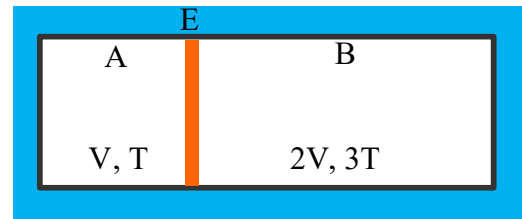


## Η κινητική θεωρία και μια ανάμειξη αερίων.

Ένα οριζόντιο κυλινδρικό δοχείο χωρίζεται σε δύο μέρη Α και Β με την βοήθεια ενός λεπτού εμβόλου Ε, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Με το έμβολο σε ισορροπία, το μέρος Α έχει όγκο  $V_1=V$ , ενώ περιέχει μια ποσότητα  $H_e$  σε απόλυτη θερμοκρασία  $T_1$ . Το άλλο μέρος Β, έχει όγκο  $V_2=2V$  και περιέχεται μια ποσότητα  $A_r$ , σε απόλυτη θερμοκρασία  $T_2=3T_1$ . Όλα τα τοιχώματα είναι θερμομονωτικά.



i) Για τους αριθμούς των μορίων των δύο αερίων ισχύει:

$$\alpha) N_1=N_2, \quad \beta) N_1=1,5N_2, \quad \gamma) N_1=3N_2.$$

ii) Για την μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων των δύο αερίων ισχύει:

$$\alpha) \bar{K}_2 = \bar{K}_1, \quad \beta) \bar{K}_2 = 1,5\bar{K}_1, \quad \gamma) \bar{K}_2 = 3\bar{K}_1.$$

Σε μια στιγμή το έμβολο αφαιρείται, οπότε μετά από λίγο τα δύο αέρια έχουν πλήρως αναμειχθεί.

iii) Η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου μίγματος των αερίων είναι:

$$\alpha) T=1,5T_1, \quad \beta) T=1,8T_1, \quad \gamma) T=2,1T_1.$$

iv) Η τελική πίεση  $p'$  θα είναι ίση:

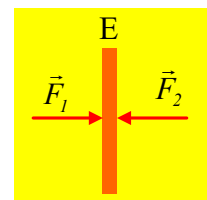
$$\alpha) p' = p, \quad \beta) p' = 1,25p, \quad \gamma) p' = 1,5p.$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

### Απάντηση:

Το έμβολο δέχεται από τα δύο αέρια δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$ , όπως στο σχήμα και ισορροπεί, οπότε αν  $\Delta A$  το εμβαδόν του εμβόλου,  $p_1$  η πίεση στο Α μέρος και  $p_2$  η πίεση στο Β μέρος του δοχείου, θα ισχύει:

$$p_1 = \frac{F_1}{\Delta A} \quad \text{και} \quad p_2 = \frac{F_2}{\Delta A} \quad \xrightarrow{\Sigma F=0 \rightarrow F_1=F_2} p_1 = p_2 = p$$



i) Από την καταστατική εξίσωση για ένα αέριο έχουμε:

$$pV = nRT = \frac{N}{N_A} RT = N \left( \frac{R}{N_A} \right) T = NkT$$

Οπότε εφαρμόζοντάς την για τα δυο αέρια πριν την ανάμειξη έχουμε:

$$p_1 V_1 = N_1 k T_1 \quad (1) \quad \text{και} \quad p_2 V_2 = N_2 k T_2$$

με διαίρεση κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = \frac{N_1 k T_1}{N_2 k T_2} \rightarrow \frac{p V}{p 2V} = \frac{N_1 k T_1}{N_2 k 3T_1} \rightarrow N_1 = 1,5 N_2$$

Σωστή η β) πρόταση.

ii) Η απόλυτη θερμοκρασία συνδέεται με τη μέση (μεταφορική) κινητική ενέργεια των μορίων με τη σχέση:

$$\bar{K} = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT$$

Οπότε για τα δύο αέρια θα έχουμε:

$$\bar{K}_1 = \frac{3}{2} kT_1 \quad \text{και} \quad \bar{K}_2 = \frac{3}{2} kT_2 = \frac{3}{2} k \cdot 3T_1 = 3\bar{K}_1$$

Σωστό το γ)

iii) Κατά την ανάμειξη των δύο αερίων, το μίγμα δεν πήρε ούτε έδωσε ενέργεια στο περιβάλλον του, οπότε η ενέργεια του παραμένει σταθερή. Η ενέργεια που μας ενδιαφέρει εδώ είναι η κινητική ενέργεια των μορίων εξαιτίας της άτακτης μεταφορικής τους κίνησης (εσωτερική ενέργεια κάθε αερίου), οπότε:

$$E_{\text{τελ/ολ}} = E_{A/\text{ολ}} + E_{B/\text{ολ}} \rightarrow$$

$$N_1 \bar{K}_{1/\text{τελ}} + N_2 \bar{K}_{2/\text{τελ}} = N_1 \bar{K}_{1/\text{αρχ}} + N_2 \bar{K}_{2/\text{αρχ}}$$

Όπου  $N_1$  ο αριθμός των μορίων του He και  $N_2$  ο αντίστοιχος αριθμός του Ar, οπότε αν  $T$  η τελική θερμοκρασία θα έχουμε:

$$N_1 \cdot \frac{3}{2} kT + N_2 \cdot \frac{3}{2} kT = N_1 \cdot \frac{3}{2} kT_1 + N_2 \cdot \frac{3}{2} kT_2 \rightarrow$$

$$(N_1 + N_2) \cdot T = N_1 \cdot T_1 + N_2 \cdot T_2$$

Και με αντικατάσταση  $N_1 = 1,5N_2$  παίρνουμε:

$$T = \frac{N_1 \cdot T_1 + N_2 \cdot T_2}{N_1 + N_2} = \frac{1,5N_2 \cdot T_1 + N_2 \cdot 3T_1}{1,5N_2 + N_2} = \frac{4,5N_2 \cdot T_1}{2,5N_2} = 1,8T_1$$

Σωστή η β) πρόταση.

vi) Στην τελική κατάσταση θα έχουμε από την καταστατική εξίσωση  $p'V_{\text{ολ}} = N_{\text{ολ}} kT$  και διαιρώντας κατά μέλη την εξίσωση αυτή με την (1) (ή την (2)) παίρνουμε:

$$\frac{p'V_{\text{ολ}}}{p_1V_1} = \frac{N_{\text{ολ}}kT}{N_1kT_1} \rightarrow \frac{p' \cdot 3V}{pV} = \frac{(1,5N_2 + N_2) \cdot k \cdot 1,8T_1}{1,5N_2kT_1} \rightarrow$$

$$\frac{3p'}{p} = \frac{2,5 \cdot 1,8}{1,5} \rightarrow p' = p$$

### Σχόλιο:

Η εξίσωση (1)  $E_{\text{τελ/ολ}} = E_{A/\text{ολ}} + E_{B/\text{ολ}}$  με τη βοήθεια της εσωτερικής ενέργειας, διατυπώνεται ότι η τελική εσωτερική ενέργεια του αερίου μίγματος, είναι ίση με το άθροισμα των αρχικών εσωτερικών ενεργειών των δύο αερίων:

$$U_{\text{τελ}} = U_1 + U_2$$

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)