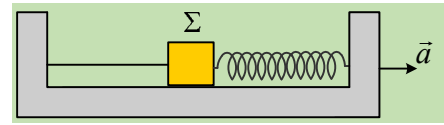


Στην καρότσα ενός φορτηγού.

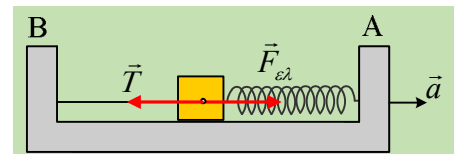
Ένα σώμα Σ μάζας 5kg μεταφέρεται στην λεία καρότσα ενός φορτηγού το οποίο κινείται σε ευθύγραμμο οριζόντιο δρόμο με σταθερή επιτάχυνση $a=0,8\text{m/s}^2$. Το σώμα είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=40\text{N/m}$, το οποίο έχει επιμηκυνθεί κατά $\Delta l=0,15\text{m}$ και στο άκρο οριζόντιου νήματος, όπως στο σχήμα.



- Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που το ελατήριο ασκεί στο σώμα Σ , καθώς την τάση του νήματος.
- Ποια τα μέτρα των δύο παραπάνω δυνάμεων, αν το φορτηγό σταματήσει να επιταχύνεται, κινούμενο με σταθερή ταχύτητα;
- Αν το φορτηγό αυξήσει σιγά – σιγά την επιτάχυνσή του, να υπολογισθεί η μέγιστη δυνατή επιτάχυνση που μπορεί να αποκτήσει, χωρίς να μεταβληθεί το μήκος του ελατηρίου.
- Τι πρόκειται να συμβεί αν το φορτηγό αυξήσει την επιτάχυνσή του στην τιμή $a_1=2\text{m/s}^2$;

Απάντηση:

Δεν θα ασχοληθούμε με τις κατακόρυφες δυνάμεις, βάρος και κάθετη αντίδραση από την καρότσα, οι οποίες είναι αντίθετες, αφού το σώμα Σ ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση. Στην οριζόντια διεύθυνση στο σώμα ασκούνται οι δυνάμεις όπως στο σχήμα, αφού το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί και ασκεί δύναμη «επαναφοράς», τείνοντας να επανέλθει στο φυσικό μήκος του.



- Για το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου, έχουμε:

$$F_{ελ} = k\Delta l = 100 \cdot 0,15\text{N} = 6\text{N}$$

Ενώ εφαρμόζοντας για το σώμα, το θεμελιώδη νόμο της δυναμικής, παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F} &= m\vec{a} \xrightarrow{\text{μέτρα}} F_{ελ} - T = ma \quad (1) \rightarrow \\ T &= F_{ελ} - ma = 6\text{N} - 5 \cdot 0,8\text{N} = 2\text{N} \end{aligned}$$

- Αν το φορτηγό κινηθεί με σταθερή ταχύτητα, δεν πρόκειται να αλλάξει κάτι, όσον αφορά την επιμήκυνση του ελατηρίου, συνεπώς δεν θα μεταβληθεί και το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου. Όμως για το σώμα Σ θα ισχύει ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα, οπότε για την τάση του νήματος T_1 έχουμε:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \xrightarrow{\text{μέτρα}} F_{ελ} - T_1 = 0 \rightarrow T_1 = F_{ελ} = 6\text{N}$$

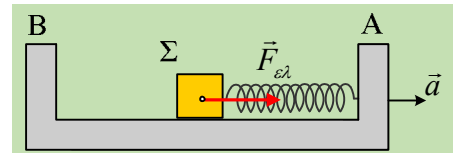
Συμπέρασμα το σώμα Σ θα ακολουθήσει την κίνηση του φορτηγού, χωρίς να ολισθήσει ως προς την καρότσα, αφού το νήμα εμποδίζει την κίνησή του προς τα δεξιά, ώστε να πλησιάσει την πλευρά Α και έτσι να μειωθεί το μήκος του ελατηρίου.

- Αν αυξηθεί η επιτάχυνση του φορτηγού, θα πρέπει να αυξηθεί και του σώματος Σ , αν πρόκειται να κινείται μαζί με την καρότσα. Αλλά από την εξίσωση (1) για να αυξηθεί η επιτάχυνση θα πρέπει ή να αυξηθεί η

δύναμη του ελατηρίου, πράγμα που σημαίνει το σώμα να επιμηκύνει επιπλέον το ελατήριο, απομακρυνόμενο από την πλευρά Α, της καρότσας, πράγμα που δεν θέλουμε να συμβεί, ή να μειωθεί το μέτρο της τάσης του νήματος. Όμως η ελάχιστη τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος είναι να μηδενιστεί, οπότε από την εξίσωση (1) βρίσκουμε την ζητούμενη επιτάχυνση:

$$F_{ελ} - T = ma \xrightarrow{T=0} a_{max} = \frac{F_{ελ}}{m} = \frac{6N}{5kg} = 1,2m/s^2.$$

- iv) Αν το φορτηγό ξεπεράσει την παραπάνω επιτάχυνση, αφού θα μηδενιστεί η τάση του νήματος, είναι σαν να μην υπάρχει το νήμα. Έτσι αν το μέτρο της επιτάχυνσης του φορτηγού γίνει ίσο με $2m/s^2$, εφαρμόζοντας το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για το σώμα Σ, αμέσως μόλις μεταβληθεί η επιτάχυνση, με μόνη τη δύναμη του ελατηρίου, όπως στο σχήμα, παίρνουμε:



$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \rightarrow F_{ελ} = ma_1 \rightarrow a_1 = \frac{F_{ελ}}{m} = \frac{6N}{5kg} = 1,2m/s^2$$

Προφανώς ίση με την μέγιστη επιτάχυνση που υπολογίσαμε στο ερώτημα iii).

Αλλά τότε το φορτηγό θα κινείται με μεγαλύτερη επιτάχυνση από το σώμα Σ, με αποτέλεσμα το Σ «να μείνει πίσω», πράγμα που σημαίνει ότι θα πλησιάζει την πλευρά Β της πλατφόρμας.

Αλλά αν συμβεί αυτό, τότε το ελατήριο επιμηκύνεται, με αποτέλεσμα να προκληθεί στη συνέχεια και αύξηση της επιτάχυνσης του σώματος Σ...

Σχόλια.

Νομίζω ότι αξίζει να επισημανθούν δυο σημεία στα παραπάνω.

- 1) Στην εκφώνηση στο ερώτημα iii) δόθηκε ότι η επιτάχυνση του φορτηγού αυξάνεται «σιγά-σιγά». Η διατύπωση επιλέχθηκε για να ισχύσει το δεδομένο ότι δεν αλλάζει το μήκος του ελατηρίου, με αποτέλεσμα και η θέση το σώματος Σ, σε σχέση με την καρότσα του φορτηγού. Μια απότομη αύξηση της ταχύτητας θα προκαλέσει τέντωμα το ελατηρίου αφού λόγω αδράνειας το σώμα «τείνει» να αντισταθεί στην επιτάχυνσή του. Δεχόμαστε δηλαδή μια ήπια επιτάχυνση που θα οδηγήσει σε μια ομαλή μείωση της τάσης του νήματος, πριν αυτή μηδενιστεί.
- 2) Στο ερώτημα iv), μόλις το ελατήριο αποκτήσει μήκος τέτοιο ώστε η επιτάχυνση του σώματος να εξισωθεί με την επιτάχυνση του φορτηγού, δεν θα σταματήσει η σχετική μεταξύ τους κίνηση. Μέχρι τη στιγμή αυτή φορτηγό και σώμα Σ κινήθηκαν με διαφορετικές επιταχύνσεις, άρα έχουν διαφορετικές ταχύτητες, με αποτέλεσμα να ακολουθήσει μια διαφορετική κίνηση του Σ, που για έναν παρατηρητή πάνω στο φορτηγό θα μελετάται ως μια ταλάντωση του Σ.

dmargaris@gmail.com