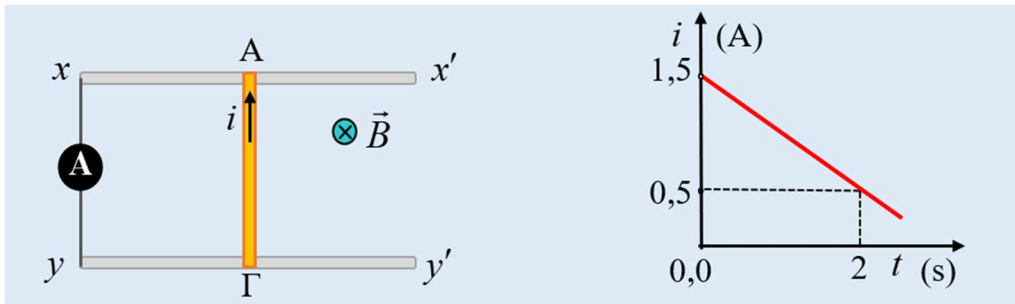


Από την ένδειξη του αμπερομέτρου

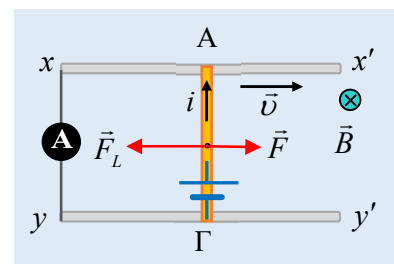
Ο αγωγός ΑΓ μήκους 1m, μάζας 0,6kg και αντίστασης $R=2\Omega$ κινείται οριζόντια σε επαφή με δύο παράλληλους οριζόντιους στύλους, χωρίς αντίσταση, με ταχύτητα παράλληλη προς τους στύλους, ενώ στο χώρο υπάρχει ένα κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο, έντασης $B=1\text{T}$, όπως στο σχήμα (κάτοψη). Τα άκρα x και y των δύο στύλων συνδέονται με ένα ιδανικό αμπερόμετρο, η ένδειξη του οποίου μεταβάλλεται, όπως στο διπλανό διάγραμμα. Η κίνηση αυτή επιτυγχάνεται με την άσκηση κατάλληλης οριζόντιας δύναμης F, κάθετης στον αγωγό ΑΓ.



- i) Ο αγωγός ΑΓ κινείται πλησιάζοντας το αμπερόμετρο ή απομακρυνόμενος από αυτό;
- ii) Να αποδείξετε ότι ο ΑΓ κινείται με σταθερή επιτάχυνση, την οποία και να υπολογίσετε.
- iii) Για τη χρονική στιγμή $t_1=1\text{s}$, ζητούνται:
 - α) Η ταχύτητα του αγωγού.
 - β) Η ηλεκτρική ισχύς στο κύκλωμα.
 - γ) Η ισχύς κάθε δύναμης που παράγει έργο πάνω στον ΑΓ, καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού.
- iv) Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις στα παραπάνω υποερωτήματα, για η χρονική στιγμή $t_2=2\text{s}$;

Απάντηση:

- i) Αφού ο αγωγός ΑΓ διαρρέεται από ρεύμα με φορά από το Γ στο Α, σημαίνει ότι λόγω επαγωγής αναπτύχθηκε πάνω του μια ΗΕΔ, με πολικότητα αυτή του διπλανού σχήματος. Αλλά τότε με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων, πρέπει ο αγωγός να κινείται προς τα δεξιά, ώστε το μαγνητικό πεδίο, να ασκεί δύναμη Lorentz (σε θετικό φορτίο) με φορά προς το Α.



- ii) Η ένταση του ρεύματος ικανοποιεί την εξίσωση μιας ευθείας, συνεπώς είναι της μορφής $i=\lambda t+\beta$. Για $t=0$, $i_0=1,5\text{ A}$, άρα $\beta=1,5\text{ A}$, ενώ για $t=2\text{s}$, $i=0,5\text{A}$, οπότε:

$$0,5 = 2\lambda + 1,5 \rightarrow \lambda = -0,5 \frac{\text{A}}{\text{s}} \rightarrow$$

$$i = -0,5t + 1,5 \quad (\text{μονάδες στο S.I.})$$

Για την ΗΕΔ που αναπτύσσεται στον κινούμενο αγωγό ισχύει $E=Bvl$, η οποία συνδέεται με την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, με το νόμο του Ohm:

$$i = \frac{E}{R} = \frac{Bvl}{R} \rightarrow v = \frac{R}{Bl} i \rightarrow v = \frac{R}{Bl} (-0,5t + 1,5) \rightarrow$$

$$v = \frac{2}{1 \cdot 1} (1,5 - 0,5t) = 3 - t \quad (S.I.) \quad (1)$$

Η τελευταία εξίσωση μας λέει ότι η ράβδος κινείται με σταθερή επιτάχυνση $a=-1\text{m/s}^2$, κινούμενος προς τα δεξιά με αρχική ταχύτητα $v_0=3\text{m/s}$ (κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη).

iii) Με βάση τα παραπάνω για την χρονική στιγμή $t_1=1\text{s}$:

α) ο αγωγός ΑΓ, έχει ταχύτητα (από την εξίσωση (1)):

$$v_1 = 3 - t_1 = (3 - 1 \cdot 1) \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}$$

β) Στον αγωγό ΑΓ αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή και διαρρέεται από ρεύμα:

$$E_1 = Bv_1 l = 1 \cdot 2 \cdot 1\text{V} = 2\text{V} \rightarrow$$

$$i_1 = \frac{E_1}{R} = \frac{2}{2} \text{ A} = 1\text{A}$$

Αλλά τότε η ισχύς την οποία παρέχει η «πηγή» με ΗΕΔ E_1 , ή η ηλεκτρική ισχύς στο κύκλωμα είναι ίση:

$$P_1 = E_1 \cdot i_1 = 2 \cdot 1\text{W} = 2\text{W}$$

γ) Στο παραπάνω σχήμα έχουν σημειωθεί οι οριζόντιες ασκούμενες δυνάμεις στην ράβδο, όπου η δύναμη Laplace έχει μέτρο:

$$F_{L,1} = B \cdot i_1 \cdot l = 1 \cdot 1 \cdot 1\text{N} = 1\text{N}$$

Ενώ από τον θεμελιώδη νόμο της δυναμικής παίρνουμε:

$$\Sigma F = ma \rightarrow F_1 - F_{L,1} = ma \rightarrow F_1 = F_{L,1} + ma \rightarrow$$

$$F_1 = 1\text{N} + 0,6 \cdot (-1)\text{N} = 0,4\text{N}$$

Έτσι για την ισχύ κάθε δύναμης έχουμε:

$$P_{L,1} = |F_{L,1}| \cdot v_1 \cdot \cos 180^\circ = -1 \cdot 2\text{W} = -2\text{W}$$

$$P_1 = |F_1| \cdot v_1 \cdot \cos 0^\circ = 0,4 \cdot 2\text{W} = 0,8\text{W}$$

Ενώ για τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΑΓ, έχουμε:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\text{ολ}}}{dt} = \frac{|\Sigma F| \cdot |dx| \cdot \cos \alpha}{dt} = |\Sigma F| \cdot |v| \cdot \cos \alpha \quad (2)$$

$$\frac{dK}{dt} = |ma| \cdot |v_1| \cdot \cos 180^\circ = -0,6 \cdot 1 \cdot 2 \text{ J/s} = -1,2 \text{ J/s}$$

Συμπέρασμα: Η εξωτερική δύναμη με μέτρο $F_1=0,4\text{N}$ προσφέρει ενέργεια στον αγωγό με ρυθμό $0,8\text{J/s}$, ενώ η κινητική του ενέργεια μειώνεται κατά $1,2\text{J/s}$, οπότε έτσι η δύναμη Laplace αφαιρεί το άθροισμα

(1,2+0,8=2) J/s, της ενέργειας, η οποία μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια, έτσι η ηλεκτρική ισχύς είναι ίση με 2W!

iv) Με την ίδια λογική για τη στιγμή $t_2=2s$, θα έχουμε:

α) ο αγωγός ΑΓ, έχει ταχύτητα (από την εξίσωση (1)):

$$v_2 = 3 - t_2 = (3 - 2) m/s = 1 m/s$$

β) Ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντασης $i_2=0,5A$, ενώ αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή:

$$E_2 = Bv_2l = 1 \cdot 1 \cdot 1V = 1V$$

Αλλά τότε η ισχύς την οποία παρέχει η «πηγή» με ΗΕΔ E_2 , η ηλεκτρική ισχύς στο κύκλωμα είναι ίση:

$$P_2 = E_2 \cdot i_2 = 1 \cdot 0,5W = 0,5W$$

γ) Στο παραπάνω σχήμα έχουν σημειωθεί οι οριζόντιες ασκούμενες δυνάμεις στην ράβδο, όπου η δύναμη Laplace έχει μέτρο:

$$F_{L,2} = B \cdot i_2 \cdot l = 1 \cdot 0,5 \cdot 1N = 0,5N$$

Ενώ από τον θεμελιώδη νόμο της δυναμικής παίρνουμε:

$$\Sigma F = ma \rightarrow F_2 - F_{L,2} = ma \rightarrow F_2 = F_{L,2} + ma \rightarrow$$

$$F_2 = 0,5N + 0,6 \cdot (-1)N = -0,1N$$

Δηλαδή η εξωτερική δύναμη τώρα έχει αλλάξει κατεύθυνση (αντίθετη της ταχύτητας v_2), όπως στο διπλανό σχήμα.

Έτσι για την ισχύ κάθε δύναμης έχουμε:

$$P_{L,2} = |F_{L,2}| \cdot v_2 \cdot \cos 180^\circ = -0,5 \cdot 1W = -0,5W$$

$$P_2 = |F_2| \cdot v_2 \cdot \cos 180^\circ = -0,1 \cdot 1W = -0,1W$$

Ενώ για τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΑΓ, έχουμε:

$$\frac{dK}{dt} = |ma| \cdot |v_2| \cdot \cos 180^\circ = -0,6 \cdot 1 \cdot 1 J/s = -0,6 J/s$$

Συμπέρασμα: Η εξωτερική δύναμη αφαιρεί ενέργεια από τον αγωγό με ρυθμό 0,1J/s, ενώ και η δύναμη Laplace αφαιρεί ενέργεια με ρυθμό 0,5J/s, με αποτέλεσμα η κινητική ενέργεια να μειώνεται κατά 0,6J/s. Εξάλλου η ενέργεια που αφαιρεί η δύναμη Laplace, εμφανίζεται με την μορφή της ηλεκτρικής ενέργειας στο κύκλωμα, αφού $P_2=0,5W$!

