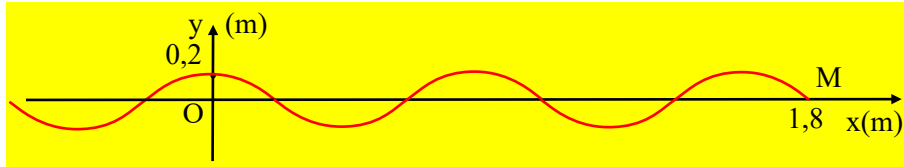


### Από ένα στιγμιότυπο κύματος

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου και από αριστερά προς τα δεξιά (θετική κατεύθυνση) διαδίδεται ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα, το οποίο τη στιγμή  $t_0=0$  φτάνει στην αρχή  $O$ , ενός συστήματος αξόνων  $x,y$ . Στο σχήμα βλέπουμε ένα στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή  $t_1=0,9s$ , όπου το σημείο  $O$  βρίσκεται στην μέγιστη θετική απομάκρυνσή του  $y_0=+0,2m$ .



- i) Να βρεθούν το μήκος κύματος, η περίοδος και η ταχύτητα του κύματος.
- ii) Ποια η εξίσωση του κύματος;
- iii) Ένα σημείο  $K$  βρίσκεται στη θέση  $x_K=4/3m$ .
  - α) Να βρεθεί η απομάκρυνση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σημείου  $K$ , τη στιγμή  $t_1$ .
  - β) Να βρεθεί η απομάκρυνση το σημείου  $K$ , από τη θέση ισορροπίας του, τις χρονικές στιγμές:
    - a)  $t_2=0,6s$  και b)  $t_3=29/30s$ .

#### Απάντηση:

- i) Με βάση το στιγμιότυπο, βλέπουμε ότι το κύμα από  $0-t_1$  έχει διαδοθεί σε απόσταση  $1,8m$ , απόσταση που αντιστοιχεί σε  $2,25$  μήκη κύματος, οπότε το χρονικό αυτό διάστημα αντιστοιχεί σε  $2,25$  περιόδους ταλάντωσης των σημείων του μέσου. Με βάση αυτά:

$$N = \frac{d}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{d}{N} = \frac{1,8m}{2,25} = 0,8m \quad \text{ενώ}$$

$$N = \frac{t_1}{T} \rightarrow T = \frac{t_1}{N} = \frac{0,9s}{2,25} = 0,4s \quad \text{και}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,8m}{0,4s} = 2m/s \quad \text{ή εναλλακτικά} \quad v = \frac{d}{t_1} = \frac{1,8m}{0,9s} = 2m/s$$

- ii) Με βάση το στιγμιότυπο, βλέπουμε ότι το σημείο  $M$  στο οποίο έχει φτάσει το κύμα τη στιγμή  $t_1$  πρόκειται να κινηθεί προς τα πάνω και αυτό συμβαίνει και για κάθε σημείο που φτάνει το κύμα. Άρα και το σημείο  $O$ , στη θέση  $x=0$  τη στιγμή  $t=0$ , άρχισε να ταλαντώνεται ξεκινώντας από την θέση ισορροπίας του κινούμενο προς την θετική κατεύθυνση, έχοντας δηλαδή μηδενική αρχική φάση. Αυτό σημαίνει ότι η εξίσωση του κύματος είναι αυτή που δίνει το σχολικό βιβλίο, είναι δηλαδή της μορφής:

$$y = A \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = 0,2 \cdot \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{0,4} - \frac{x}{0,8} \right) \quad (\text{S.I.}) \quad \text{με } x > 0 \quad \text{και } t > 0$$

iii) α) Αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση κύματος  $x=x_K=4/3m$ , παίρνουμε για το σημείο Κ, τη στιγμή  $t_1$ :

$$y_K = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{0,4} - \frac{4}{3 \cdot 0,8} \right) = 0,2 \cdot \eta\mu \left( 2\pi \frac{t}{0,4} - \frac{10\pi}{3} \right) \quad (1) \text{ και για } t=t_1 \rightarrow$$

$$y_K = 0,2 \cdot \eta\mu \left( 2\pi \frac{0,9}{0,4} - \frac{10\pi}{3} \right) = 0,2 \cdot \eta\mu \left( \frac{7\pi}{6} \right) = -0,1m$$

Αλλά αν η εξίσωση (1) δίνει την απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας του σημείου Κ, η αντίστοιχες εξισώσεις για ταχύτητα και επιτάχυνση θα είναι:

$$v_K = A\omega \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \left( \frac{t}{0,4} - \frac{4}{3 \cdot 0,8} \right) = 0,2 \cdot \frac{2\pi}{0,4} \cdot \sigma\upsilon\nu \left( \frac{7\pi}{6} \right) = -\pi \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} m/s \text{ και}$$

$$\alpha_K = -A\omega^2 \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{0,4} - \frac{4}{3 \cdot 0,8} \right) = -\omega^2 \cdot y_K = -\frac{4\pi^2}{T^2} y_K \approx 25m/s^2$$

β) Το κύμα φτάνει στο σημείο Κ τη χρονική στιγμή:

$$x_K = vt' \rightarrow t' = \frac{x_K}{v} = \frac{4/3}{2} s = \frac{2}{3} s = 0,67s$$

α) Αλλά τότε τη στιγμή  $t_2=0,6s$ , το κύμα δεν έχει φτάσει στο σημείο Κ, το οποίο δεν έχει αρχίσει να ταλαντώνεται και παραμένει ακίνητο στη θέση ισορροπίας.

β) Από την εξίσωση (1) για  $t_2=29/30s$  παίρνουμε:

$$y_{K,2} = 0,2 \cdot \eta\mu \left( 2\pi \frac{t}{0,4} - \frac{10\pi}{3} \right) = 0,2 \cdot \eta\mu \left( 2\pi \frac{29/30}{0,4} - \frac{10\pi}{3} \right) m = 0,2 \cdot \eta\mu \left( \frac{3\pi}{2} \right) m = -0,2m$$

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)