

## Ένα φωτόνιο αλληλεπιδρά με ένα ηλεκτρόνιο

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δίνοντας σύντομες δικαιολογήσεις.

Δίνονται  $hc=1.200\text{eV}\cdot\text{nm}$ , ενώ  $h/mc\approx 10^{-3}\text{ nm}$ , όπου  $m$  η μάζα του ηλεκτρονίου.

### Ερώτηση 1<sup>η</sup>:

Φωτίζουμε με μονοχρωματικό φως μήκους κύματος  $\lambda_1=600\text{nm}$  μια μεταλλική επιφάνεια, οπότε εξάγονται ηλεκτρόνια. Το έργο εξαγωγής του υλικού της επιφάνειας είναι  $1,5\text{eV}$ .

- i) Αν ένα ακίνητο ηλεκτρόνιο του υλικού, απορροφήσει ένα φωτόνιο, αμέσως μετά (πριν την εξαγωγή του από το μέταλλο) θα αποκτήσει κινητική ενέργεια  $2\text{eV}$ .
- ii) Ένα ηλεκτρόνιο του μετάλλου απορροφά ένα φωτόνιο και εξέρχεται από την επιφάνεια με κινητική ενέργεια η οποία μπορεί να πάρει τιμή έως και  $0,5\text{eV}$ .
- iii) Αν ένα ακίνητο ηλεκτρόνιο του υλικού, απορροφήσει ένα φωτόνιο, αμέσως μετά θα αποκτήσει ορμή ίση με  $p=2\text{eV}/c$ , όπου  $c$  η ταχύτητα του φωτός.

### Απάντηση:

Το φωτόνιο της προσπίπτουσας ακτινοβολίας έχει ενέργεια:

$$E_1 = hf_1 = \frac{hc}{\lambda_1} = \frac{1.200\text{eV}\cdot\text{nm}}{600\text{nm}} = 2\text{eV}$$

- i) Αφού το ηλεκτρόνιο απορροφά ένα φωτόνιο, απορροφά ενέργεια  $2\text{eV}$ , αυξάνοντας την κινητική του ενέργεια κατά  $2\text{eV}$ . Θεωρώντας ότι αρχικά το ηλεκτρόνιο αυτό είναι πρακτικά ακίνητο, έχοντας αμελητέα κινητική ενέργεια, τελικά θα έχει κινητική ενέργεια  $2\text{eV}$  και η πρόταση είναι σωστή.
- ii) Όταν ένα ηλεκτρόνιο απορροφήσει την παραπάνω κινητική ενέργεια, θα απομακρυνθεί από την επιφάνεια «χάνοντας» ενέργεια τουλάχιστον ίση με το έργο εξαγωγής,  $1,5\text{eV}$ , οπότε θα εξέλθει έχοντας κινητική ενέργεια με μέγιστη τιμή  $0,5\text{V}$ . Σωστή η πρόταση.
- iii) Το φωτόνιο, ελάχιστα πριν απορροφηθεί από το ηλεκτρόνιο είχε ορμή:

$$p_\varphi = \frac{E_1}{c} = \frac{2\text{eV}}{c}$$

Αλλά το ηλεκτρόνιο με το οποίο θα αλληλεπιδράσει, δεν είναι ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο, οπότε θα είχαμε ένα μονωμένο σύστημα στο οποίο η ορμή διατηρείται. Το ηλεκτρόνιο συνδέεται με ηλεκτροστατικές δυνάμεις με το άτομο στο οποίο ανήκει (σε περίπτωση ομοιοπολικής ένωσης) ή με τα ιόντα του κρυσταλλικού πλέγματος, σε περίπτωση π.χ. ενός μετάλλου. Έτσι κατά την αλληλεπίδραση δεν θα μεταφερθεί όλη η ορμή του φωτονίου σε ένα ηλεκτρόνιο, αλλά μέρος της και στο άτομο ή στο ιόν.

Η πρόταση είναι λανθασμένη.

**Ερώτηση 2<sup>η</sup>:**

Αν στην παραπάνω επιφάνεια πέσει ακτινοβολία ακτίνων X με μήκος κύματος  $\lambda_2=0,01\text{nm}$ , τότε πειραματικά διαπιστώνουμε τη σκέδαση της ακτινοβολίας σύμφωνα με το φαινόμενο Compton.

- i) Η κινητική ενέργεια που κερδίζει το ηλεκτρόνιο μπορεί να φτάσει τα  $60.000\text{eV}$ .
- ii) Το ηλεκτρόνιο που σκεδάζει ένα φωτόνιο, θεωρείται ελεύθερο.
- iii) Αν ένα σκεδαζόμενο φωτόνιο έχει ενέργεια  $110\text{keV}$ , τότε το ηλεκτρόνιο με το οποίο αλληλεπίδρασε, θα εξέλθει από την επιφάνεια έχοντας κινητική ενέργεια  $K \approx 10\text{keV}$ .

**Απάντηση:**

Κάθε φωτόνιο της προσπίπτουσας ακτινοβολίας έχει ενέργεια:

$$E_2 = hf_2 = \frac{hc}{\lambda_2} = \frac{1.200\text{eV} \cdot \text{nm}}{0,01\text{nm}} = 120.000\text{eV} = 120\text{keV}. \quad (1)$$

- i) Για την μεταβολή του μήκους κύματος του φωτονίου γνωρίζουμε ότι:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi)$$

Συνεπώς μέγιστη μεταβολή στο μήκος κύματος θα έχουμε όταν  $\cos\varphi = -1$ , οπότε το σκεδαζόμενο φωτόνιο κινείται σε αντίθετη κατεύθυνση σε σχέση με την ταχύτητα πρόσπτωσης, συνεπώς:

$$\lambda'_2 - \lambda_2 = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi) = 10^{-3} \cdot 2\text{nm} \rightarrow \lambda'_2 = \lambda_2 + 0,002\text{nm} = 0,012\text{nm}$$

Αλλά αν αυτό είναι το μέγιστο μήκος κύματος του σκεδαζόμενου φωτονίου, αυτό θα έχει την μικρότερη δυνατή ενέργεια:

$$E'_2 = \frac{hc}{\lambda'_2} = \frac{1.200\text{eV} \cdot \text{nm}}{0,012\text{nm}} = 100.000\text{eV}$$

Οπότε η μέγιστη κινητική ενέργεια που μπορεί να αποκτήσει το ηλεκτρόνιο είναι  $20.000\text{eV}$  και η πρόταση είναι λανθασμένη.

- ii) Κατά την μελέτη της θεωρίας, χρησιμοποιήσαμε πέρα από την διατήρηση της ενέργειας και την αρχή διατήρησης της ορμής. Πράγμα που σημαίνει ότι το ηλεκτρόνιο το θεωρήσαμε **ελεύθερο**, ώστε το σύστημα να είναι μονωμένο. Σε αντίθεση με το πρώτο ερώτημα που αναφέρεται στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο που θεωρήσαμε το ηλεκτρόνιο δεσμευμένο, εδώ το θεωρούμε ελεύθερο!!!

Η πρόταση είναι σωστή.

- iii) Από την διατήρηση της ενέργειας, αφού το αρχικό φωτόνιο έχει ενέργεια  $120\text{keV}$  και το σκεδαζόμενο  $110\text{keV}$ , το ηλεκτρόνιο κέρδισε ενέργεια  $10\text{keV}$ . Με ποια ενέργεια εξήλθε από το μέταλλο; Αν λάβουμε υπόψη μας το έργο εξαγωγής, τελικά το ηλεκτρόνιο έχει μέγιστη κινητική ενέργεια:

$$E_{\tau} = 10.000\text{eV} - 1,5\text{eV} = 9.998,5\text{eV}$$

Προφανώς η τελευταία «ακρίβεια» δεν έχει κανένα νόημα. Όταν μιλάμε για ενέργειες ακτίνων X της τάξης

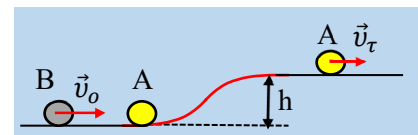
των keV, κανείς δεν χρειάζεται να ασχοληθεί με το έργο εξαγωγής της τάξης μερικών eV! Συνεπώς στο ερώτημα πόση είναι τελικά η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου, η απάντηση είναι 10.000eV και η πρόταση είναι σωστή.

### Σχόλιο:

Τελικά το ηλεκτρόνιο στο παραπάνω μέταλλο είναι ελεύθερο ή δεσμευμένο; Το εύλογο ερώτημα που προκύπτει είναι, μα τι συμβαίνει; Παίρνουμε κάθε φορά ό,τι μας συμφέρει; Η αλήθεια είναι ότι το ηλεκτρόνιο στο μέταλλο, είναι στην ίδια κατάσταση, είτε πέσει πάνω του φωτόνιο των 600nm (1<sup>η</sup> ερώτηση), είτε αλληλεπιδράσει με φωτόνιο με  $\lambda = 0,01\text{nm}$ . Άρα και εδώ το ηλεκτρόνιο είναι δεσμευμένο έχοντας ενέργεια δυναμική  $U = -\phi = -1,5\text{eV}$ . Αλλά όταν πάνω του πέσει ένα φωτόνιο με ενέργεια 120.000eV, πολύ μικρή σημασία έχουν αυτά τα -1,5eV...

### Ένα μηχανικό ανάλογο.

Μια μικρή σφαίρα Α μάζας 0,2kg ηρεμεί όπως στο σχήμα, όταν μια δεύτερη κινούμενη όμοια σφαίρα συγκρούεται μαζί της κεντρικά και ελαστικά με αρχική ταχύτητα α)  $v_1 = 2\text{m/s}$  και β)  $v_2 = 200\text{m/s}$ .



Να υπολογιστεί η τελική κινητική ενέργεια της σφαίρας κατά την κίνησή της στο υπερυψωμένο οριζόντιο επίπεδο, αν  $h = 0,1\text{m}$ .

### Απάντηση:

Οι σφαίρες έχουν ίσες μάζες και ανταλλάσσουν ταχύτητες. Μετά την κρούση η Α σφαίρα πρέπει να ανέβει κατά  $h$  για να κινηθεί στο οριζόντιο επίπεδο. Έτσι θα έχουμε:

α) Η Α σφαίρα μετά την κρούση έχει ταχύτητα  $v_{o1} = 2\text{m/s}$ , άρα

$$K_{o1} = \frac{1}{2}mv_{o1}^2 = \frac{1}{2}0,2 \cdot 2^2 J = 0,4 J$$

αλλά από ΑΔΜΕ μεταξύ αυτής της θέσης και της τελικής κίνησής της στο υπερυψωμένο οριζόντιο επίπεδο παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv_{o1}^2 &= mgh + \frac{1}{2}mv_1^2 \rightarrow \\ K_1 &= \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_{o1}^2 - mgh = 0,4 J - 0,2 \cdot 10 \cdot 0,1 J = 0,2 J \end{aligned}$$

β) Η Α σφαίρα μετά την κρούση έχει ταχύτητα  $v_{o2} = 200\text{m/s}$ , άρα:

$$K_{o2} = \frac{1}{2}mv_{o2}^2 = \frac{1}{2}0,2 \cdot 200^2 J = 4.000 J$$

οπότε με όποιο τρόπο με πριν, παίρνουμε:

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mv_{02}^2 - mgh = 4.000J - 0,2J = 3.999,8J$$

Τι λέτε, αξίζει τον κόπο στη β) περίπτωση να ασχοληθούμε με την ανύψωση του επιπέδου κατά h;

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)