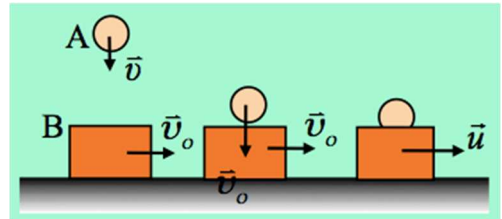


Η ορμή και η κάθετη αντίδραση του επιπέδου

Μια μικρή σφαίρα A μάζας m αφήνεται να πέσει από ορισμένο ύψος και φτάνοντας στο έδαφος με ταχύτητα μέτρου v_0 συγκρούεται πλαστικά, με ένα δεύτερο σώμα B, μάζας $M=3m$, το οποίο κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα μέτρου επίσης v_0 . Το σώμα B δεν εμφανίζει τριβές με το επίπεδο και μετά την κρούση το συσσωμάτωμα κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου u , όπως στο σχήμα.



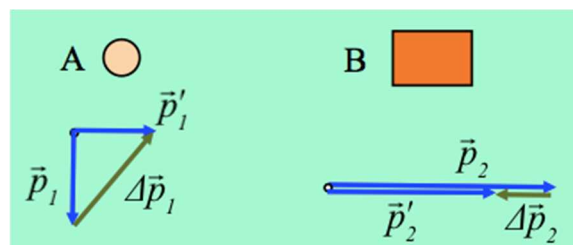
- i) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες.
 - α) Στη διάρκεια της κρούσης η ορμή της σφαίρας A διατηρείται.
 - β) Στη διάρκεια της κρούσης η ορμή του σώματος B διατηρείται.
 - γ) Στη διάρκεια της κρούσης η ορμή του συστήματος (σφαίρα A-σώμα B), διατηρείται.
 - δ) Η μεταβολή της ορμής του σώματος B είναι οριζόντια.
 - ε) Η δύναμη F_2 που ασκεί η σφαίρα A στο σώμα B, στη διάρκεια της κρούσης είναι κατακόρυφη.
- ii) Αφού σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα του συστήματος των δύο σωμάτων A-B, στη διάρκεια της κρούσης, κάνετε τις αντιστοιχίσεις για το μέτρο της κάθετης αντίδρασης που το επίπεδο ασκεί στο σώμα B, στα διάφορα χρονικά διαστήματα:

Χρονικό διάστημα	N
<ul style="list-style-type: none"> Πριν την κρούση Στη διάρκεια της κρούσης Μετά την κρούση 	$N=3mg$ $3mg < N < 4mg$ $N=4mg$ $N > 4mg$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα της ορμής, κάθε σώματος, πριν και μετά την κρούση, καθώς και το αντίστοιχο διάνυσμα μεταβολής της ορμής, που οφείλεται στην κρούση.



- i) Με βάση το παραπάνω σχήμα, θα έχουμε:
 - α) Η πρόταση είναι λανθασμένη. Υπάρχει μεταβολή $\Delta\vec{p}_1$, όπως φαίνεται στο σχήμα.
 - β) Και αυτή η πρόταση είναι λανθασμένη. Στο σχήμα βλέπουμε το διάνυσμα $\Delta\vec{p}_2$ το οποίο δεν είναι μηδενικό, αφού οι ταχύτητες \vec{v}_0 και \vec{u} είναι διαφορετικές.

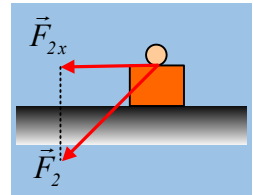
γ) Για να διατηρείται η ορμή του συστήματος των σωμάτων Α και Β, θα πρέπει τα διανύσματα $\Delta\vec{p}_1$ και $\Delta\vec{p}_2$ να είναι αντίθετα, αφού θα πρέπει να ισχύει:

$$\Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = 0$$

πράγμα που με βάση το σχήμα, δεν μπορεί να ισχύει. Η πρόταση είναι λανθασμένη.

δ) Η πρόταση είναι σωστή. Το σώμα Β πριν και μετά την κρούση κινείται οριζόντια, οπότε οριζόντια είναι και η αντίστοιχη μεταβολή της ορμής του.

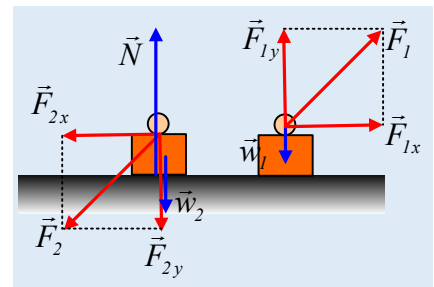
ε) Αφού η μεταβολή της ορμής του σώματος Β είναι οριζόντια, κάποια οριζόντια δύναμη πρέπει να δέχτηκε στη διάρκεια της κρούσης, η οποία προκάλεσε αυτήν την μεταβολή της ορμής. Το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο, οπότε δεν μπορεί να ασκήσει οριζόντια συνιστώσα δύναμης, οπότε πρέπει η δύναμη F_2 που ασκήθηκε στο σώμα Β από τη σφαίρα, να έχει και οριζόντια συνιστώσα. Η συνιστώσα F_{2x} , στο διπλανό σχήμα, η οποία έχει την κατεύθυνση του διανύσματος $\Delta\vec{p}_2$, είναι αυτή που προκαλεί την μεταβολή της ορμής του σώματος Β. |



Η πρόταση είναι λανθασμένη.

ii) Οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα (Α-Β) είναι τα δυο βάρη και η κάθετη αντίδραση του επιπέδου (με μπλε χρώμα στο σχήμα). Πριν την κρούση το σώμα Β ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση οπότε

$$\Sigma\vec{F}_y = 0 \rightarrow N - Mg = 0 \rightarrow N = 3mg$$



Όμοια μετά την κρούση, για το συσσωμάτωμα ισχύει:

$$\Sigma\vec{F}_y = 0 \rightarrow N - (M + m)g = 0 \rightarrow N = 4mg$$

Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα στη διάρκεια της κρούσης, όπου η F_1 η αντίδραση της δύναμης F_2 , την οποία σχεδιάσαμε παραπάνω. Εφαρμόζοντας τον γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα στην κατακόρυφη διεύθυνση, με θετική φορά προς τα πάνω, για την σφαίρα Α, έχουμε:

$$\frac{\Delta p_{1,y}}{\Delta t} = \Sigma F_{1,y} \rightarrow F_{1,y} - mg = \frac{0 - (p_{1,y})}{\Delta t} \rightarrow F_{1,y} = mg + \frac{p_{1,y}}{\Delta t} \rightarrow F_{1,y} > mg$$

Αλλά το σώμα Β, ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, οπότε:

$$\Sigma\vec{F}_y = 0 \rightarrow N - Mg - F_{2,y} = 0 \rightarrow N = Mg + F_{2,y} = 3mg + F_{1,y}$$

Αλλά αν $F_{1,y} > mg$, τότε και $N > 3mg + mg$ ή $N > 4mg$.

Με βάση τα παραπάνω, έχουμε τις αντιστοιχίσεις:

Χρονικό διάστημα	N
• Πριν την κρούση	N=3mg
• Στη διάρκεια της κρούσης	3mg < N < 4mg
• Μετά την κρούση	N=4mg N > 4mg

Σχόλια:

- 1) Οι δυνάμεις F_1 F_2 που ασκούνται από το ένα σώμα στο άλλο, είναι μεταβλητές. Έτσι όταν χρησιμοποιήσαμε τις παραπάνω εξισώσεις, αναφερόμαστε στη μέση τιμή του μέτρου τους. Αλλά και η N που βρήκαμε ότι έχει μέτρο μεγαλύτερο από 4mg, ξανά για την μέση τιμή της αναφερόμαστε. Να σημειωθεί πάντως ότι σε όλη τη διάρκεια της κρούσης η N έχει μέτρο μεγαλύτερο από 4mg...
- 2) Με βάση το σχήμα με τις δυνάμεις, βλέπουμε ότι δεν υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις οριζόντιες. Έτσι η ορμή στην οριζόντια διεύθυνση παραμένει σταθερή, οπότε εφαρμόζοντας την ΑΔΟ, για το σύστημα των δύο σωμάτων, στον άξονα x παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_{x,εξ} = 0 \rightarrow \vec{p}_{αρχ,x} = \vec{p}_{τελ,x} \rightarrow Mv_o = (M+m)u \rightarrow \\ u = \frac{3mv_o}{3m+m} = \frac{3}{4}v_o \end{aligned}$$

Για το λόγο αυτό στο πρώτο σχήμα σχεδιάσαμε το διάνυσμα Δp_1 μικρότερο από το διάνυσμα Δp_1 με συνέπεια η δύναμη F_1 , να δίνει οριζόντια συνιστώσα αντίθετης κατεύθυνσης από την ταχύτητα.

dmargaris@gmail.com