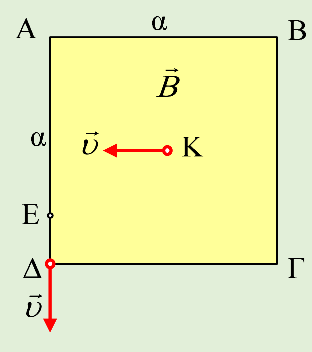
Η εκτόξευση από σημείο εντός του πεδίου

Στο σχήμα βλέπετε την τομή ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου, στο επίπεδο της σελίδας, σχήματος τετραγώνου πλευράς α=0,4m, με ένταση $B=10^{-4}T$ κάθετη στο επίπεδο της σελίδας. Κάποια στιγμή βλέπουμε ένα πρωτόνιο να περνά με ταχύτητα υ, από το κέντρο Κ του τετραγώνου, παράλληλη στην πλευρά ΑΒ. Το πρωτόνιο μετά από λίγο εξέρχεται από το πεδίο από την κορυφή Δ με ταχύτητα στην διεύθυνση της ΑΔ, όπως στο σχήμα.



i) Ποια η φορά της έντασης του πεδίου;

ii) Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας υ.

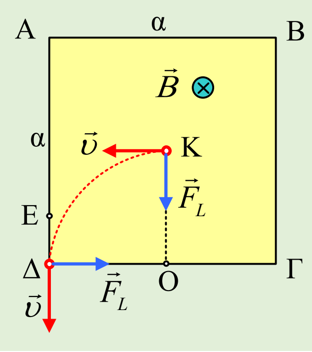
iii) Αν το πρωτόνιο εξέρχεται από το πεδίο από το σημείο Ε της πλευράς ΑΔ, όπου (ΕΔ)=0,1m, ποια η ταχύτητά του;

iv) Για ποιες τιμές της ταχύτητας υ, το πρωτόνιο δεν θα βγει από το πεδίο;

Δίνεται το ειδικό φορτίο του πρωτονίου $q/m=10^8 C/kg$, ενώ δεν υπάρχει στο χώρο βαρυτικό πεδίο.

Απάντηση:

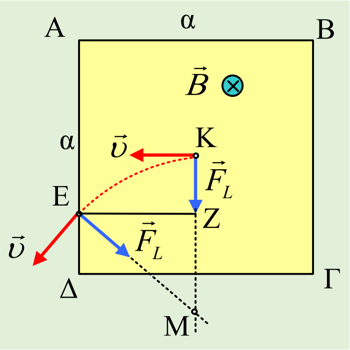
i) Αφού το πρωτόνιο εκτρέπεται προς τα κάτω (στο σχήμα), η δύναμη που δέχεται από το μαγνητικό πεδίο είναι κάθετη στην ταχύτητα στην θέση Κ, όπως στο σχήμα. Αλλά τότε, με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων, βρίσκουμε ότι η ένταση του πεδίου έχει φορά προς τα μέσα.



ii) Σημειώνουμε πάνω στο σχήμα τις δυνάμεις Lorentz που ασκούνται στο πρωτόνιο στις θέσεις Κ και Δ. Οι δυνάμεις αυτές κατευθύνονται προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς, που διαγράφει το σωματίδιο, οπότε το κέντρο Ο της τροχιάς είναι το σημείο τομής των διευθύνσεων των δύο παραπάνω δυνάμεων, όπως στο παραπάνω σχήμα. Και αν η δύναμη στη θέση Κ περνάει από το κέντρο του τετραγώνου και είναι παράλληλη στην πλευρά ΑΔ, ως κάθετη στην υ, τότε το Κ είναι το μέσον της πλευράς ΓΔ. Τότε όμως για την ακτίνα R_1 της κυκλικής τροχιάς, όπου $R_1=½\ α$ θα έχουμε:

$$R_1=\frac{m\upsilon_1}{Bq}\rightarrow \upsilon_1=R_1B\frac{q}{m}=0,2\cdot 10^{-4}\cdot 10^{8}\,m/s=2\cdot 10^{3}\,m/s$$

iii) Με την ίδια, όπως παραπάνω, λογική, σχεδιάζοντας τις δυνάμεις Lorentz που ασκούνται στο πρωτόνιο στις θέσεις Κ και Ε, το σημείο Μ στο οποίο συντρέχουν, θα είναι το κέντρο της κυκλικής τροχιάς που θα διαγράψει. Αν φέρουμε την ΕΖ κάθετη στην ΚΜ, από το Π.Θ. στο ορθογώνιο τρίγωνο ΖΕΜ, όπου $(ΖΜ)=(ΚΜ)-(ΚΖ)=R_2-¼\ α$, παίρνουμε:



$$(EZ)^2+(ZM)^2=(EM)^2 \rightarrow \left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(R_2-\frac{a}{4}\right)^2=R_2^2 \xrightarrow[S.I.]{a=0,4}$$

$$0,04+R_2^2-2R_2\cdot 0,1+0,01=R_2^2 \rightarrow 0,2R_2=0,05 \rightarrow$$

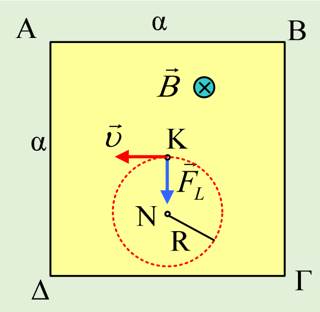
$$R_2=0,25m$$

Αλλά γνωρίζοντας την ταχύτητα, παίρνουμε:

$$R_2=\frac{m\upsilon_2}{Bq} \rightarrow$$

$$\upsilon_2=R_2B\frac{q}{m}=0,25\cdot 10^{-4}\cdot 10^8 m/s=2,5\cdot 10^3 m/s$$

iv) Αν συγκρίνουμε την παραπάνω ακτίνα R_2, με την αρχική R_1, παρατηρούμε ότι αυξάνοντας την ταχύτητα του πρωτονίου, το κέντρο της κυκλικής τροχιάς απομακρύνεται από το σημείο K, το κέντρο του τετραγώνου. Πηγαίνοντας αντίστροφα, αν μειώσουμε την ταχύτητα του πρωτονίου, το κέντρο θα πλησιάσει το σημείο K και τότε μπορούμε να φτάσουμε στην κατάσταση που φαίνεται το σχήμα, όπου το πρωτόνιο να διαγράφει ολόκληρο κύκλο, κέντρου N, χωρίς να εξέρχεται από το πεδίο. Για να συμβαίνει αυτό θα πρέπει η διάμετρος 2R του κύκλου, να είναι μικρότερη ή οριακά ίση με ½ α.



$$R=\frac{m\upsilon}{Bq} \rightarrow \upsilon=RB\frac{q}{m} \xrightarrow{R\le 0,1m}$$

$$\upsilon\le 0,1\cdot 10^{-4}\cdot 10^8 m/s \rightarrow \upsilon\le 10^3 m/s$$

dmargaris@gmail.com