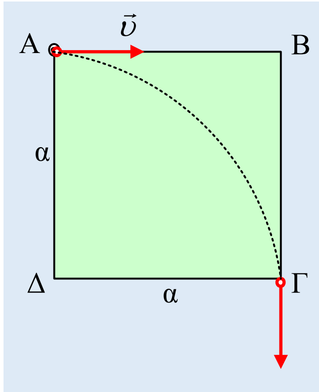
Ένα φορτισμένο σωματίδιο μπαίνει σε ΟΜΠ



Στο σχήμα βλέπετε την τομή ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου, στο επίπεδο της σελίδας, σχήματος τετραγώνου πλευράς α=0,3m, με ένταση Β=0,1Τ κάθετη στη σελίδα. Ένα αρνητικά φορτισμένο σωματίδιο Χ κινείται στην διεύθυνση της πλευράς ΑΒ και μπαίνει με ταχύτητα υ στο πεδίο, στην κορυφή Α και εξέρχεται από αυτό από την κορυφή Γ, στη διεύθυνση της πλευράς ΒΓ.

i) Ποια η φορά της έντασης του πεδίου και γιατί;

ii) Ποια η ταχύτητα υ του σωματιδίου και ποιος ο χρόνος που διαρκεί η κίνησή του στο πεδίο;

iii) Ποια η μεταβολή της ταχύτητας του σωματιδίου Χ, κατά το πέρασμά του από το πεδίο;

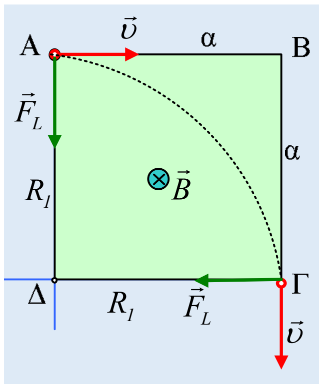
iv) Ένα δεύτερο όμοιο σωματίδιο Υ, μπαίνει στο πεδίο στην κορυφή Α, με ταχύτητα u ίδιας κατεύθυνσης με το Χ και εξέρχεται από το πεδίο αφού διαγράψει τόξο 120°.

α) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητα u, του σωματιδίου Υ.

β) Ποια είναι η αντίστοιχη μεταβολή της ταχύτητας του σωματιδίου Υ, κατά το πέρασμά του από το πεδίο;

Δίνεται το ειδικό φορτίο του σωματιδίου $|q|/m=2\cdot 10^4$ C/kg, ενώ στο χώρο δεν υπάρχει βαρυτικό πεδίο.

Απάντηση:



i) Αφού το σωματίδιο Χ εκτρέπεται «προς τα κάτω» στο σχήμα, δέχεται δύναμη Lorentz κάθετη στην ταχύτητα με κατεύθυνση προς το Δ, όπως στο σχήμα. Αλλά τότε εφαρμόζοντας τον κανόνα των τριών δακτύλων, βρίσκουμε ότι το μαγνητικό πεδίο έχει ένταση (κάθετη στο επίπεδο της σελίδας) με φορά προς τον αναγνώστη, όπως στο σχήμα, αφού το σωματίδιο έχει αρνητικό φορτίο.

ii) Η δύναμη Lorentz που δέχεται το σωματίδιο μόλις μπει στο πεδίο, παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης, συνεπώς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει, είναι κάποιο σημείο της πλευράς ΑΔ ή στην προέκτασή της. Με την ίδια λογική σχεδιάζοντας την δύναμη Lorentz τη στιγμή που φτάνει στην κορυφή Γ, βλέπουμε ότι το κέντρο της κυκλικής τροχιάς είναι ένα σημείο της πλευράς ΔΓ ή στην προέκτασή της. Η τομή των δύο παραπάνω ημιευθειών είναι το σημείο Δ, το οποίο είναι και το κέντρο του κύκλου που διαγράφει, οπότε και R_1 =α=0,3m. Αλλά για την ακτίνα της τροχιάς ισχύει:

$$R_1 = \frac{m\upsilon}{B|q|} \rightarrow \upsilon = R_1 B\cdot\frac{|q|}{m} = 0,3\cdot 0,1\cdot 2\cdot 10^4\, m/s = 600m/s$$

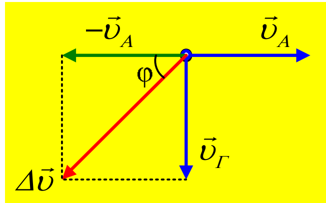
Με βάση τα παραπάνω, το σωματίδιο μέσα στο πεδίο διαγράφει τόξο 90° (η επίκεντρη γωνία είναι η γωνία ΑΔΓ, γωνία ορθή), οπότε ο χρόνος κίνησης από το Α στο Γ, θα είναι ίσος με το ¼ της περιόδου:

$$t_1 = \frac{1}{4}T = \frac{1}{4}\frac{2\pi m}{B|q|} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{B\frac{|q|}{m}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{0,1\cdot 2\cdot 10^4}s = 2,5\pi\cdot 10^{-4}s$$

iii) Για την μεταβολή της ταχύτητας του σωματιδίου Χ έχουμε:

$$\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{\upsilon}_{\alpha\rho\chi} = \vec{\upsilon}_\Gamma + \left(-\vec{\upsilon}_A\right)$$

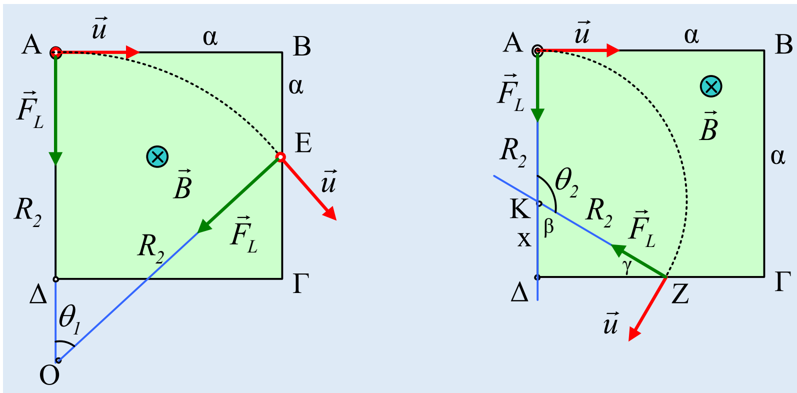
Όπου αρχική και τελική ταχύτητα, έχουν το ίδιο μέτρο υ. Έτσι με βάση και το διπλανό σχήμα, έχουμε ότι η μεταβολή της ταχύτητας έχει μέτρο:



$$\Delta\upsilon = \sqrt{\upsilon^2 + \upsilon^2} = \sqrt{2\upsilon^2} = \upsilon\sqrt{2} = 600\sqrt{2}\ m/s$$

Ενώ το παραλληλόγραμμο που σχεδιάσαμε είναι τετράγωνο, συνεπώς η διαγώνιος διχοτομεί την ορθή γωνία και φ=45°.

iv) Παραπάνω βρήκαμε ότι το σωματίδιο Χ κινήθηκε σε κύκλο με κέντρο την κορυφή Δ του πεδίου. Ποιο μπορεί να είναι το κέντρο της τροχιάς του σωματιδίου Υ; Έχουμε δύο ενδεχόμενα, που εμφανίζονται στο παρακάτω σχήμα.



- Κέντρο της κυκλικής τροχιάς να είναι το σημείο Ο, κάτω από το Δ, όπως στο πρώτο σχήμα. Αν συμβεί αυτό, τότε έχουμε μεγαλύτερη ακτίνα τροχιάς $R_2>R_1$, πράγμα που σημαίνει ότι και u >υ. Τότε το σωματίδιο εξέρχεται από ένα σημείο Ε της πλευράς ΒΓ και το τόξο ΑΕ είναι μικρότερο από 90° ή η αντίστοιχη επίκεντρη γωνία θ_1 <90°. Η περίπτωση απορρίπτεται.
- Κέντρο της κυκλικής τροχιάς να είναι ένα σημείο Κ, όπως στο δεύτερο σχήμα, οπότε η αντίστοιχη επίκεντρη γωνία θ_2 είναι αμβλεία, οπότε μπορεί να είναι η γωνία των 120°, που μας δίνεται. Στην περίπτωση αυτή η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς R_2=(ΑΚ) <R_1.

α) Αν θ_2=120°, τότε η γωνία β του σχήματος είναι ίση με 60° και η γωνία γ, στο ορθογώνιο τρίγωνο ΔΚΖ, είναι ίση με 30°. Αλλά τότε στο τρίγωνο αυτό η κάθετη πλευρά (ΚΔ)=x, είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας (ΚΖ)=R_2. Έτσι:

$$(A\Delta) = (AK) + (K\Delta) \rightarrow \alpha = R_2 + x \rightarrow \alpha = R_2 + \frac{R_2}{2} \rightarrow$$

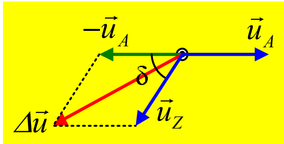
$$R_2 = \frac{2a}{3} = \frac{2\cdot 0,3}{3}m = 0,2m \rightarrow$$

$$R_2 = \frac{mu}{B|q|} \rightarrow u = R_2 B \cdot \frac{|q|}{m} = 0,2 \cdot 0,1 \cdot 2 \cdot 10^4\, m/s = 400 m/s$$

β) Για την μεταβολή της ταχύτητας του σωματιδίου Υ, δουλεύοντας όπως παραπάνω, έχουμε:

$$\Delta\vec{u} = \vec{u}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{u}_{\alpha\rho\chi} = \vec{u}_Z + \left(-\vec{u}_A\right)$$

Όπου αρχική και τελική ταχύτητα, έχουν το ίδιο μέτρο u, ενώ η κατεύθυνση της τελικής ταχύτητας σχηματίζει με την πλευρά ΓΔ, γωνία δ=90°-30°=60° (συμπληρωματική της γωνίας γ). Έτσι με βάση και το διπλανό σχήμα, έχουμε ότι η μεταβολή της ταχύτητας έχει μέτρο:



$$\Delta u = \sqrt{u^2 + u^2 + 2u \cdot u \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ} \xrightarrow{\sigma\upsilon\nu 60 = 1/2} \Delta u = \sqrt{3u^2} = u\sqrt{3} = 400\sqrt{3}\ m/s$$

Ενώ το παραλληλόγραμμο που σχεδιάσαμε είναι ρόμβος, οπότε η διαγώνιος διχοτομεί την γωνία δ, με άλλα λόγια η μεταβολή της ταχύτητα σχηματίζει γωνία ½ δ=30°, με την διεύθυνση της ΑΒ.

Σχόλιο.

Στο τελευταίο ερώτημα θα μπορούσαμε να αναλύσουμε την ταχύτητα u_Z σε άξονες, οπότε να δουλέψουμε σε ορθογώνιους άξονες x και y.

dmargaris@gmail.com