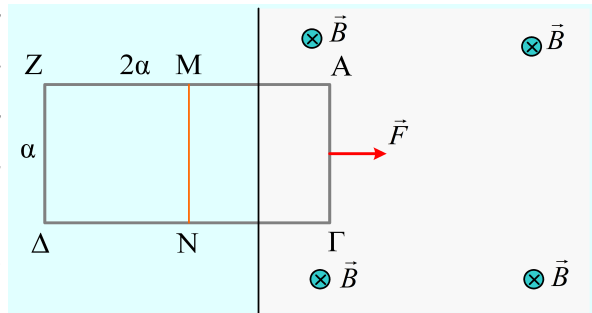


Μέχρι να ολοκληρωθεί η είσοδος.

Ένα ορθογώνιο μεταλλικό πλαίσιο ΑΓΔΖ, με πλευρές $a=0,4\text{m}$ και $2a$, είναι κατασκευασμένο από ομογενές και ισοπαχές σύρμα, παρουσιάζοντας αντίσταση $R=1,2\Omega$. Τα μέσα Μ και Ν των πλευρών ΖΑ και ΔΓ συνδέονται με ένα άλλο ευθύγραμμο σύρμα, το οποίο δεν εμφανίζει αντίσταση. Το πλαίσιο σύρεται σε λείο μονωτικό οριζόντιο επίπεδο και τη στιγμή $t=0$, αρχίζει να εισέρχεται σε ένα κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=1,5\text{T}$, όπως στο σχήμα, ενώ με την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης F , εξασφαλίζεται σταθερή ταχύτητα εισόδου $v=2\text{m/s}$.



i) Για τη χρονική στιγμή $t_1=0,1\text{s}$ να βρεθούν:

- α) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πλευρά ΑΓ, καθώς και η τάση στα άκρα της.
- β) Η δύναμη Laplace που ασκείται σε κάθε πλευρά του πλαισίου.
- γ) Η ισχύς της εξωτερικής δύναμης F , η οποία εξασφαλίζει την είσοδο του πλαισίου.

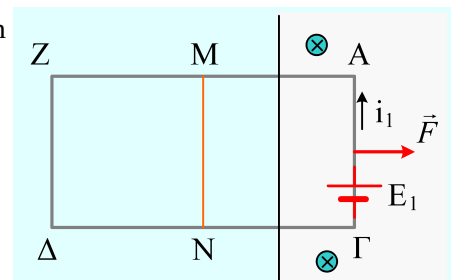
ii) Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις για την χρονική στιγμή $t_2=0,3\text{s}$.

Απάντηση:

i) Τη χρονική στιγμή t_1 το πλαίσιο έχει εισέλθει κατά $\Delta x=v\cdot t_1=0,2\text{m}$ στο πεδίο, ενώ για την αντίσταση κάθε πλευράς θα έχουμε:

$$R_{\pi} = \rho \frac{l_{ολ}}{S} \quad \text{και} \quad R_{\alpha} = \rho \frac{\alpha}{S} \quad \rightarrow$$

$$\frac{R_{\alpha}}{R_{\pi}} = \frac{a}{l_{ολ}} \rightarrow R_{\alpha} = R_{\pi} \frac{a}{6a} = \frac{1}{6} R_{\pi} = \frac{1}{6} \cdot 1,2\Omega = 0,2\Omega$$



Ενώ ΗΕΔ από επαγωγή, αναπτύσσεται μόνο στην πλευρά ΑΓ, ίση με:

$$E_1 = BvL = Bva = 1,5 \cdot 2 \cdot 0,4\text{V} = 1,2\text{V}$$

με πολικότητα, όπως έχει σημειωθεί στο παραπάνω σχήμα.

α) Αφού ο αγωγός ΜΝ, ο οποίος συνδέει τα σημεία Μ και Ν, δεν έχει αντίσταση, η τάση στα άκρα του είναι μηδενική, οπότε το τμήμα ΜΖΔΝ του πλαισίου, δεν διαρρέεται από ρεύμα, αφού η τάση στα άκρα του είναι μηδενική. Ρεύμα δηλαδή έχουμε στον βρόχο ΑΜΝΓΑ. Έτσι παίρνοντας το 2ο κανόνα του Kirchhoff στο βρόχο αυτό, θα πάρουμε:

$$E_1 - i_1 R_{\text{NGAM}} = 0 \rightarrow i_1 = \frac{E_1}{R_{\text{NGAM}}} = \frac{E_1}{3R_{\alpha}} = \frac{1,2}{3 \cdot 0,2} \text{A} = 2 \text{A}$$

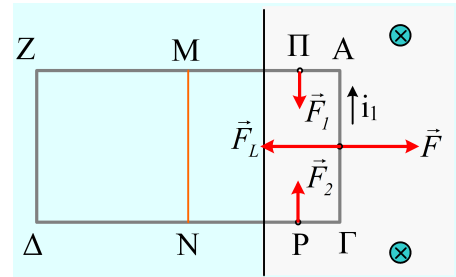
Αλλά τότε, αντιμετωπίζοντας την πλευρά ΑΓ ως μια πηγή με εσωτερική αντίσταση, θα έχουμε για την πολική τάση της:

$$V_{AG} = V_{\pi} = E_1 - i_1 R_{AG} = 1,2\text{V} - 2 \cdot 0,2\text{V} = 0,8\text{V}$$

Εναλλακτικά, δουλεύοντας με δυναμικά, θα έχουμε:

$$V_G + E_1 - i_1 R_{AG} = V_A \rightarrow V_A - V_G = V_{AG} = E_1 - i_1 R_{AG} = 0,8V$$

- β) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στις πλευρές του πλαισίου από το μαγνητικό πεδίο. Οι δυνάμεις F_1 και F_2 ασκούνται στα μέσα Π και Ρ των τμημάτων που βρίσκονται μέσα στο πεδίο (μήκους $\Delta x=0,2m$) των πλευρών ΖΑ και ΔΓ, ενώ F_L η δύναμη στην πλευρά ΑΓ.



Για τα μέτρα τους έχουμε:

$$F_L = Bi_1 l = Bi_1 a = 1,5 \cdot 2 \cdot 0,4N = 1,2N$$

$$F_1 = Bi_1 l' = Bi_1 \cdot \Delta x = 1,5 \cdot 2 \cdot 0,2N = 0,6N$$

$$F_2 = Bi_1 l' = Bi_1 \cdot \Delta x = 1,5 \cdot 2 \cdot 0,2N = 0,6N$$

- γ) Με βάση τις παραπάνω τιμές, βλέπουμε ότι η συνισταμένη των δυνάμεων F_1 και F_2 στις πλευρές ΖΑ και ΔΓ είναι μηδενική, οπότε τελικά η συνισταμένη των δυνάμεων Laplace είναι η F_L , η οποία ασκείται στην πλευρά ΑΓ. Αλλά αφού το πλαίσιο κινείται με σταθερή ταχύτητα:

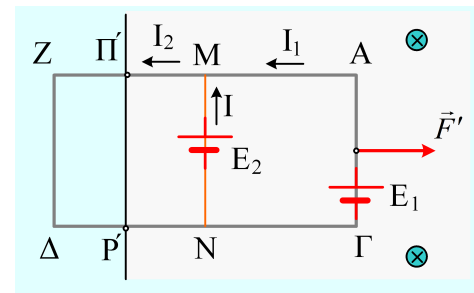
$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow F = F_L = 0 \rightarrow F = F_L = 1,2N \rightarrow$$

$$P_F = F \cdot v = 1,2 \cdot 2W = 2,4W$$

- ii) Τη χρονική στιγμή $t_2=0,3s$, το πλαίσιο έχει εισέλθει στο μαγνητικό πεδίο κατά $d=(\Pi'A)=\Delta x_2=vt_2=2 \cdot 0,3m=0,6m$, οπότε θα έχουμε και $(\Pi'M)=(P'N)=0,2m$. Τώρα αναπτύσσονται ΗΕΔ από επαγωγή, τόσο στην πλευρά ΑΓ, όσο και στο σύρμα MN.

Για τις δύο αυτές ΗΕΔ έχουμε:

$$E_1 = E_2 = Bv\alpha = 1,2V$$



Αλλά τότε οι κλάδοι του κυκλώματος διαρρέονται από ρεύματα με εντάσεις I, I_1 και I_2 , όπως στο σχήμα.

- α) Εφαρμόζοντας τον 2ο κανόνα του Kirchhoff, στον βρόχο ΓΑΜΝΓ, παίρνουμε:

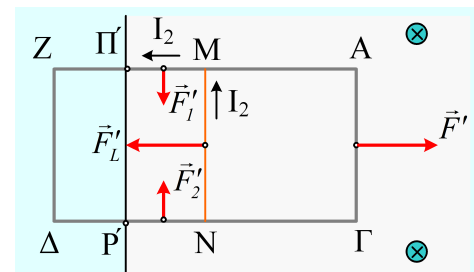
$$E_1 - E_2 - I_1 R_{M\Gamma N} = 0 \rightarrow I_1 R_{M\Gamma N} = 0 \rightarrow I_1 = 0$$

Αλλά τότε η τάση στα άκρα του είναι ίση με $V_{AG}=1,2V$.

- β) Αφού η πλευρά ΑΓ δεν διαρρέεται από ρεύμα, το σύρμα MN και το τμήμα ΜΖΔΝ του πλαισίου διαρρέονται από την ίδια ένταση ρεύματος I_2 . Ξανά από τον 2ο κανόνα του Kirchhoff, στον βρόχο ΜΖΔΝ, παίρνουμε:

$$E_2 - I_2 R_{M\Delta N} = 0 \rightarrow$$

$$I_2 = \frac{E_2}{R_{M\Delta N}} = \frac{E_2}{3R_\alpha} = \frac{1,2V}{3 \cdot 0,2\Omega} = 2A = i_1$$



Τότε όμως δυνάμεις Laplace ασκούνται στα τμήματα του πλαισίου που διαρρέονται από ρεύμα και είναι μέσα στο πεδίο, με κατευθύνσεις όπως στο διπλανό σχήμα και με μέτρα:

$$F'_L = BI_2 l = BI_2 a = 1,5 \cdot 2 \cdot 0,4N = 1,2N$$

$$F'_1 = BI_2 l_1 = BI_2 \cdot (I'M) = 1,5 \cdot 2 \cdot 0,2N = 0,6N$$

$$F'_2 = BI_2 l_2 = BI_2 \cdot (P'N) = 1,5 \cdot 2 \cdot 0,2N = 0,6N$$

γ) Με βάση το αντίστοιχο ερώτημα παραπάνω, θα έχουμε ξανά ότι η συνισταμένη των δυνάμεων Laplace είναι η F_L , η οποία ασκείται στο σύρμα MN. Αλλά αφού το πλαίσιο κινείται με σταθερή ταχύτητα:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow F' = F'_L = 0 \rightarrow F' = F'_L = 1,2N \rightarrow$$

$$P'_F = F' \cdot v = 1,2 \cdot 2W = 2,4W$$

dmargaris@gmail.com