χρονικό διάστημα:

$$t_1 = \frac{1}{2}T = \frac{\pi m}{Bq} = \frac{\pi}{B\, q/m} = \frac{\pi}{B \cdot \lambda} = \frac{\pi}{0{,}2 \cdot 10^5} s = 15{,}7 \cdot 10^{-5} s$$

ii) Και πάλι καθώς το σωματίδιο θα μπει στο πεδίο, θα δεχτεί δύναμη από το μαγνητικό, ίδιας κατεύθυνσης με πριν, όπως στο παρακάτω σχήμα.



Αλλά τότε και πάλι, το νέο κέντρο της τροχιάς θα βρίσκεται πάνω στην πλευρά ΕΔ (ή στην προέκτασή της). Όμως αφού το σωματίδιο βγαίνει από το πεδίο στο σημείο Γ, τότε το σημείο Γ και το σημείο Μ απέχουν την ίδια απόσταση από το κέντρο της τροχιάς, ίση με την ακτίνα R_2 της νέας κυκλικής τροχιάς. Το μόνο σημείο της ΕΜ που παρουσιάζει αυτήν την ιδιότητα να ισαπέχει από το Μ και το Γ, είναι το σημείο Δ και R_2=α! Αλλά τότε από τον τύπο της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς, θα έχουμε:

$$R_2 = \frac{m\upsilon_2}{Bq} \to \upsilon_2 = \frac{BqR_2}{m} = B\lambda R_2 = 0{,}2 \cdot 10^5 \cdot 0{,}1\, m/s = 2.000\, m/s$$

iii) Αν και η ΓΔ είναι ακτίνα του κύκλου, που διαγράφει το σωματίδιο Χ, τότε η ταχύτητα εξόδου θα είναι κάθετη στην ακτίνα, δηλαδή θα έχει την διεύθυνση της πλευράς ΑΓ, όπως στο παραπάνω σχήμα, με αποτέλεσμα να κινηθεί στο εξής ευθύγραμμα, πλησιάζοντας το ακλόνητο φορτίο στο σημείο Ο.

Αν τώρα η δύναμη Coulomb στην θέση Γ θεωρείται αμελητέα, μπορούμε να θεωρήσουμε άπειρη την απόσταση από το Ο, ενώ στη συνέχεια θα μπει στο ηλεκτρικό πεδίο του φορτίου Q, όπου και θα δεχτεί απωστική ηλεκτρική δύναμη και θα επιβραδυνθεί. Έτσι εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για το σωματίδιο από το Γ μέχρι την θέση Ζ, όπου θα μηδενιστεί η ταχύτητά του, θα έχουμε:

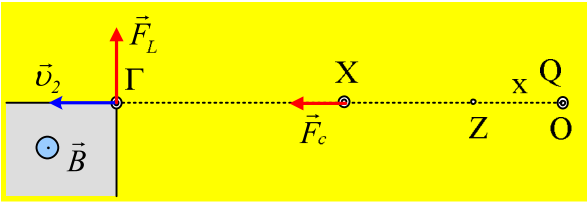
$$K_Z - K_\Gamma = W_{F_c} \to$$

$$0 - \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 = q(V_\Gamma - V_Z) \xrightarrow{V_\Gamma = 0} \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 = k_c \frac{Qq}{x} \quad (1)$$

Στην σχέση καταλήγαμε αν εφαρμόσαμε την διατήρηση της ενέργειας για το σύστημα των δύο φορτίων, οπότε λύνοντας ως προς x, την απόσταση των δύο φορτίων μόλις το σωματίδιο Χ σταματά (στιγμιαία), θα πάρουμε:

$$x = 2k_c \frac{Qq}{m\upsilon_2^2} = \frac{2k_c Q}{\upsilon_2^2}\lambda = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-10}}{\left(2 \cdot 10^3\right)^2} \cdot 10^5\, m = 0{,}045 m = 4{,}5 cm$$

iv) Η δύναμη Coulomb που δέχεται το σωματίδιο Χ, θα συνεχίσει να προσδίδει σε αυτό επιτάχυνση προς τα αριστερά, οπότε μετά το μηδενισμό της ταχύτητάς του στο Ζ, θα κινηθεί προς τα αριστερά και θα φτάσει στην κορυφή Γ, μπαίνοντας ξανά στο μαγνητικό πεδίο (…έστω ότι κινήθηκε ένα χιλιοστό του χιλιοστού χαμηλότερα από το πάνω όριο του πεδίου, μην σταθούμε στο όριο…), με ταχύτητα μέτρου ξανά υ_2 (γιατί;) οπότε θα δεχθεί δύναμη από το πεδίο, όπως στο παρακάτω σχήμα:



Αποτέλεσμα, το σωματίδιο θα βγει άμεσα από το πεδίο, συνεπώς δεν θα φτάσει ποτέ ξανά στο σημείο Μ, στο σημείο εισόδου.

dmargaris@gmail.com