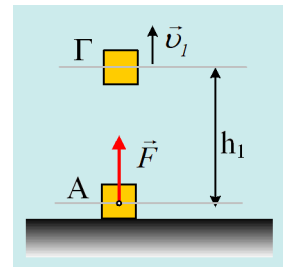


## Η μηχανική ενέργεια και η διατήρησή της

Ένα σώμα μάζας  $m=0,2\text{kg}$  ηρεμεί στο έδαφος, στο σημείο Α, όπου θεωρούμε μηδενική την δυναμική του ενέργεια. Σε μια στιγμή, ασκείται πάνω του μια μεταβλητή κατακόρυφη δύναμη  $F$ , με αποτέλεσμα να κινηθεί κατακόρυφα και μετά από λίγο να φτάνει σε μια θέση Γ, σε ύψος  $h_1=4,2\text{m}$  από το έδαφος, με ταχύτητα  $v_1=4\text{m/s}$ .



Αν η αντίσταση του αέρα θεωρηθεί αμελητέα:

- i) Να υπολογισθεί το έργο της δύναμης  $F$ , από την θέση Α, μέχρι τη θέση Γ.
- ii) Να βρεθεί η μηχανική ενέργεια του σώματος στην θέση Γ.

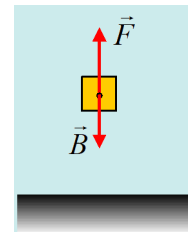
Στην θέση Γ, η δύναμη  $F$  καταργείται και πλέον το σώμα κινείται με την επίδραση μόνο του βάρους.

- iii) Ποιο το μέγιστο ύψος από το έδαφος, στο οποίο φτάνει το σώμα;
- iv) Με ποια ταχύτητα το σώμα επιστρέφει στο έδαφος, στη θέση Α;
- v) Αν η αντίσταση του αέρα δεν θεωρηθεί αμελητέα, και το σώμα φτάνει στο σημείο Γ με την ίδια ταχύτητα, όπως και πριν, σε ποιο ύψος από το έδαφος θα έφτανε, αν η αντίσταση του αέρα θεωρηθεί σταθερή με μέτρο  $F_1=0,1mg$  (μια μέση τιμή) και κατεύθυνση αντίθετη της ταχύτητας του σώματος.

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

### Απάντηση:

- i) Εφαρμόζουμε για το σώμα το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε.) από την θέση Α, μέχρι τη θέση Γ, λαμβάνοντας υπόψη ότι δέχεται δύο δυνάμεις, το βάρος και την δύναμη  $F$ , όπως στο σχήμα.



$$K_{\Gamma} - K_A = W_F + W_B \rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 - 0 = W_F - Bh_1 \rightarrow$$

$$W_F = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 \quad (1)$$

$$W_F = \frac{1}{2}0,2 \cdot 4^2 J + 0,2 \cdot 10 \cdot 4,2 J = 10 J$$

- ii) Μηχανική ενέργεια ονομάζουμε το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας του σώματος, όπου για την δυναμική, αφού  $U_A=0$ , στη θέση Γ, σε ύψος  $h_1$  θα είναι ίση με  $U=mgh_1$ . Αλλά τότε:

$$E_{\Gamma} = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 \xrightarrow{(1)} E_{\Gamma} = W_F = 10 J$$

- iii) Μόλις καταργηθεί η δύναμη  $F$ , το σώμα κινείται με την επίδραση μόνο του βάρους, μιας συντηρητικής δύναμης, συνεπώς η μηχανική του ενέργεια παραμένει σταθερή και ίση πάντα με 10J. Αλλά τότε και στο μέγιστο ύψος  $h_2$ , όπου θα μηδενιστεί η ταχύτητά του, θα έχει μηχανική ενέργεια ίση με  $E_{\Gamma}$ , οπότε:

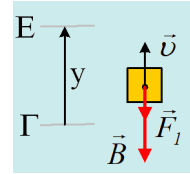
$$K_2 + U_2 = E_{\Gamma} \rightarrow 0 + mgh_2 = E_{\Gamma} \rightarrow h_2 = \frac{E_{\Gamma}}{mg} = \frac{10 J}{0,2 \cdot 10 N} = 5 m$$

- iv) Με την ίδια λογική, όταν το σώμα επιστρέφει στο έδαφος, στη θέση Α, θα έχει μηχανική ενέργεια επίσης 10J, όπου στην περίπτωση αυτή θα έχουμε μόνο κινητική ενέργεια, αφού  $U_A=0$ .

$$K_A + U_A = E_\Gamma \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + 0 = E_\Gamma \rightarrow$$

$$v_A = \sqrt{\frac{2E_\Gamma}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{0,2}} \text{ m/s} = \sqrt{100} \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$$

- ν) Η αντίσταση του αέρα είναι μια μη συντηρητική δύναμη, συνεπώς η μηχανική ενέργεια δεν παραμένει σταθερή. Αλλά τότε δεν μπορούμε να δουλέψουμε όπως παραπάνω... Έστω τώρα ότι το σώμα σταματά την προς τα πάνω κίνησή του σε ένα σημείο E, σε ύψος  $h_3$  από το έδαφος, αφού μετατοπισθεί κατά  $y$ , από την θέση Γ, μέχρι την θέση E. Εφαρμόζουμε για την παραπάνω κίνηση το Θ.Μ.Κ.Ε. και έχουμε:



$$K_E - K_\Gamma = W_{F_l} + W_B \rightarrow 0 - \frac{1}{2}mv_l^2 = -F_l y - By \rightarrow$$

$$-\frac{1}{2}mv_l^2 = -0,1mgy - mgy \rightarrow 1,1mgy = \frac{1}{2}mv_l^2$$

$$y = \frac{v_l^2}{2 \cdot 1,1g} = \frac{4^2}{2,2 \cdot 10} \text{ m} \approx 0,7 \text{ m} \rightarrow$$

$$h_E = h_\Gamma + y = 4,2 \text{ m} + 0,7 \text{ m} = 4,9 \text{ m}$$

### Σχόλιο:

Αξίζει να προσέξουμε το παραπάνω αποτέλεσμα, με το αντίστοιχο ύψος του ερωτήματος iii). Χωρίς αντίσταση του αέρα η μηχανική ενέργεια διατηρείται και το σώμα φτάνει σε ύψος 5m. Η αντίσταση του αέρα είναι μη συντηρητική δύναμη, με αποτέλεσμα να μειώνει την μηχανική ενέργεια, οπότε το σώμα φτάνει σε μικρότερο ύψος από το έδαφος.

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)