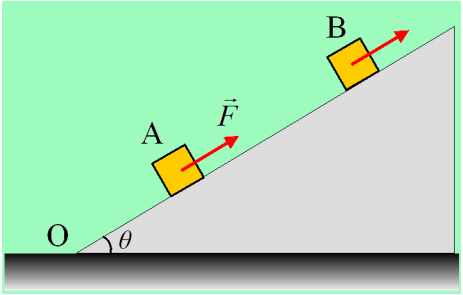
Η μηχανική ενέργεια και η αύξησή της



Ένα σώμα μάζας 2kg ανεβαίνει κατά μήκος ενός κεκλιμένου επιπέδου, κλίσεως θ=30°, με την επίδραση μιας δύναμης F, παράλληλης με το επίπεδο. Σε μια στιγμή t_1, το σώμα περνά από την θέση A, με ταχύτητα υ_1=1m/s, απέχοντας απόσταση (OA)=5m από την βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

Θεωρείστε την δυναμική ενέργεια του σώματος στο οριζόντιο επίπεδο μηδενική, ημθ=1/2 και συνθ=√3/2, ενώ g=10m/s².

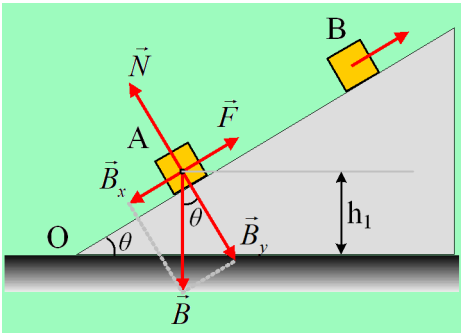
i) Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια του σώματος στη θέση A.

ii) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης F, κατά την μετακίνηση του σώματος από την θέση A στην θέση B, όπου (AB)=15m, αν στη διάρκεια της κίνησης αυτής η δύναμη έχει σταθερό μέτρο F=10,2N

iii) Να υπολογιστεί το έργο του βάρους κατά την παραπάνω κίνηση. Να βρεθεί η αύξηση της δυναμικής ενέργειας του σώματος, μεταξύ των θέσεων A και B και να συγκριθεί με το έργο του βάρους.

iv) Πόση είναι η μηχανική ενέργεια του σώματος στη θέση B; Να συγκριθεί η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας μεταξύ των θέσεων A και B, με το έργο της ασκούμενης δύναμης F.

Απάντηση:



Στο διπλανό σχήμα, έχουμε αναλύσει το βάρος σε δυο συνιστώσες, μια B_x παράλληλη στο επίπεδο και μια B_y κάθετη σε αυτό. Η γωνία μεταξύ του βάρους και της κάθετης συνιστώσας B_y είναι ίση με την γωνία κλίσεως του επιπέδου, αφού οι δυο γωνίες είναι οξείες με κάθετες πλευρές. Παίρνοντας τώρα το ημθ, βρίσκουμε:

$$\eta\mu\theta = \frac{B_x}{B} \rightarrow B_x = B\eta\mu\theta = mg \cdot \eta\mu\theta \quad \text{και}$$

$$\eta\mu\theta = \frac{h}{(OA)} \rightarrow h = (OA) \cdot \eta\mu\theta$$

i) Το σώμα στη θέση A έχει κινητική ενέργεια και δυναμική ενέργεια, όπου:

$$K_1 = \frac{1}{2} m\upsilon_1^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 1^2 J = 1J$$

$$U_1 = mgh_1 = mg \cdot (OA)\eta\mu\theta = 2 \cdot 10 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} J = 50J \rightarrow$$

$$E_{\mu,1} = K_1 + U_1 = 1J + 50J = 51J$$

ii) Για το έργο της ασκούμενης δύναμης F, έχουμε:

$$W_F = F \cdot \Delta x = 10,2N \cdot 15m = 153J$$

iii) Το έργο του βάρους, είναι ίσο με το έργο που παράγει η συνιστώσα B_x, αφού η άλλη συνιστώσα είναι κάθετη στην μετατόπιση και δεν παράγει έργο:

$$W_B = W_{B_x} = B_x \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 180° = -mg \cdot \Delta x \cdot \eta\mu\theta = -2 \cdot 10 \cdot 15 \cdot \tfrac{1}{2} J = -150J$$

Μόλις το σώμα φτάνει στη θέση Β, βρίσκεται σε ύψος h_2 από το οριζόντιο επίπεδο, όπου:

$$\eta\mu\theta = \frac{h_2}{(OB)} \rightarrow h_2 = (OB) \cdot \eta\mu\theta = 20 \cdot \frac{1}{2} m = 10m$$

Συνεπώς το σώμα έχει δυναμική ενέργεια:

$$U_2 = mgh_2 = 2 \cdot 10 \cdot 10J = 200J$$

Αλλά τότε η μεταβολή (η αύξηση) της δυναμικής του ενέργειας είναι ίση:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = 200J - 50J = 150J$$

αντίθετη με το έργο του βάρους αφού W_B=-150J, σύμφωνα και με την θεωρία μας, αφού:

$$W_B = U_{\alpha\rho\chi} - U_{\tau\varepsilon\lambda} = U_1 - U_2 = 50J - 200J = -150J$$

iv) Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σώμα, από την θέση Α μέχρι την θέση Β, παίρνουμε (W_N=0, δύναμη κάθετη στη μετατόπιση):

$$K_2 - K_1 = W_F + W_B + W_N \rightarrow$$
$$K_2 = K_1 + W_F + W_B + 0 \rightarrow$$
$$K_2 = 1J + 153J - 150J = 4J$$

Συνεπώς η μηχανική ενέργεια του σώματος στη θέση Β, είναι ίση:

$$E_{\mu,2} = K_2 + U_2 = 4J + 200J = 204J$$

Αλλά τότε μεταξύ των θέσεων Α και Β, παρουσιάζεται μια μεταβολή (αύξηση) της μηχανικής ενέργειας:

$$\Delta E = E_{\mu,2} - E_{\mu,1} = 204J - 51J = 153J$$

Ίση με το έργο της δύναμης F, πράγμα που θα έπρεπε να το αναμένουμε! Γιατί; Γιατί μέσω του έργου της δύναμης μεταφέρεται ενέργειας στο σώμα 153J και γι΄αυτό παρατηρείται και αύξηση της μηχανικής ενέργειας κατά 153J.

dmargaris@gmail.com