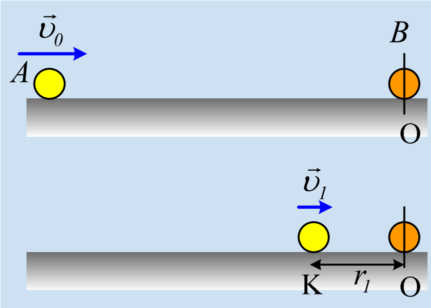
Εκτοξεύοντας ένα φορτισμένο σφαιρίδιο



Σφαιρίδιο Α μάζας m =2 g φορτισμένο με φορτίο q βάλλεται από μεγάλη απόσταση, με αρχική ταχύτητα υ_o=20 m/s, προς δεύτερο σφαιρίδιο Β, το οποίο συγκρατείται ακίνητο στο σημείο Ο, πάνω σε ένα οριζόντιο λείο και μονωτικό δάπεδο. Το σφαιρίδιο Β φέρει φορτίο Q=10 μC. Μόλις το σφαιρίδιο Α φτάσει στο σημείο Κ, όπου η απόσταση μεταξύ των σφαιριδίων είναι ίση με r_1=3cm, έχει ταχύτητα υ_1=10m/s.

i) Να βρεθεί το φορτίο q του σφαιριδίου Α.

ii) Να υπολογιστεί η κινητική και η δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου Α στη θέση Κ.

iii) Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας του σωματιδίου Α στην θέση Κ.

iv) Ποια η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των δύο σφαιριδίων;

Δίνεται $k_c = 9\times10^9$ N·m²/ C² .

Απάντηση:

i) Η κίνηση του σφαιριδίου Α γίνεται με την επίδραση της δύναμης Coulomb που δέχεται από το ακίνητο φορτίο Q, μιας συντηρητικής δύναμης, συνεπώς η μηχανική του ενέργεια παραμένει σταθερή. Ερμηνεύοντας «την μεγάλη απόσταση» ως εκτόξευση από το άπειρο, θα έχουμε μεταξύ αρχικής θέσης και της θέσης στο σημείο Κ:

$$K_\infty + U_\infty = K_K + U_K \rightarrow$$

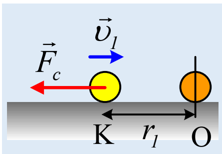
$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + 0 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + K_c\frac{Qq}{r_1} \rightarrow$$

$$q = \frac{m\left(\upsilon_0^2 - \upsilon_1^2\right)}{2K_cQ}r_1 = \frac{2\cdot10^{-3}\left(20^2-10^2\right)}{2\cdot9\cdot10^9\cdot10^{-5}}\cdot3\cdot10^{-2}C = 10^{-7}C$$

ii) Στο σημείο Κ, το σφαιρίδιο έχει κινητική και δυναμική ενέργεια:

$$K_K = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}2\cdot10^{-3}\cdot10^2J = 0{,}1J$$

$$U_K = K_c\frac{Qq}{r_1} = 9\cdot10^9\cdot\frac{10^{-5}\cdot10^{-7}}{3\cdot10^{-2}}J = 0{,}3J$$



iii) Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας, για το σφαιρίδιο έχουμε:

$$\Delta K = W_{\Sigma F} = W_{F_c} \rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW}{dt} = \frac{|F_c|\cdot|dx|\cdot\sigma\upsilon\nu\alpha}{dt} = |F_c|\cdot|\upsilon|\cdot\sigma\upsilon\nu\alpha$$

Αλλά στη θέση Κ, η γωνία μεταξύ δύναμης και ταχύτητας είναι 180°, ενώ για το μέτρο της δύναμης έχουμε:

$$|F_c| = K_c \frac{Qq}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-5} \cdot 10^{-7}}{9 \cdot 10^{-4}} N = 10N \rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt} = |F_c| \cdot |\upsilon| \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha = -|F_c| \cdot |\upsilon_1| = -10 \cdot 10 J/s = -100 J/s$$

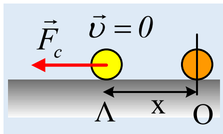
Ενώ η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας, συνδέεται με το έργο της συντηρητική δύναμης του πεδίου:

$$W_{F_c} = -\Delta U \rightarrow$$

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{dW_{F_c}}{dt} = -\frac{|F_c| \cdot |dx| \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o}{dt} = +|F_c| \cdot |\upsilon| = +100 J/s$$

Πράγμα που θα μπορούσαμε να το υποστηρίξουμε εξαρχής, στηριζόμενοι στην διατήρησης της ενέργειας. Ο ρυθμός **μείωσης** της κινητικής ενέργειας είναι ίσος με τον ρυθμό **αύξησης** της δυναμικής ενέργειας.

iv) Έστω ότι μηδενίζεται η ταχύτητα του σφαιριδίου, στο σημείο Λ, σε απόσταση x, από το Ο. Εφαρμόζουμε την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας μεταξύ της αρχικής θέσης στο άπειρο και της θέσης Λ, για το κινούμενο σφαιρίδιο:



$$K_\infty + U_\infty = K_\Lambda + U_\Lambda \rightarrow \frac{1}{2} m\upsilon_0^2 + 0 = 0 + K_c \frac{Qq}{x} \rightarrow$$

$$x = 2K_c \frac{Qq}{m\upsilon_0^2} = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-5} \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 30^2} m = 10^{-2} m = 1cm$$

dmargaris@gmail.com