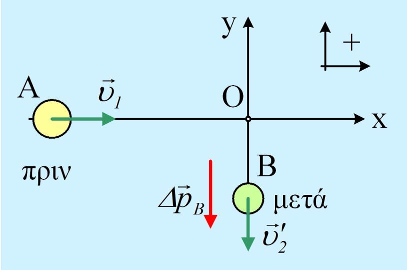
Η σφαίρα ήταν ακίνητη;

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινείται με σταθερή οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ μια σφαίρα Α και σε μια στιγμή, συγκρούεται με δεύτερη σφαίρα Β, στην θέση Ο. Το σημείο Ο το λαμβάνουμε ως αρχή ενός οριζόντιου συστήματος αξόνων xy, οπότε η Α σφαίρα αρχικά κινείται πάνω στον άξονα x, προς την θετική κατεύθυνση, ενώ μετά την κρούση, η σφαίρα Β, κινείται πάνω στον άξονα y, προς την αρνητική κατεύθυνση. Δίνεται ακόμη ότι η μεταβολή της ορμής $\Delta\vec{p}_B$ της σφαίρας Β, η οποία οφείλεται στην κρούση, έχει την ίδια κατεύθυνση με την τελική ταχύτητα $\vec{\upsilon}\,'_2$, όπως στο διπλανό σχήμα.



i) Ποια είναι η κατεύθυνση της μεταβολής της ορμής της Α σφαίρας, που οφείλεται στην κρούση;

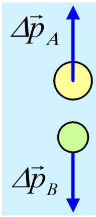
ii) Η σφαίρα Β ήταν ακίνητη ή όχι πριν την κρούση;

iii) Αν η σφαίρα Β έχει μάζα 1*kg* και τελική ταχύτητα μέτρου 1*m/s*, ενώ Δp_B=-3*kgm/s*, να υπολογισθεί η ταχύτητά της πριν την κρούση.

Απάντηση:

i) Αφού το σύστημα είναι μονωμένο η ορμή του παραμένει σταθερή. Έτσι από την ΑΔΟ παίρνουμε:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}\,'_1 + \vec{p}\,'_2 \rightarrow \vec{p}\,'_1 - \vec{p}_1 = \vec{p}_2 - \vec{p}\,'_2 \rightarrow$$
$$\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$$

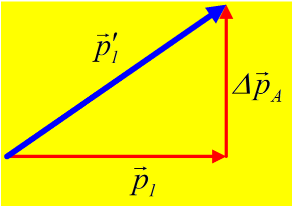


Παρατηρούμε ότι η μεταβολή της ορμής της Α σφαίρας είναι αντίθετη της αντίστοιχης μεταβολής της ορμής της Β σφαίρας, όπως στο διπλανό σχήμα.

ii) Αφού η μεταβολή της ορμής (κάθε σφαίρας) είναι στην διεύθυνση του άξονα y, στον άξονα x η ορμή της Α σφαίρας παραμένει σταθερή (προσοχή, δεν μιλάμε για διατήρηση της ορμής μιας σφαίρας εδώ, αλλά για την ίδια ορμή της σφαίρας στην διεύθυνση x). Εξάλλου αφού η μεταβολή της ορμής της σφαίρας Α είναι στον y άξονα, την ίδια κατεύθυνση έχει και η δύναμη που δέχτηκε από την σφαίρα Β, στη διάρκεια της κρούσης. Αλλά τότε στην διεύθυνση x, δεν μετεβλήθη η ορμή της. Αλλά για την μεταβολή της ορμής της σφαίρας Α, μπορούμε να γράψουμε:

$$\Delta\vec{p}_A = \vec{p}\,'_1 - \vec{p}_1 \rightarrow \vec{p}\,'_1 = \Delta\vec{p}_A + \vec{p}_1$$

σχεδιάζοντας τα διανύσματα, όπως στο διπλανό σχήμα. Το τρίγωνο που παίρνουμε είναι ορθογώνιο και η υποτείνουσα είναι προφανώς μεγαλύτερη από τις κάθετες πλευρές. Δηλαδή εδώ $|\vec{p}\,'_1| > |\vec{p}_1|$.



Αύξηση όμως του μέτρου της ορμής της Α σφαίρας, σημαίνει και αύξηση του μέτρου της ταχύτητας και συνεπώς αύξηση και της κινητικής της ενέργειας.

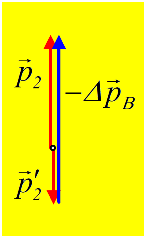
$$K = \frac{1}{2} m\upsilon^2 = \frac{p^2}{2m}$$

Η αύξηση αυτή προέκυψε με μεταφορά ενέργειας από την Β σφαίρα, αλλά για να μπορεί να «δώσει ενέργεια» η Β σφαίρα, σημαίνει ότι έχει κινητική ενέργεια! (ουκ αν λάβεις παρά του μη έχοντος!!!). Η σφαίρα Β λοιπόν έχει κάποια ταχύτητα ελάχιστα πριν την κρούση.

iii) Για την αντίστοιχη μεταβολή της ορμής της Β σφαίρας έχουμε:

$$\Delta\vec{p}_B = \vec{p}\,'_2 - \vec{p}_2 \rightarrow \vec{p}_2 = \vec{p}\,'_2 - \Delta\vec{p}_B = \vec{p}\,'_2 + \left(-\Delta\vec{p}_B\right) \quad (1)$$

Αν όμως τα διανύσματα $\vec{p}\,'_2$ και $\Delta\vec{p}_B$ είναι συγγραμμικά, τότε και η διαφορά τους θα βρίσκεται στην ίδια διεύθυνση, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η σφαίρα δηλαδή πριν την κρούση είχε ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ πάνω στον άξονα y, με φορά προς την θετική κατεύθυνση.



Γράφοντας τώρα την εξίσωση (1) με την αλγεβρική της μορφή, θα έχουμε:

$$p_2 = p'_2 - \Delta p_B \rightarrow m_2\upsilon_2 = m_2\upsilon'_2 - \Delta p_B \rightarrow$$

$$\upsilon_2 = \upsilon'_2 - \frac{\Delta p_B}{m_2} = -1m/s - \frac{-3}{1} m/s = 2m/s$$

dmargaris@gmail.com