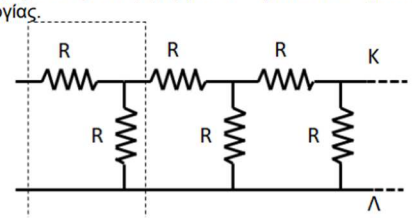
Ένα ερώτημα διαγωνισμού

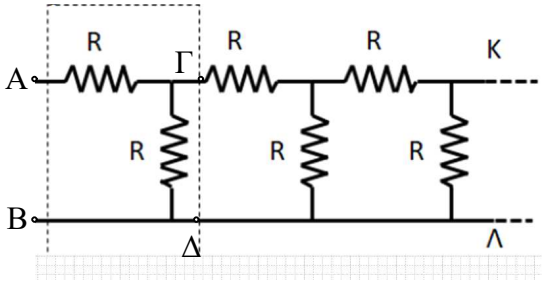
3ο ΘΕΜΑ

Δίνεται το κύκλωμα του σχήματος, όπου $R = (\sqrt{5}-1)\Omega$. Οι διακεκομμένες γραμμές στα σημεία Κ και Λ υπονοούν ότι το τμήμα του κυκλώματος που οριοθετείται από το πλαίσιο επαναλαμβάνεται προς τα δεξιά N φορές με $N \gg 1$). Να υπολογίσετε την ολική αντίσταση $R_{ολ}$ της συνδεσμολογίας.

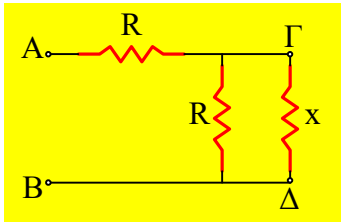


Απάντηση:

Όταν μιλάμε ότι το πλαίσιο επαναλαμβάνεται Ν φορές με Ν >>1, είναι ισοδύναμο με την πρόταση ότι «το πλαίσιο επαναλαμβάνεται άπειρες φορές».



Αλλά τότε αν x η ισοδύναμη αντίσταση μεταξύ Α και Β, x θα είναι και η ισοδύναμη αντίσταση μεταξύ των σημείων Γ και Δ, όπου η διάταξη περιέχει ένα λιγότερο πλαίσιο. Έτσι μπορούμε να πούμε ότι έχουμε το ισοδύναμο κύκλωμα, που φαίνεται δίπλα, για το οποίο θα έχουμε:



$$R_{ολ,AB} = R + \frac{R \cdot R_{ΓΔ}}{R + R_{ΓΔ}} \rightarrow$$

$$x = R + \frac{R \cdot x}{R + x} \rightarrow$$

$$Rx + x^2 = R^2 + Rx + Rx \rightarrow x^2 - Rx - R^2 = 0 \rightarrow$$

$$x = \frac{R \pm \sqrt{R^2 + 4R^2}}{2} \rightarrow x = \frac{R\left(1+\sqrt{5}\right)}{2}$$

Οπότε αν $R = \left(\sqrt{5}-1\right)\Omega$, θα έχουμε για την ολική αντίσταση:

$$R_{ολ} = x = \frac{\left(\sqrt{5}-1\right)\cdot\left(1+\sqrt{5}\right)}{2}\Omega = 2\Omega$$

dmargaris@gmail.com