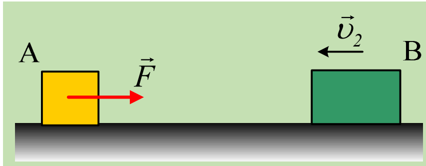
Η κίνηση με μια μεταβλητή δύναμη



Ένα σώμα Α μάζας m_1=0,5kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή t_o=0 δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας μεταβλητής δύναμης, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται με το χρόνο, σύμφωνα με την εξίσωση F=0,2t (S.I.). Το σώμα Α ξεκινά να ολισθαίνει τη χρονική στιγμή t_1=10s, ενώ τη στιγμή t_2 συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά, με ένα δεύτερο σώμα Β, μάζας m_2=2,5kg το οποίο κινείται αντίθετα και ελάχιστα πριν την κρούση έχει ταχύτητα μέτρου 1m/s, ενώ ταυτόχρονα παύει να ασκείται πάνω του η δύναμη F. Το συσσωμάτωμα παραμένει ακίνητο μετά την κρούση.

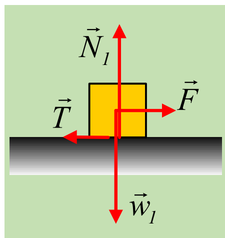
i) Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος Α και του επιπέδου, αν η οριακή στατική τριβή έχει το ίδιο μέτρο με την τριβή ολίσθησης.

ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος Α, ελάχιστα πριν την κρούση.

iii) Αφού κάνετε το διάγραμμα της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα Α, σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή της κρούσης, να βρείτε τη χρονική στιγμή t_2 που έγινε η κρούση των δύο σωμάτων.

Δίνεται g=10m/s^2.

Απάντηση:



i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Α, όπου Τ, η τριβή, στατική τριβή μέχρι τη στιγμή t_1 που το σώμα παραμένει ακίνητο και τριβή ολίσθησης στη συνέχεια, όταν το σώμα κινείται. Από την ισορροπία στην κατακόρυφη διεύθυνση παίρνουμε:

$$\Sigma\vec{F}_y = 0 \rightarrow N_1 = w_1 = m_1 g$$

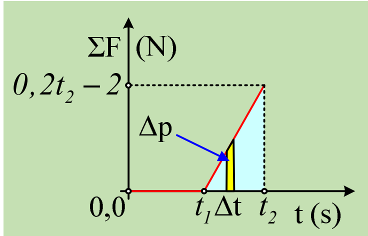
Μέχρι τη στιγμή t_1 το σώμα ισορροπεί, οπότε οριακά αυτό συμβαίνει και την στιγμή t_1, οπότε:

$$\Sigma\vec{F}_x = 0 \rightarrow F = T_{o\rho} = T_{o\lambda} = \mu N_1 \rightarrow 0,2t = \mu m_1 g \xrightarrow{t=10s}$$
$$\mu = \frac{0,2t_1}{m_1 g} = \frac{0,2\cdot 10}{0,5\cdot 10} = 0,4$$

ii) Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα των δύο σωμάτων, θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση, ως θετική:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau} \xrightarrow{\alpha\lambda\gamma\varepsilon\beta\rho\iota\kappa\acute{\alpha}} m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = (m_1+m_2)\upsilon_\kappa \xrightarrow{\upsilon_\kappa=0}$$
$$m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = 0 \xrightarrow{S.I.}$$
$$0,5\upsilon_1 + 2,5\cdot(-1) = 0 \rightarrow \upsilon_1 = 5m/s$$

iii) Μέχρι τη στιγμή t_1 το σώμα Α παραμένει ακίνητο, οπότε ΣF=0, ενώ στη συνέχεια ασκείται πάνω του η συνισταμένη της F και της τριβής ολίσθησης μέτρου $T_{o\lambda}=0,2t_1$=2N. Συνεπώς:



$$\Sigma F = F - T_{ο\lambda} = 0,2t - 2 \ \ (S.I.) \ \ με \ t \geq 10s$$

Η γραφική παράσταση της παραπάνω συνάρτησης, είναι αυτή του διπλανού σχήματος.

Από το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε για το σώμα Α:

$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \Sigma \vec{F} \rightarrow \Delta \vec{p} = \Sigma \vec{F} \cdot \Delta t \rightarrow \Delta p = \Sigma F \cdot \Delta t$$

Δηλαδή το γινόμενο της συνισταμένης επί ένα μικρό χρονικό διάστημα Δt, είναι ίσο με την αντίστοιχη μεταβολή της ορμής του σώματος, σε αυτό το χρονικό διάστημα. Έτσι στο παραπάνω διάγραμμα το κίτρινο εμβαδόν του χωρίου, είναι αριθμητικά ίσο με την αντίστοιχη μεταβολή της ορμής, σε ένα πολύ μικρό χρονικό διάστημα Δt. Αλλά τότε το εμβαδόν του (γαλάζιου) τριγώνου στο διάγραμμα, θα είναι ίσο με την συνολική μεταβολή της ορμής του σώματος Α από τη στιγμή t_1, μέχρι τη στιγμή t_2, όπου θα συγκρουστεί το σώμα Α με το Β. Συνεπώς:

$$\Delta p = \frac{1}{2} \Delta t \cdot (\Sigma F)_2 \xrightarrow{S.I.}$$

$$p - 0 = \frac{1}{2}(t_2 - 10) \cdot (0,2t_2 - 2) \rightarrow 0,5 \cdot 5 = 0,1t_2^2 - t_2 - t_2 + 10 \rightarrow$$

$$t_2^2 - 20t_2 + 75 = 0 \rightarrow$$

$$t_2 = \frac{20 \pm \sqrt{20^2 - 4 \cdot 75}}{2} = \frac{20 \pm \sqrt{100}}{2} \rightarrow t_2 = 15s \ \ ή \ \ t_2 = 5s$$

Η λύση t=5s απορρίπτεται αφού πρέπει t >10s, οπότε η απάντηση είναι ότι η κρούση πραγματοποιείται τη χρονική στιγμή t_2=15s.

dmargaris@gmail.com