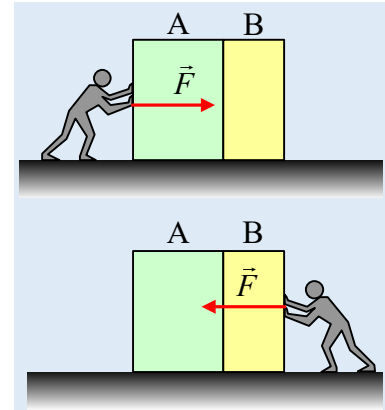


Σπρώχνοντας δύο κιβώτια

Ένα παιδί σπρώχνει σε οριζόντιο επίπεδο δύο μεγάλα κιβώτια A και B, τα οποία βρίσκονται σε επαφή, ασκώντας σταθερή οριζόντια δύναμη F , πρώτα στο κιβώτιο A, όπως στο πάνω σχήμα, οπότε το A αποκτά επιτάχυνση μέτρου a_1 . Αν την ίδια οριζόντια δύναμη την ασκήσει στο B κιβώτιο, όπως στο κάτω σχήμα, τότε αυτό αποκτά επιτάχυνση μέτρου a_2 . Δίνεται ότι το A κιβώτιο έχει μεγαλύτερη μάζα από το B, ενώ τα κιβώτια δεν παρουσιάζουν τριβές με το οριζόντιο επίπεδο.



i) Για τα μέτρα των δύο παραπάνω επιταχύνσεων ισχύει:

$$\alpha) a_1 < a_2, \quad \beta) a_1 = a_2, \quad \gamma) a_1 > a_2.$$

ii) Αν F_1 η δύναμη που ασκεί το κιβώτιο A στο B στην πάνω εικόνα και F_2 η αντίστοιχη δύναμη στην κάτω, τότε:

α) Να σχεδιάσετε στο σχήμα τις δυνάμεις F_1 και F_2 .

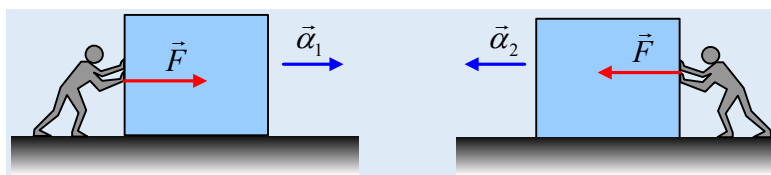
β) Για τα μέτρα των παραπάνω δυνάμεων θα ισχύει:

$$\beta_1) F_1 < F_2, \quad \beta_2) F_1 = F_2, \quad \beta_3) F_1 > F_2.$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

i) Σπρώχνοντας το παιδί είτε το A είτε το B κιβώτιο, αυτά θα επιταχυνθούν μαζί, αποκτώντας την ίδια επιτάχυνση κάθε φορά, την πρώτη μέτρου a_1 και αντίστοιχα την δεύτερη a_2 . Είτε δηλαδή μιλάμε για την επιτάχυνση του A, είτε του B κιβωτίου, δεν υπάρχει κάποια διαφορά. Αντιμετωπίζοντας τα δυο κιβώτια σαν ένα σώμα μάζας $m = m_1 + m_2$, θα πάρουμε εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο της δυναμικής (στο σχήμα δεν έχουν σχεδιαστεί το βάρος και η κάθετη αντίδραση του επιπέδου, αφού το σώμα ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, οπότε οι δυνάμεις αυτές δεν επηρεάζουν την επιτάχυνση):

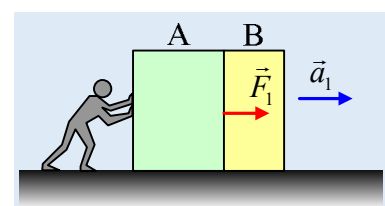


$$\vec{F} = m\vec{a}_1 \xrightarrow{\text{μέτρα}} F = ma_1 \quad \text{όμοια} \quad F = ma_2 \quad (1)$$

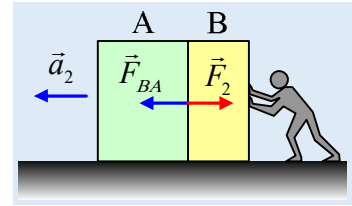
Συνεπώς οι δυο επιταχύνσεις έχουν ίσα μέτρα $a_1 = a_2$. Σωστό το β).

ii) Αν για τα μέτρα των δύο επιταχύνσεων έχουμε $a_1 = a_2 = a$, τότε:

α) Για την πάνω εικόνα, αφού το σώμα B, επιταχύνεται προς τα δεξιά, με επιτάχυνση \vec{a}_1 , θα δέχεται από το A κιβώτιο οριζόντια δύναμη της ίδιας κατεύθυνσης, όπως στο διπλανό σχήμα.



Στην κάτω εικόνα τώρα, αν εστιάσουμε στο Α κιβώτιο, αυτό επιταχύνεται προς τα αριστερά, συνεπώς δέχεται από το Β κιβώτιο δύναμη προς τα αριστερά την \vec{F}_{BA} . Αλλά τότε το κιβώτιο Α, ασκεί στο Β την αντίδραση της δύναμης αυτής, την \vec{F}_2 , με κατεύθυνση προς τα δεξιά, όπως στο σχήμα. Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι και στις δύο παραπάνω περιπτώσεις το Α ασκεί δύναμη στο κιβώτιο Β, με κατεύθυνση προς τα δεξιά.



β) Για το μέτρο της δύναμης \vec{F}_1 έχουμε:

$$\vec{F}_1 = m_2 \vec{a}_1 \xrightarrow{\text{μέτρα}} F_1 = m_2 a \xrightarrow{(1)} F_1 = m_2 \cdot \frac{F}{m_1 + m_2} \rightarrow$$

$$F_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F \quad (2)$$

Όμοια για το μέτρο της δύναμης \vec{F}_2 θα έχουμε:

$$\vec{F}_{BA} = m_1 \vec{a}_2 \xrightarrow{\text{μέτρα}} F_{BA} = m_1 a \xrightarrow{(1)} F_2 = m_1 \cdot \frac{F}{m_1 + m_2} \rightarrow$$

$$F_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} F \quad (3)$$

Με διαίρεση των σχέσεων (2) και (3) κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_2}{m_1} \xrightarrow{m_2 < m_1} \frac{F_1}{F_2} < 1 \rightarrow F_1 < F_2$$

Σωστό το β₁)

dmargaris@gmail.com